This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

**Usage guidelines**

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

**About Google Book Search**

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

**Über dieses Buch**

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

**Nutzungsrichtlinien**

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

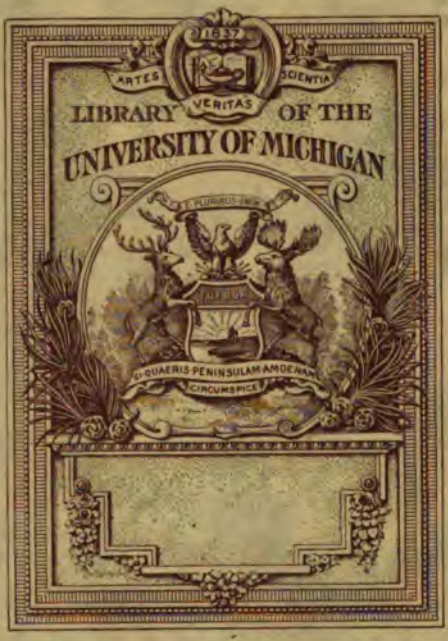
+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

**Über Google Buchsuche**

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

B 481377


1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

Mikroskopische

# PHYSIOGRAPHIE

der

## Mineralien und Gesteine.

Ein Hülfsbuch

bei mikroskopischen Gesteinsstudien

von

H. Rosenbusch.

Band I.

**Die petrographisch wichtigen Mineralien.**

Vierte neu bearbeitete Auflage

von

**H. Rosenbusch** und **E. A. Wülfing.**

---

**Stuttgart.**
E. Schweizerbartsche Verlagshandlung (E. Nägele).
1904.

Mikroskopische

# PHYSIOGRAPHIE

der

## petrographisch wichtigen Mineralien.

Von

H. Rosenbusch und E. A. Wülfing.

---

## Erste Hälfte: **Allgemeiner Teil.**

Vierte völlig umgestaltete Auflage

von

**Dr. E. A. Wülfing,**
Professor der Mineralogie und Geologie an der Technischen Hochschule zu Danzig.

---

Mit 286 Figuren im Text und 17 Tafeln.

---

**Stuttgart.**
E. Schweizerbartsche Verlagshandlung (E. Nägele).
1904.

# Vorwort zur vierten Auflage.

In dem Zeitraum eines Menschenalters, der seit dem Erscheinen der ersten Auflage der „Physiographie“ vergangen ist, hat sich die Methode der mikroskopischen Mineraldiagnose in überraschender Weise entwickelt, ihre Anwendung verallgemeinert und ausgebreitet.

Wie das schnelle Emporblühen dieses Zweiges der mineralogisch-geologischen Forschung in den zwölf Jahren nach dem ersten Erscheinen dieses Buches eine durchgreifende Umarbeitung der zweiten Auflage notwendig machte, so verlangten die ausserordentlichen Fortschritte in den letzten zwölf Jahren abermals eine vollständige Neubearbeitung, wenn anders das Werk in seiner vierten Auflage den heutigen Ansprüchen genügen sollte. Trotz dem ernsten Bestreben nach möglichst gedrängter Darstellung machte die Vermehrung des mitzuteilenden Stoffes und die Benutzung der für eine vertiefte Behandlung des Gegenstandes erforderlichen rechnerischen und zeichnerischen Methoden einen erweiterten Umfang des Buches unvermeidlich.

In dem hiermit zur Ausgabe gelangenden „Allgemeinen Teil“, der auf mehr als das Doppelte der dritten Auflage angeschwollen ist, mussten neue Abschnitte eingefügt und zur Erleichterung des Verständnisses weitere Erörterungen und Deduktionen aufgenommen werden, die eigentlich in den Lehrbüchern der Physik ihren Platz haben sollten. Wo dennoch Lücken in den Beweisführungen auftreten, wurde, unter Vermeidung des trügerischen Wörtleins „natürlich“, stets auf leicht zu beschaffende Lehr- und Handbücher verwiesen. — Eine weitere Ausdehnung des „Allgemeinen Teils“ verursachte die grössere Berücksichtigung der wertvollen älteren Literatur, aus der wir auch erfahren, dass manche als neu bezeichneten Methoden und Konstruktionen schon vorher erfunden und bekannt waren.

Auch bei dem noch im Drucke befindlichen „Speziellen Teil“ wurde gegenüber den früheren Auflagen eine strengere Gliederung des Stoffes und tunlichste Kürze angestrebt. Bei der morphologischen Charakteristik wurden die zur Erkennung und Berechnung der beobachteten Durchschnitte notwendigen Masse in Normalenwinkeln angegeben und das Verständnis der optischen Verhältnisse der Mineralien, zumal mit Rücksicht auf die Unterscheidung ähnlicher Arten, durch stereographische Projektionen unterstützt. Besonders eingehende Behandlung erfuhren die Kalknatronfeldspäte, für deren genaue Bestimmung durch die unschätzbaren Forschungen von Max Schuster, F. Becke, A. Michel-Lévy, F. Fouqué, E. v. Fedorow, C. Viola und anderen Gelehrten eine ausreichende Grundlage geschaffen und die Methoden ihrer Benutzung gezeigt wurden. Die Zahl der behan-

170114

delten Mineralien ist um einige vermehrt worden. Die dem zweiten Halbbande beigegebenen Tabellen sind für die rasche Orientierung bei der ersten Bestimmung zusammengestellt.

Ueber die Verteilung der Arbeiten der beiden Verfasser an dem hier in einem Halbband vorliegenden ersten Band der „Physiographie" sei bemerkt, dass die in grossen Zügen entworfene Disposition durch gemeinsame Beratung zu stande kam, dass im übrigen der Begründer des Werkes den zu Anfang nächsten Jahres erscheinenden „Speziellen Teil" sein eigen nennt und der andere Verfasser das gleiche für die Abteilungen 1 bis 3 des „Allgemeinen Teils" beanspruchen darf. Man wird diese 22 Bogen des ersten Halbbandes, trotz der Uebernahme mancher Absätze aus den früheren Auflagen, für original halten dürfen und das letzte Viertel als eine mit reichlichen Ergänzungen versehene Umarbeitung betrachten können.

Bei der Illustration des Werkes ist der Herr Verleger äusserst liberal vorgegangen. Besondere Anerkennung wird sicherlich die schöne, der modernen Reproduktionstechnik würdige Wiedergabe der Mikrophotogramme erfahren.

Möge das Werk auch in dieser Form die alten Freunde behalten und neue gewinnen.

**H. Rosenbusch,**
Heidelberg.

**E. A. Wülfing,**
Langfuhr b. Danzig.

---

Der Verfasser des „Allgemeinen Teils" fühlt nicht nur die Pflicht, sondern auch das Herzensbedürfnis, seinem hochverehrten Meister und Freund, Herrn Geheimrat Rosenbusch, den aufrichtigsten Dank dafür auszusprechen, dass er ihm in hochherziger Weise gestattete, die alten Formen neu zu prägen, und ihm bei dieser Umprägung stets als unermüdlicher Berater zur Seite stand.

Der gleiche Verfasser erkennt gerne und dankbar an, welch grossen Nutzen er aus den inhaltsreichen Darlegungen der Werke Th. Liebischs gezogen hat; auch fühlt er sich Herrn Geh. Bergrat Liebisch für manche brieflich erteilte Belehrung zu besonderem Dank verpflichtet. Ferner waren die Herren Professoren Dr. Mie und Dr. Wölffing so freundlich, bei einigen Fragen auf dem Gebiete der geometrischen Optik und bei manchen mathematischen Ableitungen dem Autor beratend zur Seite zu stehen; Herr Bergrat Dr. Schalch unterstützte ihn in der liebenswürdigsten und fördersamsten Weise bei der Korrektur. Lebhafter Dank sei endlich auch der K. Württ. Landwirtschaftlichen Hochschule Hohenheim ausgesprochen, wo die hier im Zusammenhang dargelegten Studien in den letzten drei Jahren zum Abschluss gebracht werden durften.

**E. A. Wülfing.**

## Aus dem Vorwort zur ersten Auflage.

Als in den letzten Dezennien das Mikroskop, dem die übrigen beschreibenden Naturwissenschaften wesentlich ihre glückliche Entwicklung verdanken, immer mehr auch bei dem Studium der Mineralien und Gesteine verwendet wurde, waren es besonders die dunkleren Gebiete der Petrographie, die mineralische Zusammensetzung der kryptomeren Gesteine, deren Erforschung man mikroskopisch anstrebte. Zuerst erprobt an den Untersuchungen über Krystallstruktur und Krystallgenese, erwartete man von diesem Instrumente auch sofort eine Aufklärung über die verwickelten Verhältnisse und über die Natur der Mineralgemenge. Selbst seit längeren Jahren mit dahin einschlagenden Arbeiten beschäftigt, hatte ich oft Gelegenheit zu fühlen, wie unsicher und schwankend hier der Boden sei, auf dem man arbeitete und baute, und mit immer wachsender Unwiderstehlichkeit drängte sich mir die Ueberzeugung auf, dass ein wahrhaft nutzbringendes mikroskopisches Studium der Gesteine erst dann möglich sei, wenn man eine mikroskopische Diagnose derjenigen Mineralien geschaffen habe, welche gesteinsbildend auftreten. Wenn ich nun die Resultate fremder und anhaltender eigner Arbeiten nach dieser Richtung der Oeffentlichkeit übergebe, so hoffe ich damit einen nicht ganz unwillkommenen Beitrag zur Förderung mikroskopischer Gesteinsstudien zu liefern.

Ich hatte bei Abfassung dieser Arbeit besonders den Zweck im Auge, den studierenden jüngeren Mineralogen einen Leitfaden in die Hand zu geben, mit dessen Hülfe sie sich rascher auf dem Gebiete der mineralogischen Mikroskopie heimisch machen könnten. Der allgemeine Teil des Buches soll sie mit den Methoden mikroskopischer Forschungen bekannt machen, der spezielle ihnen ein möglichst klares und genaues Bild der für die Petrographie der krystallinischen Gesteine wichtigen Spezies geben.

Wenn ich im allgemeinen Teile bei der Besprechung der optischen Verhältnisse etwas mehr ins einzelne gegangen bin und manches geglaubt habe erwähnen zu müssen, was in jedem Lehrbuche der Optik zu finden ist, so bewog mich dazu die hervorragende Bedeutung gerade der optischen Eigenschaften für die Erkennung der Mineralien unter dem Mikroskope und die oft gemachte Erfahrung, wie sehr dieselben von den Studierenden zu ihrem eigenen grössten Schaden vernachlässigt werden.

Allenthalben, wo es nötig schien, habe ich die besprochenen Verhältnisse durch schematische Zeichnungen zu erläutern gesucht; dieselben sollen nur die Anschauung erleichtern und machen auf strenge Winkelgenauigkeit keinen Anspruch. — Die ganze Anlage und der Zweck des Buches, welches ja kein Lehrbuch der Mineral-Optik sein soll, dürften es wohl hinreichend erklären, dass nicht eine strengere Form für die Besprechung dieser Verhältnisse gewählt wurde. Aehnliche pädagogische Erwägungen leiteten mich auch, wenn ich z. B. die Erläuterung der optischen Erscheinungen in dünnen, doppelbrechenden Minerallamellen im polarisierten Lichte der Erklärung der gleichen Phänomene in dickeren Krystallplatten vorausgehen liess, obwohl ja die im ersten Fall auftretenden Farben nur der zentrale Teil des Bildes sind, welches wir im zweiten Fall erhalten.

Aus der reichlichen Benutzung fremder Arbeiten wird mir um so weniger ein Vorwurf erwachsen können, als ich die Resultate derselben, wo es mir nur irgend möglich war, stets an eigenhändig gefertigten Präparaten geprüft habe. Die wenigen Fälle, wo das nicht geschehen konnte, wird man beim Lesen des Textes leicht herausfinden.

Ich war lange schwankend, ob nicht auch ein Abschnitt über die Technik des Mikroskopes hätte aufgenommen werden sollen; schliesslich war der Umstand entscheidend, dass ein solcher, wenn er nutzbringend sein sollte, das Buch unverhältnismässig vergrössert und also verteuert haben würde. Hierfür muss demnach auf die einschlägigen Werke, besonders das von Harting, verwiesen werden.

Nach meinen Erfahrungen wird der Wert mikroskopischer Beschreibungen wesentlich durch bildliche Darstellung erhöht; es war daher mein Bestreben, diese in möglichster Reichhaltigkeit, teils als Holzschnitte im Text, teils in den Farbentafeln zu geben. Dass bei den ersteren manche fremde Zeichnung mit Angabe der Quelle benutzt wurde, bedarf wohl keiner Entschuldigung. Bei Anfertigung der Tafeln, auf denen sich nur eigene Zeichnungen finden, habe ich mit Fernhaltung alles dessen, was man Schematisierung derselben nennen könnte, stets eine absolut objektive Wiedergabe des mikroskopischen Bildes angestrebt. — Dass auf den Farbentafeln die Mineralien der späteren Systeme gegenüber den amorphen und regulären etwas stiefmütterlich behandelt worden sind, hat seinen Grund darin, dass ursprünglich mehr Tafeln in Aussicht genommen waren. Doch beliefen sich die Kosten für Anfertigung derselben so hoch, dass ihre Anzahl auf 10 beschränkt werden musste, wenn nicht allzu weit über das billige Mass hinausgehende Anforderungen an die dankbar anzuerkennende Opferwilligkeit des Herrn Verlegers gestellt werden sollten. — Von den Zeichnungen solcher mikroskopischer Verhältnisse, die schon in leicht zugänglichen Spezialarbeiten eine graphische Darstellung gefunden hatten, konnte Abstand genommen werden. Ferner wurde darauf

gesehen, solches Material als Objekt zu den Zeichnungen zu wählen, welches unschwer für jeden zu beschaffen ist, damit der Lernende an selbstangefertigten Präparaten nach Anleitung des Buches seine Beobachtungen und Studien machen könne. Denn das muss man nicht vergessen: mit dem blossen Lesen und Studieren ist es nicht getan: — wer mikroskopische Mineralogie lernen will, muss an den Schleiftisch und an das Mikroskop.

Die genaue und gewissenhafte Angabe der Literatur bei jedem Gegenstande, sowie die Zusammenstellung derselben am Schlusse des Buches, dürfte auch dem Fachmann nicht ganz unwillkommen sein und ist besonders darauf berechnet, dem Anfänger Gelegenheit zu geben, sich in die historische Entwicklung der Wissenschaft einzuleben. Eine eingehende Kenntnis der Geschichte der Wissenschaft scheint mir durchaus notwendig, um den organischen Zusammenhang des Individuums mit der Gesamtheit herzustellen, durch welchen allein die fördernde Einheit und das klare Bewusstsein der anzustrebenden Ziele in die wissenschaftliche Entwicklung kommt. Ferner aber kann nur durch die historische Kenntnis seiner Wissenschaft jedem Studierenden das Seiende als ein Gewordenes erscheinen und ihn erkennen lassen, wie

Alles sich zum Ganzen webt,
Eins in dem andern wirkt und lebt.

Sollte hie und da eine nennenswerte Arbeit unerwähnt geblieben sein, so bitte ich das im Hinblick darauf zu entschuldigen, dass ja dem einzelnen nicht alle Bücher und alle Zeitschriften zugänglich sind. Für Belehrung und Unterstützung in dieser Richtung würde ich in ganz besonderem Grade dankbar sein.

Freiburg i. B. 1873.

**H. Rosenbusch.**

# Inhalt.


Seite

**Einleitung** . . . . . 1—7

1. Begriff der mikroskopischen Physiographie. 2. Historischer Rückblick auf die Anwendung des Mikroskops. 3. Gliederung des Stoffes im allgemeinen Teil.

**Erste Abteilung.** Graphische und rechnerische Hülfsmittel. 8—26

4. Ueber Projektion im allgemeinen. 5. Die stereographische Projektion. 6. Lehrsatz. 7. Acht Aufgaben über Projektion. 8. Praktische Zeichenmethoden. 9. Graphische und trigonometrische Berechnung. 10. Formeln. 11. Die vier Grundgleichungen der sphärischen Trigonometrie. 12. Die Auflösung sphärischer Dreiecke. 13. Stereographische Projektion und krystallographisches Axenkreuz.

**Zweite Abteilung.** Eigenschaften der Kohäsion und der Schwere. 27—50

14. Spaltbarkeit. 15. Härte. 16. Die hydrostatische Wage. 17. Das Volumenometer. 18. Das Pyknometer. 19. Die Suspensionsmethode. 20. Schwere Flüssigkeiten. 21. Schwere Schmelzen. 22. Suspensionsmethode mit Schwimmer. 23. Spezifisches Gewicht und spezifisches Volumen. 24. Tabelle der spezifischen Gewichte.

**Dritte Abteilung.** Optische Eigenschaften . . . . . 51—359

**Erster Abschnitt.** Theoretische Grundvorstellungen der Krystalloptik . . . . . 51—104

**I. Einleitung** . . . . . 51—55

25. Undulationstheorie. 26. Einige der wichtigsten Definitionen. 27. Ausbreitung des Lichtes in homogenen Medien.

**II. Isotrope Medien** . . . . . 55—62

28. Lichtbewegung in isotropen Medien. 29. Ebene Wellen. 30. Reflexion und Brechung ebener Wellen. 31. Huyghenssche Konstruktion bei isotropen Medien. 32. Grundmasse für die Bestimmung des Brechungsexponenten. 33. Farbiges Licht.

**III. Polarisation und anisotrope Medien** . . . . . 62—68

34. Totalreflexion — Grenzwinkel. Polarisation — Polarisationswinkel. 38. Lichtbewegung in anisotropen Medien. 36. Doppelbrechung. 37. Zirkularpolarisation. 38. Uebersicht der optischen Medien.

**IV. Optisch einaxige Medien** . . . . . 68—88

39. Die Krystalle mit einer optischen Axe. 40. Positive und negative einaxige Krystalle. 41. Strahlengeschwindigkeitsfläche. 42. Wellengeschwindigkeitsfläche. 43. Beispiel. 44. Indexfläche. 45. Polarisationsebenen bei einaxigen Krystallen. 46. Aetherelastizität und Lichtgeschwindigkeit. 47. Aetherelastizität und Schwingungsrichtung. 48. Wellengeschwindigkeitsfläche und Elastizitätsfläche. 49. Optische Charakteristik der einaxigen Systeme. 50. Strahlengeschwindigkeitsfläche und Fresnelsches Ellipsoid. 51. Indexfläche und Indikatrix. 52. Uebersicht der sechs Bezugsflächen einaxiger Krystalle. 53. Fletchers Ableitung. 54. Huyghenssche Konstruktion. 55. Konstruktion und Berechnung der Wellennormalen.

Seite

**V. Optisch zweiaxige Medien** . . . . . 88—104

56. Krystalle ohne Axe der Isotropie. 57. Fresnelsches dreiaxiges Ellipsoid und Strahlengeschwindigkeitsfläche. 58. Strahlenaxen oder sekundäre optische Axen. 59. Elastizitätsfläche (dreiaxiges Ovaloid) und Wellengeschwindigkeitsfläche. 60. Optische Axen oder primäre optische Axen. 61. Indikatrix und Indexfläche. 62. Axenwinkel und Brechungsexponenten. 63. Dispersion der optischen Axen. 64. Beliebig gerichtete Strahlen. 65. Schwingungsebenen beliebiger Wellennormalen. 66. Optische Charakteristik der Krystallsysteme ohne Axe der Isotropie. 67. Uebersicht der sechs Bezugsflächen optisch zweiaxiger Krystalle.

**Zweiter Abschnitt.** Herstellung der Präparate . . . . . 104—118

68. Steinschneidemaschine und Quetschmaschine. 69. Dünnschliffe. 70. Präparation von losen Massen. 71. Dünnschliffe von Mineralpulver. 72. Orientierte Schliffe. 73. Herstellung ebener und polierter Flächen.

**Dritter Abschnitt.** Einiges aus der geometrischen Optik und über fundamentale Linsenkombinationen . . . . . 118—147

74. Objekt und Bild. 75. Die Teile einer Linse. 76. Die fundamentale Linsenformel. 77. Gesamtbrennweite zweier Linsen. 78. Hauptpunkte und Hauptebenen. 79. Aequivalentbrennweite. 80. Ermittelung der Aequivalentbrennweite. 81. Oeffnung der Linsen und numerische Apertur. 82. Sphärische und chromatische Aberration. 83. Aplanatische und anastigmatische Systeme. 84. Achromatische Systeme. 85. Der Strahlengang in der Lupe. 86. Der Strahlengang im Mikroskop. 87. Der Strahlengang im Fernrohr. 88. Linse und Auge.

**Vierter Abschnitt.** Instrumente zur optischen Untersuchung der Mineralien . . . . . 148—222

**I. Herstellung von polarisiertem Licht** . . . . . 148—159

89. Allgemeines. 90. Nicolsches Prisma. 91. Hartnack-Prazmowskisches und Thompsonsches Prisma. 92. Glansches Prisma. 93. Bertrandsche und andere Prismen. 94. Die Schwingungsrichtung eines polarisierenden Prismas.

**II. Herstellung von monochromatischem Licht** . . . . . 159—165

95. Strahlenfilter. 96. Monochromatische Flammen. 97. Plückersche Wasserstoffröhre. 98. Monochromator.

**III. Polarisationsmikroskope und einige Hülfsapparate** . . . . 165—189

99. Verschiedene Lupen. 100. Die ältesten Mikroskoptypen zu mineralogischen Untersuchungen. 101. Einige moderne Mikroskope. 102. Vorrichtungen zum Wechsel der Beleuchtung. 103. Einige mikroskopische Hülfsapparate.

**IV. Messung von Längen und Winkeln mit dem Mikroskop** . . 189—207

104 Herrichtung des Mikroskops zum Gebrauch im gewöhnlichen Licht. 105. Bestimmung der Vergrösserung. 106. Messung von Längen unter dem Mikroskop. 107. Messung ebener Winkel unter dem Mikroskop. 108. Messung räumlicher Winkel durch Raumkoordinaten. 109. Die Methode von Bertrand zur Messung körperlicher Winkel. 110. v. Fedorows Prinzip der Autokollimation. 111. Einkreisige Goniometer für Mikroskope. 112. Zwei- und mehrkreisige Goniometer.

**V. Das Konoskop** . . . . . 207—218

113. Allgemeines. 114. Umwandlung des Mikroskops zum Konoskop. 115. Die Vorzüge der Mikroskop-Objektive beim Konoskop. 116. Messung mittelst des Konoskops. 117. Axenwinkelapparat.

**VI. Totalreflektometer** . . . . . 218—222

118. Bertrandsches Totalreflektometer. 119. Klein-Leisssches Totalreflektometer.

Seite

**Fünfter Abschnitt.** Die optischen Erscheinungen und ihre Verwendung zur Mineraldiagnose . . . . . 222—359

**I. Einleitung** . . . . . 222—230

120. Interferenz in doppelbrechenden Krystallen. 121. Paralleles und konvergentes polarisiertes Licht. 122. Lichtschwingungen und Pendelschwingungen. 123. Newtonsche Farben.

**II. Die Erscheinungen im parallelen polarisierten Licht** . . . 230—245

124. Isotrope Blättchen. 125. Anisotrope Blättchen. 126. Intensität der aus Interferenz hervorgehenden Welle. 127. Diskussion der Fresnelschen Formel. 128. Anisotrope Blättchen senkrecht zu einer optischen Axe. 129. Mehrere übereinander liegende anisotrope Blättchen. 130. Blättchen aus anisotropen Zwillingskrystallen.

**III. Praktische Methoden zur Bestimmung der Auslöschungsschiefe** . . . . . 245—255

131. Herrichtung des Instrumentes für stauroskopische Messungen 132. Einstellung auf Dunkelheit und auf Interferenzbild. 133. Einstellung auf Farbe. 134. Methoden von Bertrand, Bravais und Calderon. 135. Berechnung der Auslöschungsschiefe aus der Lage der optischen Axen.

**IV. Methoden zur Bestimmung der Lichtbrechung** . . . . . 255—282

136. Die Methode des Herzogs von Chaulnes. 137. Modifikation des Chaulnesschen Verfahrens. 138. Die Einbettungsmethode. 139. Die Beckesche Methode. 140. Anwendungsgebiet der Beckeschen Methode. 141. Erweiterung der Beckeschen Methode. 142. Chagrin und Relief der Mineralien im Dünnschliff. 143. Die Methode der Totalreflexion. 144. Tabelle der Brechungsexponenten. 145. Die Refraktionskonstante. 146. Die Brechungsexponenten von Mischungen. 147. Molekular- und Atomrefraktion.

**V. Methoden zur Bestimmung der Doppelbrechung** . . . . . 283—295

148. Allgemeines. 149. Die Michel-Lévysche Farbentafel. 150. Der Babinetsche Kompensator. 151. Der Michel-Lévysche Comparateur. 152. Verschiedene Methoden zur Messung der Doppelbrechung. 153. Tabelle der Doppelbrechung.

**VI. Bestimmung des optischen Charakters im parallelen Licht** 295—301

154. Allgemeines. 155. Gypsblatt vom Rot erster Ordnung. 156. Biotscher Drehquarz und Wrightscher Kombinationskeil. 157. Gyps- (und Quarz-) Keil. 158. Verwendung des Babinetschen Kompensators zur Bestimmung des optischen Charakters. 159. Schroeder v. d. Kolks und v. Fedorows Methode.

**VII. Die Erscheinungen im konvergenten Licht** . . . . . 301—323

160. Allgemeines. 161. Isochromatische Flächen (Oberflächen gleichen Gangunterschiedes). 162. Interferenzerscheinungen einaxiger, senkrecht zur Axe geschnittener Blättchen. 163. Einaxige Blättchen sehr schief bez. parallel zur Axe. 164. Blättchen aus zweiaxigen Krystallen, senkrecht zur spitzen Bisektrix. 165. Blättchen aus zweiaxigen Krystallen, senkrecht zu einer optischen Axe. 166. Blättchen aus zweiaxigen Krystallen, parallel zur Ebene der optischen Axen. 167. Die Isogyren oder Kurven gleicher Schwingungsrichtung bei optisch zweiaxigen Medien. 168. Dispersion der optischen Axen im rhombischen System. 169. Dispersion der optischen Axen im monoklinen System. 170. Dispersion im triklinen System.

**VIII. Messung des Winkels der optischen Axen im konvergenten Licht** . . . . . 323—331

171. Scheinbarer und wahrer Axenwinkel. 172. Messung des Axenwinkels durch Drehung. 173. Kirchhoffs allgemeine Lösung. 174. Die Methode des Verfassers. 175. Die Mallard-Beckesche Methode.

Seite

**IX. Bestimmung des optischen Charakters im konvergenten Licht** 331—336
176. Allgemeines. 177. Anwendung des Glimmer- und Gypsblattes bei einaxigen Krystallen. 178. Anwendung des Glimmer- und Gypsblattes bei zweiaxigen Krystallen. 179. Anwendung des Gyps-(Quarz-)Keils.

**X. Farbe und Pleochroismus** . . . . . 337—352
180. Farbe der Mineralien. 181. Pleochroismus. 182. Pleochroismus der einaxigen Mineralien. 183. Pleochroismus der zweiaxigen Mineralien. 184. Absorptionsbüschel (Polarisationsbüschel). 185. Einfluss des Pleochroismus auf Interferenzerscheinungen. 186. Pleochroitische Höfe. 187. Künstlich erzeugter Pleochroismus in Krystallen. 188. Untersuchung auf Farbe. 189. Untersuchung undurchsichtiger Mineralien. 190. Untersuchung auf Pleochroismus.

**XI. Einfluss der Temperatur. — Anomalien** . . . . . 353—359
191. Aenderung des optischen Verhaltens mit der Temperatur. 192. Erhitzungsapparate für Mikroskope. 193. Optische Anomalien.

**Vierte Abteilung.** Morphologische Eigenschaften . . . . . 360—403

**Erster Abschnitt.** Bildung der Krystalle . . . . . 360—374
194. Vorgang bei dem Wachstum der Krystalle. 195. Einfache Krystalle im Dünnschliff. 196. Zwillinge im Dünnschliff. 197. Gestörte Krystallisation. 198. Globulite und ihre Häufungsformen. 199. Trichite. 200. Mikrolithe. 201. Schaliger Bau. Zonare Struktur. 202. Anwachspyramiden (Anwachskegel). Sanduhrformen.

**Zweiter Abschnitt.** Einschlüsse . . . . . 374—394
203. Art der Einschlüsse. 204. Gaseinschlüsse. 205. Flüssigkeitseinschlüsse. 206. Optische Erscheinungen bei Gas- und Flüssigkeitseinschlüssen. 207. Brownsche Molekularbewegung 208. Entstehung der Gas- und Flüssigkeitseinschlüsse. 209. Glaseinschlüsse. 210. Individualisierte Einschlüsse. 211. Räumliche Anordnung der Einschlüsse. 212. Stoffliche Natur der Einschlüsse. 213. Einschlüsse von Wasser sowie flüssiger und gasförmiger Kohlensäure. 214. In Wassereinschlüssen gelöste und ausgeschiedene Bestandteile.

**Dritter Abschnitt.** Aggregate . . . . . 394—401
215 Einteilung der Aggregate 216. Regellose Aggregate. 217. Sphärolithe. 218. Sphärokrystalle. 219. Granosphärite.

**Vierter Abschnitt.** Deformationen . . . . . 401—403
220. Mechanische Deformationen. 221. Chemische Deformationen.

**Fünfte Abteilung.** Chemische Eigenschaften . . . . . 404—450

**Erster Abschnitt.** Chemische Untersuchungen . . . . . 404—415
222. Allgemeines. 223. Herrichtung der Dünnschliffe zu chemischen Untersuchungen. 224. Prüfung der Dünnschliffe auf Löslichkeit. 225. Prüfung der Dünnschliffe auf Gelatination. 226. Niederschlagsreaktionen auf Dünnschliffen. 227. Aetzfiguren. 228. Glühen von Dünnschliffen.

**Zweiter Abschnitt.** Trennungsmethoden . . . . . 415—435
229. Allgemeines. 230. Trennung durch Wasser (Schlämmanalyse). 231. Trennung durch schwere Flüssigkeiten 232. Einfache Trennungsapparate. 233. Feinere Trennungsapparate. 234. Trennungsapparate mit Repetition. 235. Trennungsapparate für schwere Schmelzen. 236. Grenzen der Anwendbarkeit der Trennungsmethoden durch schwere Lösungen. 237. Trennung durch den Magneten. 238. Trennung auf chemischem Wege. 239. Trennung durch Aussuchen.

**Dritter Abschnitt.** Mikrochemische Reaktionen . . . . . 435—450
240. Allgemeines. 241. Einzelreaktionen.

**Autoren- und Sach-Register** . . . . . 451—467

# Abkürzungen.

Amer. Journ. = The American Journal of Science and Arts oder The American Journal of Science. New-Haven.
Ann. Chem. Pharm. = Annalen der Chemie und Pharmacie. Leipzig.
Ann. Chim. Phys. = Annales de Chimie et de Physique. Paris.
Ann. Mines = Annales des mines. Paris.
Bull. Soc. Geol. Fr. = Bulletin de la Société géologique de France. Paris.
Bull. Soc. Min. Fr. = Bulletin de la Société minéralogique de France. Paris. Seit 1886 Bulletin de la Société française de minéralogie.
C. R. = Comptes rendus hebdomadaires de l'Academie française. Paris.
Geol. Mag. = Geological Magazine etc. London.
G. F. i Stockh. Förhdl. = Geologiska Föreningens i Stockholm Förhandlingar. Stockholm.
Min. Mag. = Mineralogical Magazine. London.
N. J. = Jahrbuch oder Neues Jahrbuch für Mineralogie etc. Stuttgart.
Pogg. Ann. = Poggendorffs Annalen der Physik und Chemie. Leipzig. Später Annalen der Physik.
Q. J. G. S. = Quarterly Journal of the Geological Society. London.
S. B. A. = Monatsberichte oder Sitzungsberichte der K. Akademie der Wissenschaften zu Berlin.
S. M. A. = Sitzungsberichte der K. Bayrischen Akademie der Wissenschaften zu München.
S. W. A. = Sitzungsberichte der K. K. Akademie der Wissenschaften zu Wien.
T. M. M. = Mineralogische Mitteilungen ges. von G. Tschermak in Wien.
T. M. P. M. = Mineralogische und petrographische Mitteilungen, herausgegeben von G. Tschermak. Wien.
Z. D. G. G. = Zeitschrift der deutschen geologischen Gesellschaft. Berlin.
Z. X. = Zeitschrift für Krystallographie und Mineralogie, herausgegeben von P. Groth. Leipzig.

---

# Berichtigungen.

S. 14 ist bei praktischen Zeichenmethoden nachzutragen, dass B. Hecht in seiner „Anleitung zur Krystallberechnung" Leipzig 1893 ein Verfahren angegeben hat, das als Vorläufer der Wulffschen Methode bezeichnet werden kann.
S. 153 Anm. 6 lies Glazebrooks anstatt Glazekrooks.
S. 220 Z. 31—34 ist zu verbessern, dass auch theoretisch beide Einstellungen möglich sind; die Vergrösserungen sind etwas verschieden.
S. 298 Z. 12 v. o. lies Biotscher anstatt Bravaisscher Drehquarz.

---

# Einleitung.

**1. Begriff der mikroskopischen Physiographie.** Die mikroskopische Physiographie der gesteinsbildenden Mineralien stellt sich die Aufgabe, die Kennzeichen anzugeben, nach denen wir die Mineralien im Dünnschliffe oder in Körnerform bei durchfallendem Licht unter dem Mikroskop bestimmen können. Sie zerfällt in zwei Teile: einen allgemeinen, worin die Methoden besprochen werden, nach welchen wir die drei grossen Klassen der morphologischen, physikalischen und chemischen Eigenschaften der Mineralien auch der mikroskopischen Diagnose dienstbar machen können; — und einen speziellen, angewandten, welcher die eigentliche Beschreibung der Mineralspezies, wie sie sich unter dem Mikroskop darstellen, enthält.

**2. Historischer Rückblick auf die Anwendung des Mikroskops**[1]). Schon im 17. Jahrhundert, bald nach der Erfindung des zusammengesetzten Mikroskops, begannen einzelne Forscher, dasselbe zum Studium der Eigenschaften anorganischer Körper zu verwenden. Bei der niedrigen Stufe der Entwicklung, auf welcher sich die Mineralogie jener Zeit befand, kann es nicht verwundern, wenn es nur wenige Mineralien, und unter ihnen besonders die Edelsteine waren, welche zu Beobachtungen Veranlas-

1) Literatur: C. M. Marx, Geschichte der Krystallkunde. Carlsruhe u. Baden 1825. — A. Boué, Ueber die mikroskopische Untersuchung der Gebirgsarten mit Hülfe ihrer mechanischen Zerreibung, partiellen Schleifung und Aetzung. S. W. A. Bd. 47, Abtlg. 2, p. 457. 1863. — F. v. Kobell, Geschichte der Mineralogie von 1650—1860. München 1864. — H. Vogelsang, Philosophie der Geologie und mikroskopische Gesteinsstudien. Bonn 1867. — H. Fischer, Chronologischer Ueberblick über die allmähliche Einführung der Mikroskopie etc. Freiburg i. Br. 1868. — F. Zirkel, Die Einführung des Mikroskops in das mineralogisch-geologische Studium. Leipzig 1881. — R. J. Petri, Das Mikroskop von seinen Anfängen bis zur jetzigen Vervollkommnung etc. Berlin 1896. — K. A. v. Zittel, Geschichte der Geologie etc. München und Leipzig 1899.

sung gaben. Auffallende Einschlüsse, welche sich in den genannten, mehr oder weniger durchsichtigen Mineralkörpern leicht verraten, mangelnde Homogenität, die sich in Trübungen kundgibt, veranlassten Robert Boyle zu mikroskopischen Untersuchungen. Daneben sind es die wunderbaren Vorgänge bei der Bildung der Krystalle, welche ja auch noch in unserer Zeit in so hohem Grade das Interesse der Mineralogen in Anspruch nehmen, sowie die feineren Strukturverhältnisse derselben, die Anton van Leeuwenhoek durch das Mikroskop zu ergründen suchte.

Wenn trotz dieser Anfänge das Mikroskop sich nicht sofort in der Mineralogie einbürgerte und neben Lötrohr und Goniometer seinen Platz behauptete, so liegt der Grund für eine solche Ausserachtlassung desselben wohl zum grossen Teil in der Schwierigkeit, sich geeignete Präparate von Mineralkörpern herzustellen. Der geringe Grad von Durchsichtigkeit der meisten Mineralien, ihre nicht unbedeutende Härte, welche einen leichten Schnitt nicht erlaubte, mussten von dieser Art der Untersuchung abschrecken. Dennoch schliefen im 18. Jahrhundert die mikroskopisch-mineralogischen Studien keineswegs ganz ein. So haben wir z. B. aus den 60er und 70er Jahren desselben bezügliche Studien über die Krystallstruktur und Krystallgenese von M. F. Ledermüller in Deutschland und von H. Baker in England. Ja, am Schlusse des Jahrhunderts übertrugen Dolomieu und Fleuriau de Bellevue die mikroskopische Methode auf die Untersuchung der kryptomeren Gesteine, welche sie zu diesem Behufe einer mechanischen Zerreibung unterwarfen. d'Aubenton, welcher die dendritischen Bildungen in Mineralien mikroskopisch untersuchte, bediente sich zur Messung derselben (1782) bereits eines Mikrometers.

In Frankreich wurde die Untersuchung eines gröblich zerkleinerten Mineral- oder Gesteinspulvers mit dem Mikroskope nach vorausgegangener Scheidung der Mineralgemengteile durch einen Schlämmprozess und mit nachfolgender chemischer Behandlung durch Cordier (1815) bedeutend vervollkommnet und mit grossem Erfolge angewandt. Dagegen stellte C. A. Gerhard, in welchem Fischer[1]) den anonymen Verfasser einer Abhandlung „Entdeckung einer dem Kreuzstein wesentlichen Entstehungsart der Kreuzfigur" vom Jahre 1780 erkannte, zuerst dünne Durchschnitte her, um die Strukturverhältnisse des Chiastolith zu erforschen. Da aber die Durchschnitte Gerhards nicht zur Untersuchung im durchfallenden Lichte bestimmt waren, so bleibt dem Engländer William Nicol, dem Erfinder des nach ihm benannten Calcitprismas, der Ruhm, zuerst eine Methode zur Herstellung von eigentlichen Dünnschliffen behufs Untersuchung im durchfallenden Lichte angegeben zu haben. Dieselbe wurde von Witham in seinen „Observations on fossil vegetables", Edinburgh and London 1831, mitgeteilt.

Eine mächtige Förderung fanden die mikroskopischen Mineralstudien besonders auf dem Gebiete der Krystallstruktur durch eine Reihe wichtiger

1) H. Fischer, Kritische, mikroskopisch-mineralogische Studien. Freiburg i. Br. 1871. I. Fortsetzung p. 62.

Arbeiten von David Brewster, welche in dem Zeitraum von 1813 bis 1845 erschienen. Neben den Strukturverhältnissen der Mineralien in ihren Beziehungen zu den optischen Erscheinungen zogen ganz besonders die Flüssigkeitseinschlüsse seine Aufmerksamkeit an. Die grosse Bedeutung derselben für die Anschauungen über Mineralbildung entging Brewster keineswegs, und er zog aus seinen Beobachtungen am Topas, Beryll, Smaragd etc. die weitgehendsten Schlüsse. Ebenso beteiligten sich in England William Nicol und Humphrey Davy lebhaftest an solchen Studien. Brewster bereicherte aber nicht nur die Wissenschaft durch spezielle Untersuchungen, sondern förderte sie auch ganz besonders durch die Angabe neuer Methoden und neuer Instrumente; so zeigte er die Vorteile der Beobachtung im polarisierten Lichte für gewisse Fälle und gab ein Mittel zur Messung von Krystallwinkeln unter dem Mikroskope an.

Auch in Deutschland fand gleichzeitig das Mikroskop immer weitere Verwendung bei mineralogischen Untersuchungen. Zincken wandte dasselbe bereits 1820 zu Gesteinsuntersuchungen an und bedauerte seine zu spärliche Benutzung. Es beschäftigte sich C. G. Ehrenberg neben seinen epochemachenden Arbeiten über den organischen Ursprung mancher Mineralkörper auch mit mikroskopischen Untersuchungen über Krystallgenese und Krystallstruktur; ein Gebiet, auf welchem noch besonders die Arbeiten von H. F. Link und Frankenheim hervorzuheben sind. Ueber die Krystallisationsanfänge in glasig erstarrten Schmelzflüssen machte Splitgerber mikroskopische Forschungen, während wir G. Rose, Th. Scheerer, G. Jenzsch, A. Knop und G. vom Rath, Deiters u. A. eine Reihe höchst wichtiger mikroskopischer Untersuchungen an natürlich vorkommenden Mineralien und Gesteinen verdanken.

Immerhin aber wurde bis zu diesem Zeitpunkte das Mikroskop nur gelegentlich zu mineralogischen Forschungen verwendet; meistens waren es ungewohnte Erscheinungen an den Mineralien, welche man so studierte, wenngleich ein grosser Teil dieser scheinbaren Abnormitäten wegen beständiger Wiederholung unter gleichen Verhältnissen uns heute durchaus normal erscheinen muss. Eine systematische Verwendung des Mikroskopes wurde erst ermöglicht durch die Arbeiten von Henry Clifton Sorby, zumal durch dessen Abhandlung „On the microscopical structure of crystals, indicating the origin of minerals and rocks“ [1]). — In Deutschland war es besonders Ferdinand Zirkel, dessen „Mikroskopische Gesteinsstudien“ [2]) für die bleibende Einführung des Mikroskopes in die mineralogischen Disziplinen von höchster Bedeutung wurden. In rascher

1) Q. J. G. S. 14. 1858. 453—500; s. auch N. J. 1861. 769—771. Schon sieben Jahre vor Sorbys Publikation hat ein Deutscher mit Namen Oschatz Dünnschliffe von Mineralien und Gesteinen hergestellt und auf ihre Wichtigkeit zum Studium der Gesteinsstruktur hingewiesen; er blieb aber unbeachtet. Vergl. Z. D. G. G. 4. 1852. 13. 6. 1854. 266. 7. 1855. 5. 8. 1856. 308. 314. 534. — N. J. 1856. 50. 1857. 720. — W. B. Carpenter, The Microscope, 7. Aufl. London 1891. 990.

2) S. W. A. 47. 1863. 226—270.

Folge veröffentlichte dieser hochverdiente Forscher eine Reihe von Arbeiten über mannichfache Gesteinsfamilien und Mineralspezies. Mit gleichem Erfolge wandte sich Hermann Vogelsang, den ein allzufrüher Tod schon 1874 der Wissenschaft entriss, dem mikroskopischen Studium zu. In einer Abhandlung „Ueber die mikroskopische Struktur der Schlacken und über die Beziehung der Mikrostruktur zur Genesis der krystallinischen Gesteine“ [1]) studierte er die Vorgänge bei der Erstarrung eines schmelzflüssigen Gesteinsmagmas; auch teilte er in seiner „Philosophie der Geologie“, Bonn 1867, einen reichen Schatz mikroskopischer Beobachtungen mit. Später veröffentlichte er eine Reihe Untersuchungen über die ersten Anfänge der krystallinischen Molekulargruppierungen, über die Ursachen des Farbenschillers beim Labrador und über die chemische Natur der in Mineralien eingeschlossenen Flüssigkeiten, welche die bedeutendsten Resultate ergeben haben.

Im Jahre 1869 zeigte Gustav Tschermak an einem Beispiele [2]), mit welchem Vorteile man sich der optischen Eigenschaften der Mineralkörper zu ihrer Unterscheidung bedienen könne, und in der ersten Auflage dieses Buches (1873) versuchte H. Rosenbusch in konsequenter Durchführung, unter gleichzeitiger Adaptierung des Mikroskopes zu solchen Zwecken, die Erscheinungen, welche die Mineralien im parallelen polarisierten Lichte geben, zu ihrer Bestimmung zu verwerten. Eine, auch grösseren Anforderungen an Genauigkeit entsprechende Form des zu mineralogisch-petrographischen Untersuchungen bestimmten Mikroskopes teilte Rosenbusch [3]) 1876 mit. Bald darauf zeigten E. Bertrand [4]), G. W. Hawes [5]), C. Klein [6]) und A. von Lasaulx [7]) ziemlich gleichzeitig und nahezu unabhängig von einander, wie man sich des Mikroskopes auch bei der Methode der Beobachtung im konvergent polarisierten Lichte bedienen könne.

Seit dieser Zeit, und besonders in dem letzten Jahrzehnt, hat das zu petrographischen Untersuchungen dienende Mikroskop ganz bedeutende Vervollkommnungen erfahren, an denen aber so viele Autoren mitwirkten, dass es in dieser kurzen historischen Einleitung nicht angebracht erscheint, einzelne Namen zu nennen. In den Kapiteln über Untersuchungsmethoden sind hierüber genauere Angaben zu finden.

Auch das dem Mikroskop beigegebene Hülfsinstrumentarium ist ganz

---

1) Pogg. Ann. **21**. 1864. 101—124.

2) Mikroskopische Unterscheidung der Mineralien aus der Augit-, Amphibol- und Biotit-Gruppe. S. W. A. **60**. 1870. 5—16.

3) Ein neues Mikroskop für mineralogische und petrographische Untersuchungen. N. J. 1876. 504.

4) De l'application du microscope à l'étude de la minéralogie. Bull. Soc. Min. Fr. **1**. 1878. 22.

5) Briefliche Mitteilung an H. Rosenbusch vom 20. Nov. 1877; vergl. C. Klein, S. B. A. 1893. 222. Anm. 4.

6) Ueber den Feldspat im Basalt vom Hohen Hagen bei Göttingen etc. Nachrichten K. Ges. Wiss. Göttingen 1878. 449—466.

7) Ueber die Verwendung des Mikroskopes als Polarisations-Instrument im konvergenten Lichte und ein neues Mikroskop zu mineralogischen Zwecken. N. J. 1878. 377.

wesentlich bereichert worden. Die Hauptveranlassung hierzu gab die als Universal- oder Theodolitmethode bezeichnete Art der mikroskopischen Untersuchung, die von J. L. C. Schroeder van der Kolk und E. v. Fedorow im Jahre 1892 begründet worden ist[1]) und die eine weitgehende Ermittlung der optischen Konstanten auch an mikroskopischen Präparaten ermöglicht. Nur die Erforschung der Absorptionserscheinungen ist in der Entwicklung stehen geblieben und das gleiche gilt von Wärme und Magnetismus. Ueber das elektrische Leitungsvermögen der Mineralien hat F. Beyerinck 1897[2]) und über spektralanalytisches Verhalten de Gramont 1895[3]) grössere Untersuchungen angestellt.

Wie sich die chemische Untersuchung auf zweckmässige Weise mit der mikroskopischen verbinden lässt, hatte P. Harting schon 1848 in seinem Werk „Het Mikroskop" angegeben, wo im zweiten Band S. 168 ff. der deutschen Ausgabe von 1866 vorzügliche Abbildungen von Kieselfluornatrium, Gyps, phosphorsaurer Ammoniakmagnesia etc. zu finden sind. Auf diese in weiteren Kreisen in Vergessenheit geratenen Untersuchungen hatte Herr Schroeder van der Kolk die Güte, den Verfasser aufmerksam zu machen. 1871 passte H. Rosenbusch die Methoden der qualitativen Analyse der mikroskopischen Untersuchung an[4]), worauf 1877 Em. Bořicky[5]) die chemischen Methoden in sehr allgemein anwendbarer Form und mit überraschend schönem Erfolg in die mikroskopische Mineralbestimmung einführte, und H. Behrens, A. Streng, K. Haushofer[6]) u. A. diese zu einer eigenen Methode der Krystallanalyse erweiterten und vervollständigten.

Die Schwierigkeiten, welche einer konsequenten Anwendung der chemischen Methode zur Bestimmung der Gesteinsgemengteile durch das feine Korn der Felsarten bereitet werden, konnten nur durch Auffindung neuer mechanischer Trennungsmethoden überwunden werden. F. Fouqué fügte den alten Schlämmmethoden die Sonderung der Gesteinsgemengteile vermittelst eines starken Elektromagneten und zweckentsprechender Verwendung der Flusssäure (1873) hinzu. J. Thoulet (1879) zeigte, wie man auch bei geringen Unterschieden im spezifischen Gewicht die

---

1) Schroeder v. d. Kolk, Ueber die Vorteile schiefer Beleuchtung bei der Untersuchung von Dünnschliffen im parallelen polarisierten Licht. Zeitschr. f. wiss. Mikroskopie. 8. 1892. 456—468. — v. Fedorow, Eine neue Methode der optischen Untersuchung von Krystallplatten in parallelem Licht. T. M. P. M. 12. 1891. 505—509. Die v. Fedorowsche Arbeit befindet sich zwar in dem seit 1891 herausgegebenen Band der Tschermakschen Zeitschrift, scheint aber nach der Datierung der vor- und nachstehenden Aufsätze in der zweiten Hälfte von 1892 gedruckt zu sein. Schr. v. d. Kolks Aufsatz ist vom 1. Januar 1902.

2) N. J. B. B. 11. 1897/98. 403—474.

3) Bull. Soc. Min. Fr. 18. 1895. 171—373.

4) N. J. 1871. 914—918.

5) Elemente einer neuen chem.-mikroskopischen Mineral- und Gesteinsanalyse. Prag 1877.

6) In verschiedenen Arbeiten, die in § 240 bei Besprechung der Mikroreaktionen Erwähnung finden.

Mineralkörner in einer Kaliumquecksilberjodidlösung trennen könne, deren Dichte durch Wasserzusatz jeden Wert zwischen 1 und 2.77 erhalten konnte. V. Goldschmidt (1880) vermochte die Eigenschwere der genannten Lösung bis über 3.1 zu erhöhen. R. Bréon (1880), Daniel Klein (1881), C. Rohrbach (1883), R. Brauns (1888) und J. W. Retgers (1889—1893) lehrten weitere schmelzflüssige und wässrige Lösungen von noch höherem spezifischem Gewicht kennen, welche das Kaliumquecksilberjodid teils zu ergänzen, teils ganz zu ersetzen geeignet scheinen. 1895 schlug Schroeder v. d. Kolk das Bromoform, 1898 Muthmann das Acetylentetrabromid als zweckmässige Scheideflüssigkeit vor. Die Methode selbst hat im letzten Jahrzehnt keine wesentlichen Verbesserungen erfahren[1]; indessen darf konstatiert werden, dass sie auch von anderen Forscherkreisen allmählich in ihrer Vorzüglichkeit erkannt wird.

Die überraschend reichhaltigen Resultate, welche man durch die Anwendung der mikroskopischen Methoden gewann, haben denselben rasch in allen Ländern, wo mineralogische Wissenschaft getrieben wird, eine grosse Anzahl von Anhängern verschafft, deren Namen aufzuführen ausserhalb der Zwecke dieser skizzenhaften Geschichte der Einführung des Mikroskopes in die mineralogisch-petrographischen Studien liegt. Hier sollte nur gezeigt werden, wie sich allmählich die mikroskopische Methodik entwickelt hat. Gewiss ist es ein gutes Zeichen der Zeit, dass auch in dem letzten Jahrzehnt die mikroskopisch-mineralogischen Untersuchungen sich nicht nur durch Inangriffnahme immer neuer Felder in die Breite, sondern auch durch stete Vervollkommnung der Untersuchungsmittel und Forschungsmethoden in die Tiefe entwickelt haben. Diese steten Bemühungen um Vervollkommnung der Methodik verbürgen eine wahrhaft wissenschaftliche Entfaltung der mikroskopisch-mineralogischen Forschungen.

**3. Gliederung des Stoffes im allgemeinen Teil.** Im allgemeinen Teil ist versucht worden, den Gedanken, den Rosenbusch schon 1873[2] aussprach, der Verwirklichung näher zu führen, nämlich eine mikroskopische Diagnose der Mineralien mit Benutzung aller der makroskopischen Mineralogie zu Gebote stehenden Hülfsmittel zu ermöglichen. Allerdings ist hiermit der Rahmen einer „Physiographie“ weit überschritten, aber nicht zum Schaden der Entwicklung der Petrographie, die ohne messende und rechnende Beobachtung leicht zur Verflachung und zum Handwerk hätte führen können. Dass es sich bei diesen der makroskopischen Mineralogie entlehnten Methoden an erster Stelle um die physikalischen und chemischen und dann erst um die morphologischen Eigenschaften handelt, liegt in dem Wesen der mikroskopischen Beobachtung, die hauptsächlich an Dünnschliffen, also an Präparaten angestellt wird, an denen die Gestalt der Mineralien meistens in verkümmerter Form auf-

1) Genauere Literaturangaben finden sich in § 20 und 21, § 229—236.
2) N. J. 1873. 62.

tritt; und dass ferner in der Physik der Mineralien die Optik eine besondere Rolle spielt, ist eben so unmittelbar verständlich. Da nun die Optik der Krystalle mit zu den schwierigsten Disziplinen der Physik gehört, die physikalischen Lehrbücher kein Verständnis ermöglichen und selbst die grösseren Handbücher nicht allen unseren Wünschen genügen, so war es geboten, die unseren Zwecken dienenden Kapitel aus der Physik ziemlich eingehend abzuhandeln. Bei dem hierdurch bedingten Umfang des physikalischen Teils schien es zweckmässig, die Vorstellungen über die theoretischen Grundlagen der Krystalloptik von der Praxis der optischen Untersuchungsmethoden zu trennen. In dem ersten Abschnitt der optischen Abteilung ist eine ziemlich vollständige Ableitung der Grundvorstellungen über die Ausbreitung des Lichtes in den verschiedenen Medien gegeben; in einem zweiten Abschnitt findet sich manches über die Herstellung der Präparate; in einem dritten einiges aus der geometrischen Optik und über fundamentale Linsenkombinationen, das zum Verständnis des vierten Abschnittes über Instrumente unerlässlich ist. In einem fünften Abschnitt dieser optischen Abteilung sind dann die Erscheinungen, welche überhaupt bei der optischen Untersuchung der Mineralien auftreten und nicht nur mittelst des Mikroskops beobachtet werden, erklärt, und ihre Wichtigkeit für die Diagnose hervorgehoben worden.

So kam die Gliederung des Stoffes folgendermassen zur Durchführung:

Erste Abteilung: Graphische und rechnerische Hülfsmittel.
Zweite Abteilung: Eigenschaften der Kohäsion und der Schwere.
Dritte Abteilung: Optische Eigenschaften.
- Erster Abschnitt: Theoretische Grundvorstellungen.
- Zweiter Abschnitt: Herstellung der Präparate.
- Dritter Abschnitt: Einiges aus der geometrischen Optik und über fundamentale Linsenkombinationen.
- Vierter Abschnitt: Instrumente zur optischen Untersuchung der Mineralien.
- Fünfter Abschnitt: Optische Erscheinungen.

Vierte Abteilung: Morphologische Eigenschaften.
Fünfte Abteilung: Chemische Eigenschaften.

Für weitere Einzelheiten sei auf das Inhaltsverzeichnis verwiesen.

## Erste Abteilung.

# Graphische und rechnerische Hülfsmittel.

**4. Ueber Projektion im allgemeinen.** Bei dem Studium der Krystalle ist die Aufdeckung der in vielen Fällen scheinbar so verworrenen und schliesslich doch so ausserordentlich gesetzmässigen Beziehungen zwischen physikalischen, chemischen und morphologischen Eigenschaften von höchster Bedeutung. So spielen bei den mikroskopischen Diagnosen nicht nur die Dimensionen der optischen Bezugsflächen (Strahlenflächen, Wellenflächen u. s. w.), sondern auch ihre Orientierungen im Krystallgebäude eine grosse Rolle. Diese Orientierung lässt sich in vielen Fällen in einer ebenen Zeichnung darstellen, in anderen Fällen ist zu ihrer Erforschung eine Fixierung der in Frage kommenden Richtungen — die immer als ein in einem Punkte sich schneidendes Büschel von geraden Linien darzustellen sind — im Raume unumgänglich notwendig. Zwar gibt uns die analytische Geometrie des Raumes hierfür durchaus sichere Methoden an, doch ist es besonders unmathematischen Naturen hoch erwünscht, ein konkretes Bild von jenen Linienbüscheln zu erhalten, was am unmittelbarsten durch die Herstellung eines Modells oder einer möglichst plastisch erscheinenden Zeichnung geschieht. Das erstere Verfahren ist zu umständlich, das letztere — wie etwa die Anfertigung eines parallelperspektivischen Bildes — ebenfalls nicht gerade einfach, dann aber auch, wegen der starken Verzerrung der Linien in verschiedenen Richtungen, nicht vollkommen einwandfrei. Während hier Linien, die parallel vor dem Beschauer vorbeilaufen, in ihrer wirklichen Lage und Länge erscheinen, zeigen andere eine mehr oder weniger starke, bis zum Punkte herabsinkende Verkürzung, so dass man eine ganz falsche Vorstellung von der wirklichen Lage dieser Linien im Raume erhalten kann. Um nun diesen Täuschungen nicht ausgesetzt zu sein, hat man zur ebenen Darstellung räumlicher Gebilde, ein von der perspektivischen Zeichnung gänzlich abweichendes Verfahren erfunden, das man im allgemeinen als Projektion bezeichnet.

Für die hier in Betracht kommenden Gebilde (Linienbüschel) und deren Projektion kann der Sternenhimmel als Vorbild genommen

werden. Alle Sterne werden auf einer Kugel liegend gedacht und jeder Stern fixiert die vom Auge des Beschauers zu ihm gezogene Richtung. Aufgabe der Projektion ist es alsdann, diese mit Sternen besäte Kugel in einer Ebene abzubilden.

Das Vorhandensein zahlreicher Projektionsmethoden der Erdkarten, die schliesslich auch nichts anderes als die Abbildungen einer Anzahl von Punkten auf einer Kugeloberfläche sind, lässt schon vermuten, dass jene Abbildung auf sehr mannigfache Weise geschehen kann.

Denkt man sich die obere Hälfte einer Kugel mit den abzubildenden Punkten besät, so erhält man hiervon die orthographische (oder Parallel-) Projektion, wenn das Auge tief unten in unendlicher Entfernung liegt und die durch die einzelnen Punkte gehenden Sehlinien bis zu einer durch den höchsten Punkt der Kugel gehenden Horizontalebene verlängert werden. Die Durchstichspunkte der Sehlinien durch diese horizontale Zeichenebene stellen die Projektion dar. Bei der externen Projektion liegt der Augenpunkt nicht in der Unendlichkeit sondern nur wenig unterhalb des tiefsten Punktes, also ausserhalb der Kugel, bei der gnomonischen (oder Zentral-) Projektion fällt er in den Mittelpunkt der Kugel, die Zeichenebene liegt wie bei der zuerst erwähnten Projektion. Von der stereographischen Projektion wird bald ausführlicher zu reden sein. Vergleichbare Abbildungen der Erdoberfläche, nach verschiedenen Methoden hergestellt, finden sich in dem ausgezeichneten Schulatlas Sydow-Wagner. 9. Aufl. 1901, Karte 4; Literatur in S. Günthers Geophysik, 1897. I. 297.

Das Studium der §§ 5—7 stellt einige Anforderungen an das räumliche Vorstellungsvermögen, die aber mit dem Eindringen in die Materie bald geringer werden und wegen der ausserordentlichen Vorteile, die diese Zeichenmethode bei allen krystalloptischen Untersuchungen mit sich bringt, nicht zu sehr gefürchtet werden sollten. Zur Erleichterung sind verschiedentlich Modelle konstruiert worden, z. B. von Buchanan[1]) und Al. Schmidt[2]); auch bringt das rheinische Mineralienkontor von Dr. F. Krantz in Bonn Modelle nach H. Lenk und J. Beckenkamp in den Handel[3]). Uebrigens leistet eine einfache schwarze Holzkugel von etwa 20 cm Durchmesser, auf der man mit Kreide zeichnen kann, und die man zur Verhinderung des Rollens auf eine kleine Holzschüssel setzt, mir schon seit zwölf Jahren sehr gute Dienste.

**5. Die stereographische Projektion** wird in folgender Weise hergestellt. Die Kugel, auf welcher die abzubildenden Punkte, also die Durchstichspunkte der von ihrem Mittelpunkt ausgehenden Richtungen, liegen, werde von einer durch ihren Mittelpunkt gehenden horizontalen Ebene geschnitten. Diese Ebene ist die **Zeichenebene**, ihre kreisförmige Begrenzung der **Grundkreis**. Denkt man sich nun das Auge des Beschauers in den tiefsten Punkt der Kugel gelegt, so erscheinen diesem Auge die Gebilde auf der Kugeloberfläche in einer Form, welche als stereographische

1) Phil. Mag. **40**. 1895. 153; Ref. Z. X. **28**. 1897. 223.
2) Földtani Közlöny **28**. 1898. 247—257; Ref. Z. X. **32**. 1900. 620.
3) Krantzscher Katalog 1 b. 67—69.

oder zuweilen auch als Millersche Projektion bezeichnet wird. Der Ort dieser Projektion soll die obige Zeichenebene sein. Die Projektion eines jeden Punktes auf der Kugeloberfläche ist also der Durchstichspunkt der vom Auge nach dem Punkte gezogenen Sehlinie. Alle Punkte, welche auf der oberhälftigen Kugel liegen, haben ihre Projektion innerhalb, alle Punkte auf der unteren Hälfte der Kugel haben ihre Projektion ausserhalb des Grundkreises.

Unsere stereographische Projektion hat zwei grosse Vorzüge:

1. Alle Kreise auf der Kugeloberfläche erscheinen auch wieder als Kreise oder im Grenzfall als gerade Linien im Projektionsbilde und stellen sich nicht, wie man vielleicht glauben könnte, als Ellipsen dar. Der Beweis ist bei E. Reusch, Die stereogr. Projektion, Leipzig 1881, S. 4 oder bei A. Březina, Methodik der Krystallbestimmung, Wien 1884, S. 162, zu finden[1]).
2. Der Winkel, unter dem zwei Kurven auf der Kugeloberfläche sich schneiden, wird unverzerrt abgebildet, d. h. die Projektion ist winkeltreu.

Man unterscheidet auf der Kugeloberfläche **Grosskreise**, deren Ebenen durch den Kugelmittelpunkt gehen und deren Projektionen den Grundkreis in den beiden Enden eines Durchmessers schneiden; ferner **Kleinkreise**, deren Ebenen die Kugel nicht im Mittelpunkt treffen, sondern einen unsymmetrischen Schnitt durch die Kugel darstellen. Als **Pol** und **Gegenpol** eines Grosskreises werden die beiden Punkte bezeichnet, welche 90° von ihm abstehen. Alle Kreise, sowohl Gross- wie Kleinkreise, deren Ebenen durch den Augenpunkt gehen, müssen in der Projektion als gerade Linien gezeichnet werden, denn jede durch das Auge gehende Ebene erscheint zur Linie verkürzt.

**6. Lehrsatz.** Kleinkreise ($K_1$ und $K_2$, Fig. 1), welche durch die Pole ($P_1$ und $P_2$) von zwei Grosskreisen ($G_1$ und $G_2$) gehen, schneiden auf diesen Grosskreisen von ihren Durchschnittspunkten aus ($S$ und $T$, letzterer auf der hinteren Seite der Kugel) gleiche Stücke ($SV_1$ und $SV_2$, $SW_1$ und $SW_2$) ab.

Der Beweis folgt unmittelbar aus Figur 1, infolge der symmetrischen Anordnung aller Kreise und Pole.

Bei unsymmetrischer Lage zum Beschauer sind die sonst so einfachen Verhältnisse viel schwieriger zu übersehen. Gerade diese unsymmetrische Lage kommt aber in der Projektion ausschliesslich zur Anwendung.

---

1) Sonstige Zusammenstellungen über unsere stereographische Projektion sind u. a. verfasst worden von F. Henrich, Programm des K. Realgymnasiums zu Wiesbaden 1897. — S. L. Penfield, Amer. Journ. 1901; auch Z. X. **35**. 1901. 1—24. Auch als Broschüre erschienen unter dem Titel: The stereographic projection and its possibilities from a graphical standpoint. With 34 figures and 4 plates. New-Haven Conn. 1901. 54 S. Ferner: Amer. Journ. **13**. 1902. 245—275. 347—376. **14**. 1902. 249—284. V. Goldschmidt, Z. X. **30**. 1898. 260—271.

In Fig. 2 ist das in Fig. 1 auf der Kugeloberfläche perspektivisch Dargestellte in Form der stereographischen Projektion wiedergegeben. Von den beiden Grosskreisen ist $G_1$ zum Grundkreis (Aequator) und sein Pol $P_1$ zum Augenpunkt (Südpol) gewählt. $G_1$ liegt also in Fig. 2 in der Zeichenebene und der in Fig. 2 nicht gezeichnete Augenpunkt befindet sich unterhalb des Papiers im Abstand des Kugelradius. Die auf einem Durchmesser liegenden Schnittpunkte $S$ und $T$ der beiden Grosskreise müssen auch in der Projektion Fig. 2 auf einem Durchmesser liegen. $G_2$ stellt hier die Projektion des zweiten Grosskreises dar, dessen Pol in $P_2$ gezeichnet ist. Die beiden Kleinkreise sollen nach

Fig. 1.

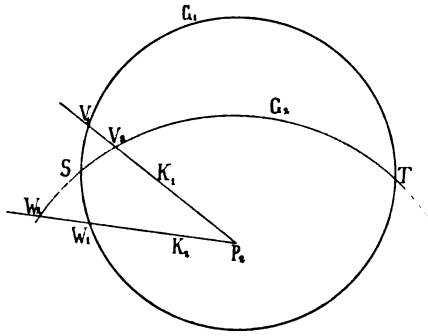



Fig. 2.

dem obigen Lehrsatz (siehe Fig. 1) durch die beiden Pole $P_1$ und $P_2$ gehen, sie müssen also in Fig. 2 einmal durch den sichtbaren Punkt $P_2$ und dann auch durch den unsichtbaren Augenpunkt $P_1$ gehen. Infolge der letzteren Eigenschaft erscheinen sie als gerade Linien $K_1$ und $K_2$, denn jede durch das Auge gehende Ebene erscheint, wie schon bemerkt, zur Linie verkürzt. Diese geraden Linien schneiden nun von den beiden Grosskreisen gleiche Stücke ab. $SV_2$ ist zwar im Bilde wegen der projektiven Verzerrung nicht ebenso lang wie $SV_1$ — die Verzerrung ist nie sehr bedeutend — wir definieren aber, dass ein in der Projektion dargestellter Punkt $V_2$ von $S$ im Winkel ebenso weit absteht wie ein Punkt $V_1$.

### 7. Acht Aufgaben über Projektion.

Aufgabe 1. Gegeben ein Grosskreis oder Zonenkreis, gesucht der dazu gehörige Pol und Gegenpol.

Auflösung: Die gesuchten Punkte sollen von allen Punkten des gegebenen Grosskreises um 90° abstehen, sie liegen daher auf der in symmetrischer Stellung befindlichen Linie $a\,b$ (Fig. 3) und stehen um 90° vom Punkte $V_1$ ab. Man ziehe den als gerade Linie erscheinenden Kleinkreis $SV_1R$, trage auf dem Grundkreis $RP_1 = RP_2 = 90°$ ab und ziehe die Linien $SP_1$ und $SP_2$, welche entweder direkt, oder in ihrer Verlängerung die Linie $a\,b$ in den Polen $p_1$ und $p_2$ treffen. Der Beweis folgt aus dem Lehrsatz § 6. Der Kleinkreis $Sp_1P_1$ geht durch die Pole der beiden Grosskreise $ap_1V_1p_2b$ und $SP_2RTP_1$; denn der Pol des

ersteren hier als gerade Linie erscheinenden Grosskreises ist $S$ und der Pol des Grundkreises ist der Augenpunkt, durch welchen ebenfalls der Kleinkreis gehen muss, da er als gerade Linie auftritt. Dieser Kleinkreis schneidet nun auf den Grosskreisen die gleichen Stücke $a p_1$ und $a P_1$ ab. Ein anderer Kleinkreis $S V_1 R$ schneidet von $a$ aus die einander gleichen Stücke $a V_1$ und $a R$ ab, so dass also auch $V_1 p_1 = R P_1$ ist und, da der letztere Bogen nach Konstruktion 90° beträgt, auch $V_1 p_1$ diesem Winkel entspricht.

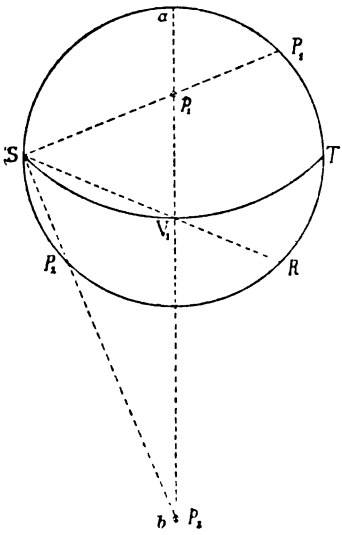


Fig. 3.

Aufgabe 2. Gegeben ein Pol, gesucht der dazu gehörige Zonenkreis.

Zur Auflösung verbindet man den Pol $p$ (Fig. 4) mit dem Mittelpunkt $O$ des Grundkreises und sucht, nach passender Verlängerung dieser Linie, mit Umkehrung der vorigen Lösung und immer unter Anwendung des einzigen Lehrsatzes (§ 6), zwei Punkte $V_1$ und $V_2$, die um 90° von $p$ abstehen. Diese beiden Punkte liegen auf einem Durchmesser des gesuchten Zonenkreises $S V_1 T V_2$, der also dann leicht zu zeichnen ist, indem man mit der halben Entfernung $V_1 V_2$ als Radius von dem Halbierungspunkt der Strecke $V_1 V_2$ aus einen Kreis schlägt. Der Konstruktionsmittelpunkt dieses Kreises fällt mit seinem Pol keineswegs zusammen, wie aus Fig. 4 unmittelbar zu ersehen ist. In vielen Fällen bedarf man nur des innerhalb des Grundkreises liegenden Bogenstücks $S V_1 T$, sucht dann also lediglich den Punkt $V_1$ durch Konstruktion zu finden und erhält durch einfaches Probieren den durch die 3 Punkte $S V_1 T$ gehenden Kreis.

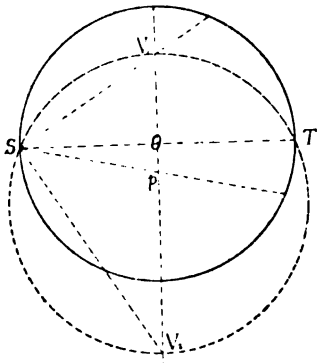


Fig. 4.

Aufgabe 3. Gegeben zwei Punkte, gesucht der Zonenkreis, auf dem sie liegen.

Auflösung: Man bestimmt zunächst den Pol des gesuchten Zonenkreises, indem man von jedem der beiden gegebenen Punkte $p_1$ und $p_2$ (Fig. 5) die Kreise $k_1$ und $k_2$ konstruiert, die um 90° von ihnen abstehen. Der Durchschnittspunkt dieser Kreise ist der Pol $p_3$ des gesuchten Zonenkreises, dessen Konstruktion nach Aufgabe 2 ausgeführt wird.

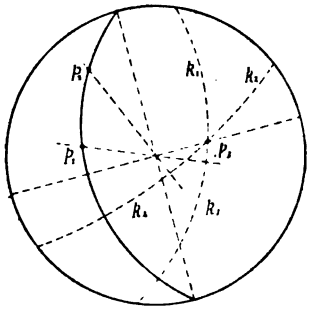


Fig. 5.

Aufgabe 4. Gegeben zwei Punkte, gesucht ihr Winkelabstand.

Auflösung: Man konstruiert zunächst nach Aufgabe 3 den durch beide Punkte gehenden grössten Kreis und zieht darauf gerade Linien durch den Pol dieses Kreises und die beiden gegebenen Punkte. Diese geraden Linien (Kleinkreise, welche auch durch den Augenpunkt, also den Pol des Grundkreises, gehen), schneiden auf dem Grundkreis den gesuchten Winkel ab.

Aufgabe 5. Gegeben ein Punkt auf einem Zonenkreis, gesucht ein anderer Punkt auf diesem Kreis in bestimmtem Abstand vom ersten.

Die Auflösung erfolgt durch Umkehrung der Auflösung von Aufgabe 4.

Aufgabe 6. Gegeben zwei Punkte, gesucht ein dritter Punkt in bestimmten Abständen von den beiden ersten.

Auflösung: Die beiden Punkte seien $p_1$ und $p_2$ (Fig. 6), die Winkel, um welche der dritte Punkt von ihnen absteht, $\alpha_1$ und $\alpha_2$, dann ist der geometrische Ort aller Punkte zu finden, welche von dem ersten Punkt um $\alpha_1$ und von dem zweiten Punkt um $\alpha_2$ abstehen, oder es sind um $p_1$ und $p_2$ Kreise mit den Durchmessern $2\alpha_1$ und $2\alpha_2$ zu konstruieren. Man zieht durch die gegebenen Punkte zwei Durchmesser des Grundkreises und sucht auf diesen Durchmessern diesseits und jenseits $p_1$ und $p_2$ je die Stücke $\alpha_1$ und $\alpha_2$ durch Konstruktion zu finden, indem man nach Aufgabe 1 verfährt, aber keine Winkel von 90°, sondern von der vorgeschriebenen Grösse abträgt. Die Aufgabe hat im allgemeinen zwei Lösungen, da sich zwei Kreise in zwei Punkten schneiden.

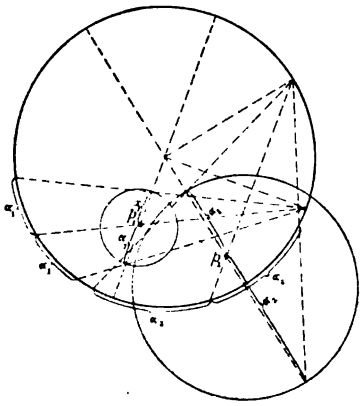


Fig. 6.

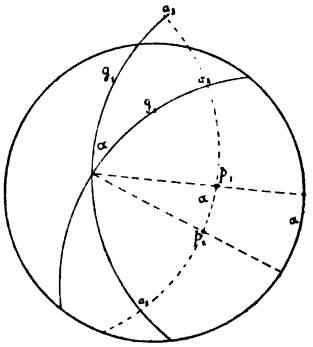


Fig. 7.

Aufgabe 7. Gegeben zwei Zonenkreise, gesucht der Winkel, den sie miteinander bilden.

Auflösung: Der Winkel zweier Zonenkreise $g_1$ und $g_2$ (Fig. 7) ist gleich dem Abstand ihrer Pole $p_1$ und $p_2$. Die Richtigkeit ist mit Hülfe der S. 9 empfohlenen Holzkugel leicht zu erkennen. Es kommt also nur darauf an, diese Pole zu konstruieren und ihren Abstand zu finden, wozu

die Lösungen der Aufgaben 1 und 4 den Weg weisen. Man kann auch den Schnittpunkt der beiden Zonenkreise $g_1$ und $g_2$ als Pol (Nordpol) betrachten, zu welchem der Zonenkreis $a_1\ a_2\ a_3$ (Aequator) zu konstruieren ist, dann schneiden die ersten beiden Zonenkreise (Meridiane) auf diesem dritten Zonenkreis (Aequator) den gesuchten Winkel $2R - a_1a_2 = a_2a_3 = \alpha$ ab, wie auf unserer Erde der Winkel zweier Meridiane auf dem Aequator gemessen wird.

Aufgabe 8. Gegeben ein Punkt auf einem Zonenkreis, gesucht ein anderer Zonenkreis, welcher durch den Punkt geht und mit dem ersten Zonenkreis einen bestimmten Winkel einschliesst.

Die Auflösung folgt unmittelbar durch Umkehrung der Lösung von Aufgabe 7. Sehr häufig begegnet man in der Krystalloptik einem speziellen Fall dieser Aufgabe 8, wenn es sich darum handelt, den Winkel zweier Zonenkreise zu halbieren.

Mit der Lösung dieser acht Aufgaben sind die bei der Herstellung stereographischer Projektionen auftauchenden Fragen beantwortet.

**8. Praktische Zeichenmethoden** zur Herstellung stereographischer Projektionsbilder sind besonders von E. v. Fedorow[1]) und S. L. Penfield[2]), vor allem aber kürzlich — mit Benutzung Penfield'scher Ideen — von Georg Wulff[3]) angegeben worden, der die manchmal etwas umständlichen Konstruktionen zum Auffinden der gewünschten Punkte und Kreise durch einen sehr einfachen und sinnreichen Kunstgriff ausserordentlich erleichtert hat. Wulff benutzt ein in kräftig ausgeführten schwarzen Linien hergestelltes Netz von Meridian- und Breitenkreisen, wie es in der Anlage Taf. XVII zu finden ist. Auf diesem Netz sind die Kreise in je 2° Abstand gezogen, so dass, da das Ganze einen Durchmesser von 20 cm hat, Viertelgrade noch sehr gut zu schätzen sind. Alle Zeichnungen werden auf Pauspapier ausgeführt, durch welches hindurch die Kreise des Netzes gut gesehen werden. Durch die Beweglichkeit der Zeichnung gegen die Netzschablone fallen viele sonst so störend wirkenden Hülfskonstruktionen fort.

Bei Aufgabe 1 bringt man den auf dem Pauspapier gezeichneten Grundkreis von 20 cm Durchmesser mit dem Rand der Netzschablone zur Deckung und nimmt so lange eine konzentrische Drehung vor, bis der ebenfalls auf dem Pauspapier eingezeichnete Grosskreis sich mit einem Meridian deckt. Alsdann sucht man auf dem Aequator den Punkt auf, der um 90° von dem Schnittpunkt von Grosskreis und Aequator absteht.

Bei Aufgabe 2 verfährt man umgekehrt, indem man den gegebenen Punkt auf den Aequator legt und von hier aus 90° weiter schreitend den zugehörigen Meridian findet. Zur Lösung von Aufgabe 3 nimmt man

---

1) Z.X. Bd. **27** (1897), 398.
2) S. Anm. 1 S. 10.
3) Z.X. **36**. 1902. S. 14—18.

mit dem Pauspapier so lange eine konzentrische Drehung vor, bis die beiden gegebenen Punkte auf ein und demselben Meridian liegen. Der Winkel zwischen den beiden Punkten (Aufgabe 4) wird unmittelbar auf dem Meridian abgelesen. Ebenso einfach erfolgt die Lösung von Aufgabe 5.

Zur Lösung von Aufgabe 6 sind Kleinkreise in gegebenen Abständen von gewissen Punkten zu ziehen. Am besten legt man einen der gegebenen Punkte auf den Aequator und trägt rechts und links den gewünschten Winkelabstand, den wir in Figur 6 in dem einen Falle $\alpha_1$ genannt haben, ab, dann ist die auf dem Netz abzugreifende Strecke $^1/_2(\alpha_1+\alpha_1)$ der Radius, mit welchem der gesuchte Kleinkreis um den gegebenen Punkt $p_1$ geschlagen wird. Will man die Benutzung eines Zirkels vermeiden, so kann man beliebig viele andere Punkte dieses Kleinkreises finden, indem man den gegebenen Punkt — immer unter konzentrischer Drehung der Pause gegen das Netz — auf beliebige Meridiane legt und dann auf diesen Meridianen diesseits und jenseits des Punktes $\alpha_1$ Grade abträgt.

Bei Aufgabe 7 bringt man nacheinander jeden Zonenkreis mit einem Meridian zur Deckung und findet so nach Lösung 1 die beiden Pole, deren Abstand sich wie bei Aufgabe 4 ergibt.

Bei Aufgabe 8 zeichnet man zuerst einen von dem gegebenen Punkt um 90° abstehenden Grosskreis, trägt auf diesem von seinem Schnittpunkt mit dem gegebenen Zonenkreis aus den vorgeschriebenen Winkel ab und legt den Endpunkt und den gegebenen Punkt auf einen Meridian, der dann den gesuchten Kreis darstellt.

Handelt es sich um die Halbierung des Winkels zweier Zonenkreise, so trägt man vom gemeinschaftlichen Durchschnittspunkt aus auf jedem Zonenkreis 90° ab. Der Zonenkreis, der durch diese beiden letzteren Punkte geht, wird auf Grund der durch die Breitenkreise gegebenen Teilungen halbiert und der Halbierungspunkt durch einen Zonenkreis mit dem ersten Durchschnittspunkt verbunden (s. auch § 65, bei Fresnelscher Konstruktion).

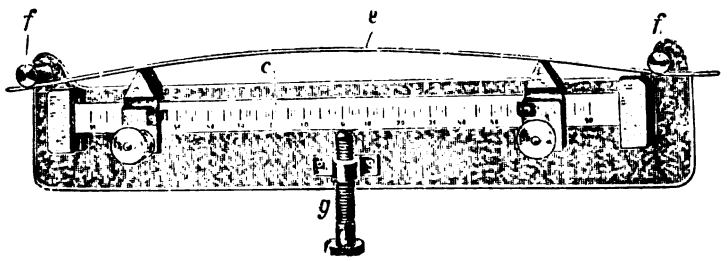


Fig. 8.

Will man sich mit einer, nach dem Wulffschen Verfahren übrigens sehr genau auszuführenden Freihand-Skizze nicht begnügen, sondern die verschiedenen Bögen exakt ausziehen, so hat dies bei flachen Bögen einige Schwierigkeit, weil häufig Radien von $^1/_2$ m und mehr vor-

kommen. In solchen Fällen kann man sich mit Vorteil eines Zeichenapparates bedienen, welchen v. Fedorow nach einer Angabe G. Wulffs ausführte und als Kreislineal bezeichnet. Dieses Lineal, in Fig. 8 in der Fuessschen Ausführung abgebildet, besteht aus einem etwa 30 cm langen Stahlstreifen *e*, der durch zwei Schneiden $dd_1$ gegen zwei Widerlager $ff_1$ gedrückt und bei Vorwärtsbewegung der Schneiden vermittelst der Schraube *g* in eine sehr annähernd kreisförmige Gestalt gebogen wird[1]).

**9. Graphische und trigonometrische Berechnung.** Die in § 7 aufgeführten acht Aufgaben führen zur Konstruktion jedes durch drei Stücke gegebenen sphärischen Dreiecks. Es sind sechs verschiedene Lösungen erforderlich, jenachdem gegeben sind:

1) Drei Seiten a, b, c.
2) Drei Winkel α, β, γ.
3) Eine Seite und die anliegenden Winkel c, α, β.
4) Ein Winkel und die anliegenden Seiten γ, a, b.
5) Zwei Seiten und ein gegenüber liegender Winkel a, b, α.
6) Zwei Winkel und eine gegenüber liegende Seite α, β, a.

Die konstruktiven Lösungen von 1) 3) 4) bieten wohl nach dem auf S. 11—14 Gesagten keine Schwierigkeiten.

Bei Fall 2) legt man einen Grosskreis (Seite b) unter dem Winkel α an den Grundkreis (Seite c) und hat dann einen Grosskreis (Seite a) so zu konstruieren, dass er den Grundkreis c unter dem Winkel β, den Grosskreis b unter dem Winkel γ trifft. Zur Lösung sucht man den Pol dieses Grosskreises a, der um β (oder 180—β) vom Pol des Grundkreises c (Mittelpunkt der Zeichnung) und um γ (oder 180—γ) vom Pol des Grosskreises b absteht.

Bei Fall 5) legt man die Seite b unter dem Winkel α gegen den Grundkreis und findet mittelst der Wulffschen Schablone dann leicht die Lage der ihrer Länge nach bekannten Seite a. Man kann auch mit Penfield die Seite b auf den Grundkreis legen und an das eine Ende die Seite c von unbekannter Länge unter dem Winkel α antragen und um das andere Ende einen Kleinkreis im Abstand a konstruieren; wo dieser Kreis die Seite c schneidet, liegt der Scheitel des Winkels β (a>b eine Lösung, a<b zwei Lösungen).

Bei Fall 6) legt man die Seite a auf den Grundkreis und trägt an das eine Ende den Winkel β an. Die hierdurch der Lage (nicht der Länge) nach bekannte Seite c soll von einem durch das andere Ende von a gehenden Grosskreis unter α geschnitten werden. Auch hier konstruiert man wie bei Fall 2) den Pol des gesuchten Kreises. Man verbindet das freie Ende von a mit dem Mittelpunkt der Zeichnung und zieht senkrecht auf diesen Radius einen Durchmesser. Auf diesem Durchmesser liegen die Pole aller durch das Ende von a gehenden Gross-

1) Z.X. 21. 1893, 618. N. J. 1898. II. 74.

kreise. Der Pol des gesuchten Grosskreises liegt ausserdem um den Winkel α (oder 180—α) vom Pol des Grosskreises c entfernt.

Schon das diesem Werk beigegebene, auf masshaltigem Papier gedruckte Wulffsche Netz erlaubt eine Genauigkeit in der Herstellung der Zeichnung, die zur Ermittlung vieler optischer Verhältnisse genügt, besonders wenn man nicht das einfache Pausverfahren anwendet, sondern mit Hülfe eines Dreispitzzirkels die gesuchten Punkte aus der Schablone auf gutes Zeichenpapier überträgt[1]). Sicherlich würde man hier mit einer auf Metall ausgeführten Wulffschen Schablone von 20 cm Durchmesser schon sehr weitgehenden Anforderungen genügen, wie dies übrigens auch schon mit den von Penfield[2]) angegebenen Hülfsmitteln für Grundkreise von 14 cm möglich ist. Dennoch wird es in vielen Fällen nicht zu umgehen sein, die trigonometrische Berechnung auszuführen; deswegen möge das trigonometrische Rüstzeug für solche Arbeiten hier zusammengestellt werden. Die vollständige Durchrechnung eines Beispiels aus dem triklinen System findet sich in Březinas Methodik der Krystallbestimmung, Wien 1884.

**10. Formeln.** In einem rechtwinkligen ebenen Dreieck (Fig. 9) ist

$$\sin\alpha = \frac{a}{b};\ \cos\alpha = \frac{c}{b};\ \mathrm{tg}\,\alpha = \frac{a}{c};\ \mathrm{cotg}\,\alpha = \frac{c}{a};$$

da nun

$$a^2 + c^2 = b^2 \text{ ist, so folgt:}$$
$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1.$$

Hieraus erhält man folgende Beziehungen der Funktionen untereinander:

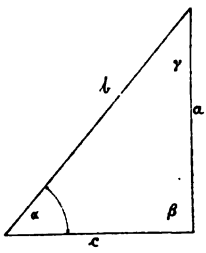


Fig. 9.

| | sin | cos | tg | cotg |
|---|---|---|---|---|
| $\sin\alpha =$ | $\sin\alpha$ | $\sqrt{1-\cos^2\alpha}$ | $\frac{\mathrm{tg}\,\alpha}{\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\alpha}}$ | $\frac{1}{\sqrt{1+\mathrm{cotg}^2\alpha}}$ |
| $\cos\alpha =$ | $\sqrt{1-\sin^2\alpha}$ | $\cos\alpha$ | $\frac{1}{\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\alpha}}$ | $\frac{\mathrm{cotg}\,\alpha}{\sqrt{1+\mathrm{cotg}^2\alpha}}$ |
| $\mathrm{tg}\,\alpha =$ | $\frac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}$ | $\frac{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\cos\alpha}$ | $\mathrm{tg}\,\alpha$ | $\frac{1}{\mathrm{cotg}\,\alpha}$ |
| $\mathrm{cotg}\,\alpha =$ | $\frac{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}{\sin\alpha}$ | $\frac{\cos\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}$ | $\frac{1}{\mathrm{tg}\,\alpha}$ | $\mathrm{cotg}\,\alpha$ |

Die Summe oder Differenz zweier Winkel stellt sich durch die einzelnen Winkel folgendermassen dar:

1) Ueber eine Verbesserung des Dreispitzzirkels s. v. Fedorow, Z.X. 37. 1902. 138—142.

2) S. Anm. 1 S. 10.

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta;\ \operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta}{1 \mp \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta;\ \operatorname{cotg}(\alpha \pm \beta) = \frac{-1 \pm \operatorname{cotg}\alpha\operatorname{cotg}\beta}{\operatorname{cotg}\alpha \pm \operatorname{cotg}\beta}.$$

Die Umwandlung der Summe zweier Funktionen in ein Produkt, um sie für die logarithmische Rechnung geeigneter zu machen, geschieht nach den Formeln:

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}.$$

Einige Spezialfälle enthält folgende Tabelle:

| | sin | cos | tg | cotg |
|---|---|---|---|---|
| $0^0$ | $0$ | $+1$ | $0$ | $\infty$ |
| $30^0$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | $\sqrt{3}$ |
| $45^0$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $1$ | $1$ |
| $60^0$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | $\sqrt{3}$ | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ |
| $90^0$ | $1$ | $0$ | $\infty$ | $0$ |
| $180^0$ | $0$ | $-1$ | $0$ | $\infty$ |
| $360^0$ | $0$ | $+1$ | $0$ | $\infty$ |
| $-\alpha$ | $-\sin\alpha$ | $\cos\alpha$ | $-\operatorname{tg}\alpha$ | $-\operatorname{cotg}\alpha$ |
| $90^0+\alpha$ | $\cos\alpha$ | $-\sin\alpha$ | $-\operatorname{cotg}\alpha$ | $-\operatorname{tg}\alpha$ |
| $90^0-\alpha$ | $\cos\alpha$ | $\sin\alpha$ | $\operatorname{cotg}\alpha$ | $\operatorname{tg}\alpha$ |
| $180^0+\alpha$ | $-\sin\alpha$ | $-\cos\alpha$ | $\operatorname{tg}\alpha$ | $\operatorname{cotg}\alpha$ |
| $180^0-\alpha$ | $\sin\alpha$ | $-\cos\alpha$ | $-\operatorname{tg}\alpha$ | $-\operatorname{cotg}\alpha$ |
| $2\alpha$ | $2\sin\alpha\cos\alpha$ | $\cos^2\alpha - \sin^2\alpha$ | $\frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}$ | $\frac{\operatorname{cotg}^2\alpha - 1}{2\operatorname{cotg}\alpha}$ |
| $\frac{\alpha}{2}$ | $\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$ | $\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$ | $\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}$ | $\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}$ |

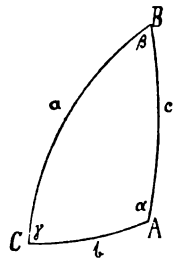


Fig 10.

**11. Die vier Grundgleichungen der sphärischen Trigonometrie.** Wenn in einem sphärischen Dreieck $A\,B\,C$ (Fig. 10) die Seiten mit a, b, c, die gegenüber liegenden Winkel mit $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ bezeichnet werden, so lauten die vier Grundgleichungen der sphärischen Trigonometrie folgendermassen:

1. Sinussatz.

$$\frac{\sin a}{\sin\alpha} = \frac{\sin b}{\sin\beta} = \frac{\sin c}{\sin\gamma}.$$

2. Cosinussatz.

Für die Seiten: $\cos a = \cos b . \cos c + \sin b . \sin c . \cos \alpha$.

Für die Winkel: $\cos \alpha = -\cos \beta . \cos \gamma + \sin \beta . \sin \gamma . \cos a$

3. Gausssche Gleichungen.

$$\sin \frac{\alpha-\beta}{2} \sin \frac{c}{2} = \sin \frac{a-b}{2} \cos \frac{\gamma}{2}$$

$$\cos \frac{\alpha-\beta}{2} \sin \frac{c}{2} = \sin \frac{a+b}{2} \cdot \sin \frac{\gamma}{2}$$

$$\sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos \frac{c}{2} = \cos \frac{a-b}{2} \cos \frac{\gamma}{2}$$

$$\cos \frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos \frac{c}{2} = \cos \frac{a+b}{2} \sin \frac{\gamma}{2}.$$

Oder wenn man setzt

$$\sigma = \frac{\alpha+\beta}{2}; \quad s = \frac{a+b}{2};$$

$$\delta = \frac{\alpha-\beta}{2}; \quad d = \frac{a-b}{2}:$$

$$\sin \delta . \sin \frac{c}{2} = \sin d . \cos \frac{\gamma}{2}$$

$$\cos \delta . \sin \frac{c}{2} = \sin s . \sin \frac{\gamma}{2}$$

$$\sin \sigma . \cos \frac{c}{2} = \cos d . \cos \frac{\gamma}{2}$$

$$\cos \sigma . \cos \frac{c}{2} = \cos s . \sin \frac{\gamma}{2}.$$

4. Napiersche Analogien.

Für die Seiten: $\operatorname{tg} \frac{a-b}{2} = \operatorname{tg} d = \frac{\sin \delta . \sin \frac{c}{2}}{\sin \sigma . \cos \frac{c}{2}}$; $\operatorname{tg} \frac{a+b}{2} = \operatorname{tg} s = \frac{\cos \delta . \sin \frac{c}{2}}{\cos \sigma . \cos \frac{c}{2}}$.

Für die Winkel: $\operatorname{tg} \frac{\alpha-\beta}{2} = \operatorname{tg} \delta = \frac{\sin d . \cos \frac{\gamma}{2}}{\sin s . \sin \frac{\gamma}{2}}$; $\operatorname{tg} \frac{\alpha+\beta}{2} = \operatorname{tg} \sigma = \frac{\cos d . \cos \frac{\gamma}{2}}{\cos s . \sin \frac{\gamma}{2}}$,

wo $\sigma$, $\delta$, s und d die gleiche Bedeutung haben, wie bei den Gaussschen Gleichungen.

**12. Die Auflösung sphärischer Dreiecke.** Bei der Ausrechnung numerischer Werte ist es dringend geboten, sich geradezu pedantisch an bestimmte Schemata, wie deren unten einige angegeben sind, zu gewöhnen. Auch empfiehlt es sich, selbst wenn nur ein unbekanntes Stück gesucht wird, alle drei Stücke zu berechnen, um eine möglichst unabhängige Kontrollrechnung durchführen zu können.

Man bedient sich hier nach dem Muster astronomischer Rechnungen am besten des sog. 5 mm-Papiers und schreibt in jedes Quadrat bis zu drei Zahlen, was für die Uebersicht der Rechnungen zweckmässig ist und sich bei stehender Schrift auch als nicht schwierig erweist. Die folgenden Rechenschemata sind mit kleineren Abänderungen der Methodik der Krystallbestimmung von A. Březina, Wien 1884, entnommen, wo auch S. 181—183 einige weitere nützliche praktische Winke angegeben sind.

## Auflösung schiefwinkliger Dreiecke.

1. Gegeben die drei Seiten a, b, c, gesucht die drei Winkel $\alpha$, $\beta$, $\gamma$.

Aus dem Cosinussatz erhält man $\cos\alpha = \frac{\cos a - \cos b \cdot \cos c}{\sin b \cdot \sin c}$.

Die Formel eignet sich nicht gut zu logarithmischer Rechnung. Vorzuziehen ist:

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{\sin(S-b)\sin(S-c)}{\sin b \cdot \sin c}} \text{ und zur Kontrolle}$$

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{\sin S \cdot \sin(S-a)}{\sin b \cdot \sin c}},$$

$$\text{wo } S = \frac{a+b+c}{2}.$$

Noch zweckmässiger sind, besonders bei Berechnung aller Stücke, die nachstehenden Formeln:

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\operatorname{tg} r}{\sin(S-a)};\quad \operatorname{tg}\frac{\beta}{2} = \frac{\operatorname{tg} r}{\sin(S-b)};\quad \operatorname{tg}\frac{\gamma}{2} = \frac{\operatorname{tg} r}{\sin(S-c)},$$

$$\text{wo } \operatorname{tg} r = \sqrt{\frac{\sin(S-a)\sin(S-b)\cdot\sin(S-c)}{\sin S}} \text{ und wieder } S = \frac{a+b+c}{2}.$$

Ein zu diesen letzten Formeln passendes Rechenschema ist:

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | a | a | S−a | $\log\sin(S-a)$ | $\log\operatorname{tg}\frac{1}{2}\alpha$ | $\frac{\alpha}{2}$ | $\alpha$ | $\log\sin\alpha$ | $\log\sin a$ | $\Delta$ |
| B | b | b | S−b | $\log\sin(S-b)$ | $\log\operatorname{tg}\frac{1}{2}\beta$ | $\frac{\beta}{2}$ | $\beta$ | $\log\sin\beta$ | $\log\sin b$ | $\Delta$ |
| C | c | c | S−c | $\log\sin(S-c)$ | $\log\operatorname{tg}\frac{1}{2}\gamma$ | $\frac{\gamma}{2}$ | $\gamma$ | $\log\sin\gamma$ | $\log\sin c$ | $\Delta$ |
| D | | S | $\log\sin S$ | Summe $\log\sin$ | $\log\operatorname{tg}^2 r$ | $\log\operatorname{tg} r$ | | | | |

Die Kolonnen 1 bis 7 enthalten die Berechnung von $\alpha$, $\beta$ und $\gamma$, 8 bis 10 dienen zur Kontrolle.

Schlüssel: A1, B1, C1; A2, B2, C2; $D2 = \frac{1}{2}(A2+B2+C2)$; A3, B3, C3; Probe $A3+B3+C3=D2$; D3, A4, B4, C4; $D4 = A4+B4+C4$; $D5 = D4-D3$; $D6 = \frac{1}{2}D5$; $A5 = D6-A4$; $B5 = D6-B4$; $C5 = D6-C4$; A6, B6, C6; A7, B7, C7; A8, B8, C8; A9, B9, C9; $A10 = A8-A9$; $B10 = B8-B9$; $C10 = C8-C9$. Probe $A10 = B10 = C10$.

2. Gegeben die drei Winkel $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, gesucht die drei Seiten a, b, c.

$$\operatorname{cotg}\frac{a}{2} = \frac{\operatorname{cotg}\rho}{\cos(\Sigma-\alpha)};\quad \operatorname{cotg}\frac{b}{2} = \frac{\operatorname{cotg}\rho}{\cos(\Sigma-\beta)};\quad \operatorname{cotg}\frac{c}{2} = \frac{\operatorname{cotg}\rho}{\cos(\Sigma-\gamma)}$$

$$\text{wo } \operatorname{cotg}\rho = \sqrt{-\frac{\cos(\Sigma-\alpha)\cdot\cos(\Sigma-\beta)\cdot\cos(\Sigma-\gamma)}{\cos\Sigma}} \text{ und } \Sigma = \frac{\alpha+\beta+\gamma}{2}.$$

Rechenschema:

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | $\alpha$ | $\alpha$ | $\Sigma-\alpha$ | $\log\cos(\Sigma-\alpha)$ | $\log\operatorname{cotg}\frac{a}{2}$ | $\frac{a}{2}$ | a | $\log\sin a$ | $\log\sin\alpha$ | $\Delta$ |
| B | $\beta$ | $\beta$ | $\Sigma-\beta$ | $\log\cos(\Sigma-\beta)$ | $\log\operatorname{cotg}\frac{b}{2}$ | $\frac{b}{2}$ | b | $\log\sin b$ | $\log\sin\beta$ | $\Delta$ |
| C | $\gamma$ | $\gamma$ | $\Sigma-\gamma$ | $\log\cos(\Sigma-\gamma)$ | $\log\operatorname{cotg}\frac{c}{2}$ | $\frac{c}{2}$ | c | $\log\sin c$ | $\log\sin\gamma$ | $\Delta$ |
| D | | $\Sigma$ | $\log\cos\Sigma$ | Summe log cos | $\log\operatorname{cotg}^2\rho$ | $\log\operatorname{cotg}\rho$ | | | | |

Schlüssel wie bei vorigem Schema.

3. Gegeben eine Seite und die anliegenden Winkel c, $\alpha$, $\beta$, gesucht $\gamma$, a, b.

Die beiden Seiten ergeben sich nach den Napierschen Analogien, der dritte Winkel findet sich mittelst der Gaussschen Gleichungen.

$$\operatorname{tg}\frac{a-b}{2}=\operatorname{tg}d=\frac{\sin\delta.\sin\frac{c}{2}}{\sin\sigma.\cos\frac{c}{2}};\quad \operatorname{tg}\frac{a+b}{2}=\operatorname{tg}s=\frac{\cos\delta.\sin\frac{c}{2}}{\cos\sigma.\cos\frac{c}{2}};$$

$$\sin\frac{\gamma}{2}=\frac{\cos\delta\cdot\sin\frac{c}{2}}{\sin s};\quad \cos\frac{\gamma}{2}=\frac{\sin\sigma.\cos\frac{c}{2}}{\cos d};\quad a=s+d;\quad b=s-d.$$

Rechenschema:

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | $\alpha$ | $\alpha$ | $\delta$ | $\log\sin\delta$ | $\log\sin\sigma$ | $\log\left(\sin\delta.\sin\frac{c}{2}\right)$ | $\log\left(\sin\sigma.\cos\frac{c}{2}\right)$ | $\log\operatorname{tg}d$ | d | a |
| B | c | c | $\frac{c}{2}$ | $\log\sin\frac{c}{2}$ | $\log\cos\frac{c}{2}$ | $\log\left(\sin\frac{c}{2}.\cos\delta\right)$ | $\log\left(\cos\frac{c}{2}.\cos\sigma\right)$ | $\log\operatorname{tg}s$ | s | b |
| C | $\beta$ | $\beta$ | $\sigma$ | $\log\cos\delta$ | $\log\cos\sigma$ | $\log\sin s$ | $\log\cos d$ | $\log\sin\frac{\gamma}{2}$ | $\log\cos\frac{\gamma}{2}$ | $\gamma$ |
| D | | | | | | | | $\frac{\gamma}{2}$ | $\frac{\gamma}{2}$ | |

Schlüssel: A1, B1, C1; A2, B2, C2; A3=$^1/_2$(A2−C2); C3=$^1/_2$(A2+C2); Probe A3+C3=A2, C3−A3=C2; B3; A4, C4; A5, C5; B4, B5; A6=A4+B4, B6=B4+C4; A7=A5+B5, B7=B5+C5; A8=A6−A7, B8=B6−B7; A9, C7; B9, C6; C8=B6−C6, C9=A7−C7; A10=B9+A9, B10=B9−A9; C10=D8+D9; Probe D8=D9.

4. Gegeben ein Winkel und die anliegenden Seiten $\gamma$, a, b, gesucht c, $\alpha$, $\beta$.

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2}=\operatorname{tg}\delta=\frac{\sin d.\cos\frac{\gamma}{2}}{\sin s.\sin\frac{\gamma}{2}};\quad \operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta}{2}=\operatorname{tg}\sigma=\frac{\cos d.\cos\frac{\gamma}{2}}{\cos s.\sin\frac{\gamma}{2}}$$

$$\cos\frac{c}{2}=\frac{\cos d.\cos\frac{\gamma}{2}}{\sin\sigma};\quad \sin\frac{c}{2}=\frac{\sin s.\sin\frac{\gamma}{2}}{\cos\delta};\quad \alpha=\sigma+\delta;\quad \beta=\sigma-\delta.$$

## Auflösung schiefwinkliger Dreiecke.

1. Gegeben die drei Seiten a, b, c, gesucht die drei Winkel $\alpha$, $\beta$, $\gamma$.

Aus dem Cosinussatz erhält man $\cos\alpha = \frac{\cos a - \cos b \cdot \cos c}{\sin b \cdot \sin c}$.

Die Formel eignet sich nicht gut zu logarithmischer Rechnung. Vorzuziehen ist:

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{\sin(S-b)\sin(S-c)}{\sin b \cdot \sin c}} \text{ und zur Kontrolle}$$

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{\sin S \cdot \sin(S-a)}{\sin b \cdot \sin c}},$$

$$\text{wo } S = \frac{a+b+c}{2}.$$

Noch zweckmässiger sind, besonders bei Berechnung aller Stücke, die nachstehenden Formeln:

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\operatorname{tg} r}{\sin(S-a)}; \quad \operatorname{tg}\frac{\beta}{2} = \frac{\operatorname{tg} r}{\sin(S-b)}; \quad \operatorname{tg}\frac{\gamma}{2} = \frac{\operatorname{tg} r}{\sin(S-c)},$$

$$\text{wo } \operatorname{tg} r = \sqrt{\frac{\sin(S-a)\sin(S-b)\cdot\sin(S-c)}{\sin S}} \text{ und wieder } S = \frac{a+b+c}{2}.$$

Ein zu diesen letzten Formeln passendes Rechenschema ist:

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | a | a | S−a | log sin(S−a) | log tg $\frac{1}{2}\alpha$ | $\frac{\alpha}{2}$ | $\alpha$ | log sin $\alpha$ | log sin a | $\Delta$ |
| B | b | b | S−b | log sin(S−b) | log tg $\frac{1}{2}\beta$ | $\frac{\beta}{2}$ | $\beta$ | log sin $\beta$ | log sin b | $\Delta$ |
| C | c | c | S−c | log sin(S−c) | log tg $\frac{1}{2}\gamma$ | $\frac{\gamma}{2}$ | $\gamma$ | log sin $\gamma$ | log sin c | $\Delta$ |
| D | | S | log sin S | Summe log sin | log tg²r | log tg r | | | | |

Die Kolonnen 1 bis 7 enthalten die Berechnung von $\alpha$, $\beta$ und $\gamma$, 8 bis 10 dienen zur Kontrolle.

Schlüssel: A1, B1, C1; A2, B2, C2; D2 = ½(A2 + B2 + C2); A3, B3, C3; Probe A3 + B3 + C3 = D2; D3, A4, B4, C4; D4 = A4 + B4 + C4; D5 = D4 − D3; D6 = ½D5; A5 = D6 − A4; B5 = D6 − B4; C5 = D6 − C4; A6, B6, C6; A7, B7, C7; A8, B8, C8; A9, B9, C9; A10 = A8 − A9; B10 = B8 − B9; C10 = C8 − C9. Probe A10 = B10 = C10.

2. Gegeben die drei Winkel $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, gesucht die drei Seiten a, b, c.

$$\operatorname{cotg}\frac{a}{2} = \frac{\operatorname{cotg}\rho}{\cos(\Sigma-\alpha)}; \quad \operatorname{cotg}\frac{b}{2} = \frac{\operatorname{cotg}\rho}{\cos(\Sigma-\beta)}; \quad \operatorname{cotg}\frac{c}{2} = \frac{\operatorname{cotg}\rho}{\cos(\Sigma-\gamma)}$$

$$\text{wo } \operatorname{cotg}\rho = \sqrt{-\frac{\cos(\Sigma-\alpha)\cdot\cos(\Sigma-\beta)\cdot\cos(\Sigma-\gamma)}{\cos\Sigma}} \text{ und } \Sigma = \frac{\alpha+\beta+\gamma}{2}.$$

Rechenschema:

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | $\alpha$ | $\alpha$ | $\Sigma-\alpha$ | $\log\cos(\Sigma-\alpha)$ | $\log\operatorname{cotg}\frac{a}{2}$ | $\frac{a}{2}$ | a | $\log\sin a$ | $\log\sin\alpha$ | $\Delta$ |
| B | $\beta$ | $\beta$ | $\Sigma-\beta$ | $\log\cos(\Sigma-\beta)$ | $\log\operatorname{cotg}\frac{b}{2}$ | $\frac{b}{2}$ | b | $\log\sin b$ | $\log\sin\beta$ | $\Delta$ |
| C | $\gamma$ | $\gamma$ | $\Sigma-\gamma$ | $\log\cos(\Sigma-\gamma)$ | $\log\operatorname{cotg}\frac{c}{2}$ | $\frac{c}{2}$ | c | $\log\sin c$ | $\log\sin\gamma$ | $\Delta$ |
| D | | $\Sigma$ | $\log\cos\Sigma$ | Summe $\log\cos$ | $\log\operatorname{cotg}^2\rho$ | $\log\operatorname{cotg}\rho$ | | | | |

Schlüssel wie bei vorigem Schema.

3. Gegeben eine Seite und die anliegenden Winkel c, $\alpha$, $\beta$, gesucht $\gamma$, a, b.

Die beiden Seiten ergeben sich nach den Napierschen Analogien, der dritte Winkel findet sich mittelst der Gaussschen Gleichungen.

$$\operatorname{tg}\frac{a-b}{2}=\operatorname{tg}d=\frac{\sin\delta\,.\sin\frac{c}{2}}{\sin\sigma\,.\cos\frac{c}{2}};\quad \operatorname{tg}\frac{a+b}{2}=\operatorname{tg}s=\frac{\cos\delta\,.\sin\frac{c}{2}}{\cos\sigma\,.\cos\frac{c}{2}};$$

$$\sin\frac{\gamma}{2}\cdot=\frac{\cos\delta\cdot\sin\frac{c}{2}}{\sin s};\quad \cos\frac{\gamma}{2}=\frac{\sin\sigma\,.\cos\frac{c}{2}}{\cos d};\quad a=s+d;\quad b=s-d.$$

Rechenschema:

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | $\alpha$ | $\alpha$ | $\delta$ | $\log\sin\delta$ | $\log\sin\sigma$ | $\log\left(\sin\delta\,.\sin\frac{c}{2}\right)$ | $\log\left(\sin\sigma\,.\cos\frac{c}{2}\right)$ | $\log\operatorname{tg}d$ | d | a |
| B | c | c | $\frac{c}{2}$ | $\log\sin\frac{c}{2}$ | $\log\cos\frac{c}{2}$ | $\log\left(\sin\frac{c}{2}\,.\cos\delta\right)$ | $\log\left(\cos\frac{c}{2}\,.\cos\sigma\right)$ | $\log\operatorname{tg}s$ | s | b |
| C | $\beta$ | $\beta$ | $\sigma$ | $\log\cos\delta$ | $\log\cos\sigma$ | $\log\sin s$ | $\log\cos d$ | $\log\sin\frac{\gamma}{2}$ | $\log\cos\frac{\gamma}{2}$ | $\gamma$ |
| D | | | | | | | | $\frac{\gamma}{2}$ | $\frac{\gamma}{2}$ | |

Schlüssel: A1, B1, C1; A2, B2, C2; $A3=\frac{1}{2}(A2-C2)$; $C3=\frac{1}{2}(A2+C2)$; Probe $A3+C3=A2$, $C3-A3=C2$; B3; A4, C4; A5, C5; B4, B5; $A6=A4+B4$, $B6=B4+C4$; $A7=A5+B5$, $B7=B5+C5$; $A8=A6-A7$, $B8=B6-B7$; A9, C7; B9, C6; $C8=B6-C6$, $C9=A7-C7$; $A10=B9+A9$, $B10=B9-A9$; $C10=D8+D9$; Probe $D8=D9$.

4. Gegeben ein Winkel und die anliegenden Seiten $\gamma$, a, b, gesucht c, $\alpha$, $\beta$.

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta}{2}=\operatorname{tg}\delta=\frac{\sin d\,.\cos\frac{\gamma}{2}}{\sin s\,.\sin\frac{\gamma}{2}};\quad \operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta}{2}=\operatorname{tg}\sigma=\frac{\cos d\,.\cos\frac{\gamma}{2}}{\cos s\,.\sin\frac{\gamma}{2}}$$

$$\cos\frac{c}{2}=\frac{\cos d\,.\cos\frac{\gamma}{2}}{\sin\sigma};\quad \sin\frac{c}{2}=\frac{\sin s\,.\sin\frac{\gamma}{2}}{\cos\delta};\quad \alpha=\sigma+\delta;\quad \beta=\sigma-\delta.$$

Rechenschema:

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | a | a | d | $\log\sin d$ | $\log\sin s$ | $\log\left(\sin d \cdot \cos\frac{\gamma}{2}\right)$ | $\log\left(\sin s \cdot \sin\frac{\gamma}{2}\right)$ | $\log\operatorname{tg}\delta$ | $\delta$ | $\alpha$ |
| B | $\gamma$ | $\gamma$ | $\frac{\gamma}{2}$ | $\log\cos\frac{\gamma}{2}$ | $\log\sin\frac{\gamma}{2}$ | $\log\left(\cos\frac{\gamma}{2} \cdot \cos d\right)$ | $\log\left(\sin\frac{\gamma}{2} \cdot \cos s\right)$ | $\log\operatorname{tg}\sigma$ | $\sigma$ | $\beta$ |
| C | b | b | s | $\log\cos d$ | $\log\cos s$ | $\log\sin\sigma$ | $\log\cos\delta$ | $\log\cos\frac{c}{2}$ | $\log\sin\frac{c}{2}$ | c |
| D | | | | | | | | $\frac{c}{2}$ | $\frac{c}{2}$ | |

Schlüssel wie bei vorigem Schema.

5. Gegeben zwei Seiten und ein gegenüber liegender Winkel a, b, $\alpha$, gesucht $\beta$, $\gamma$, c.

Den zweiten Winkel findet man durch den Sinussatz, darauf die dritte Seite durch die Gaussschen Gleichungen zur Kontrolle in doppelter Form und den dritten Winkel wieder durch den Sinussatz ebenfalls zur Kontrolle in doppelter Form.

I. $\sin\beta = \dfrac{\sin b \cdot \sin\alpha}{\sin a}$;

II. $\operatorname{tg}\dfrac{c}{2} = \dfrac{\operatorname{tg} d \cdot \sin\sigma}{\sin\delta}$ oder auch $= \dfrac{\operatorname{tg} s \cdot \cos\sigma}{\cos\delta}$;

III. $\sin\gamma = \dfrac{\sin\alpha}{\sin a} \cdot \sin c$ oder auch $= \dfrac{\sin\beta}{\sin b} \cdot \sin c$.

Rechenschema:

| | I | | | II | | | | III | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| A | b | b | lg sin b | d | lg tg d | s | lg tg s | lg sin $\alpha$ | lg sin $\beta$ |
| B | $\alpha$ | $\alpha$ | lg sin $\alpha$ | $\sigma$ | lg sin $\sigma$ | $\sigma$ | lg sin $\sigma$ | lg sin a | lg sin b |
| C | | | A3+B3 | | A5+B5 | | A7+B7 | A8−B8 | A9—B9 |
| D | a | a | lg sin a | $\delta$ | lg sin $\delta$ | $\delta$ | lg cos $\delta$ | lg sin c | lg sin c |
| E | | | lg sin $\beta$ | | lg tg $\frac{c}{2}$ | | lg tg $\frac{c}{2}$ | lg sin $\gamma$ | lg sin $\gamma$ |
| F | | | $\beta$ | | $\frac{c}{2}$ | c | $\frac{c}{2}$ | $\gamma$ | $\gamma$ |

Schlüssel: I. A1, B1, D1; A2, B2, D2; A3 und B9, B3 und A8, D3 und B8; C3=A3+B3; E3 und A9=C3−D3; F3.

II. A4=½(D2−A2), A6=½(D2+A2); Probe A4+A6=D2 oder A6−A4=A2; B4 und B6=½(B2+F3), D4 und D6=½(B2−F3); Probe B4+D4=B2 oder B4−D4=F3; A5, A7, B5 und B7, D5, D7; C5=A5+B5, C7=A7+B7.

III. D8 und D9; C8=A8−B8, C9=A9−B9; E8=C8+D8, E9=C9+D9; Probe E8=E9; F8 und F9.

6. Gegeben zwei Winkel und eine gegenüber liegende Seite $\alpha$, $\beta$, a, gesucht b, c, $\gamma$.

Lösung wie bei 5.

I. $\sin b = \frac{\sin\beta \cdot \sin a}{\sin\alpha}$;

II. $\operatorname{cotg}\frac{\gamma}{2} = \frac{\operatorname{tg}\delta \cdot \sin s}{\sin d}$ oder auch $= \frac{\operatorname{tg}\sigma \cdot \cos s}{\cos d}$;

III. $\sin c = \frac{\sin a}{\sin\alpha} \cdot \sin\gamma$ oder auch $= \frac{\sin b}{\sin\beta} \cdot \sin\gamma$.

Rechenschema:

| | I | | | II | | | | III | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| A | $\beta$ | $\beta$ | $\lg\sin\beta$ | $\delta$ | $\lg\operatorname{tg}\delta$ | $\sigma$ | $\lg\operatorname{tg}\sigma$ | $\lg\sin a$ | $\lg\sin b$ |
| B | a | a | $\lg\sin a$ | s | $\lg\sin s$ | s | $\lg\cos s$ | $\lg\sin\alpha$ | $\lg\sin\beta$ |
| C | | | A3+B3 | | A5+B5 | | A7+B7 | A8−B8 | A9−B9 |
| D | $\alpha$ | $\alpha$ | $\lg\sin\alpha$ | d | $\lg\sin d$ | d | $\lg\cos d$ | $\lg\sin\gamma$ | $\lg\sin\gamma$ |
| E | | | $\lg\sin b$ | | $\lg\operatorname{cotg}\frac{\gamma}{2}$ | | $\lg\operatorname{cotg}\frac{\gamma}{2}$ | $\lg\sin c$ | $\lg\sin c$ |
| F | | | b | | $\frac{\gamma}{2}$ | $\gamma$ | $\frac{\gamma}{2}$ | c | c |

Schlüssel wie bei vorigem Schema.

Für die Auflösung rechtwinkliger oder rechtseitiger sphärischer Dreiecke vereinfachen sich die Formeln sehr wesentlich.

$\alpha = 90^0$; rechtwinklige Dreiecke.

| Gegeben | Gesucht | | |
|---|---|---|---|
| a b | $\cos c = \cos a : \cos b$ | $\cos\gamma = \operatorname{tg} b \operatorname{cotg} a$ | $\sin\beta = \sin b : \sin a$ |
| b c | $\cos a = \cos b \cos c$ | $\operatorname{cotg}\beta = \operatorname{cotg} b \sin c$ | $\operatorname{cotg}\gamma = \sin b \operatorname{cotg} c$ |
| a $\beta$ | $\operatorname{cotg}\gamma = \cos a \operatorname{tg}\beta$ | $\sin b = \sin a \sin\beta$ | $\operatorname{tg} c = \operatorname{tg} a \cos\beta$ |
| b $\beta$ | $\sin a = \sin b : \sin\beta$ | $\sin c = \operatorname{tg} b \operatorname{cotg}\beta$ | $\sin\gamma = \cos\beta : \cos b$ |
| b $\gamma$ | $\operatorname{cotg} a = \operatorname{cotg} b \cos\gamma$ | $\operatorname{tg} c = \sin b \operatorname{tg}\gamma$ | $\cos\beta = \cos b \sin\gamma$ |
| $\beta$ $\gamma$ | $\cos a = \operatorname{cotg}\beta \operatorname{cotg}\gamma$ | $\cos b = \cos\beta : \sin\gamma$ | $\cos c = \cos\gamma : \sin\beta$ |

a = 90°; rechtseitige Dreiecke.

| Gegeben | Gesucht | | |
|---|---|---|---|
| $\alpha$ $\beta$ | $\cos\gamma = \cos\alpha : \cos\beta$ | $\cos c = \operatorname{tg}\beta \operatorname{cotg}\alpha$ | $\sin b = \sin\beta : \sin\alpha$ |
| $\beta$ $\gamma$ | $\cos\alpha = \cos\beta \cos\gamma$ | $\operatorname{cotg} b = \operatorname{cotg}\beta \sin\gamma$ | $\operatorname{cotg} c = \sin\beta \operatorname{cotg}\gamma$ |
| $\alpha$ b | $\operatorname{cotg} c = \cos\alpha \operatorname{tg} b$ | $\sin\beta = \sin\alpha \sin b$ | $\operatorname{tg}\gamma = \operatorname{tg}\alpha \cos b$ |
| $\beta$ b | $\sin\alpha = \sin\beta : \sin b$ | $\sin\gamma = \operatorname{tg}\beta \operatorname{cotg} b$ | $\sin c = \cos b : \cos\beta$ |
| $\beta$ c | $\operatorname{cotg}\alpha = \operatorname{cotg}\beta \cos c$ | $\operatorname{tg}\gamma = \sin\beta \operatorname{tg} c$ | $\cos b = \cos\beta \sin c$ |
| b c | $\cos\alpha = \operatorname{cotg} b \operatorname{cotg} c$ | $\cos\beta = \cos b : \sin c$ | $\cos\gamma = \cos c : \sin b$ |

**13. Stereographische Projektion und krystallographisches Axenkreuz.** Der Zusammenhang zwischen stereographischer Projektion und Axenkreuz möge an einem triklinen Krystall erläutert werden, da die in anderen Systemen auftretenden Verhältnisse nur als Spezialfälle hiervon zu betrachten sind. Es seien die drei Pinakoide $A$ (100), $B$ (010), $C$ (001) (Fig. 11) und die Pyramide $P$ (111), sowie die 6 Winkel, welche diese vier Flächen miteinander bilden, gegeben. Von diesen 6 Winkeln sind nur 5 erforderlich, um die einen triklinen Krystall eindeutig bestimmenden fünf Konstanten

$$\frac{a}{b'} \quad \frac{c}{b'} \quad \alpha, \ \beta, \ \gamma$$

zu berechnen.

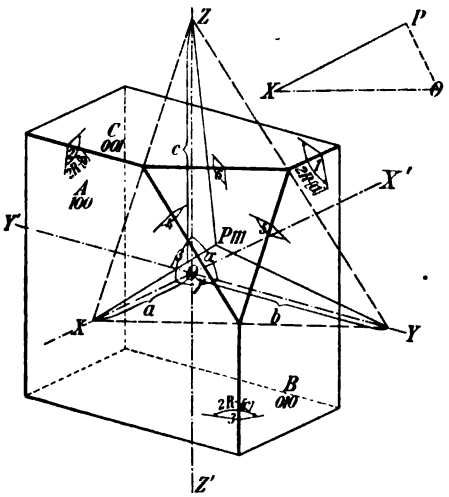


Fig. 11.

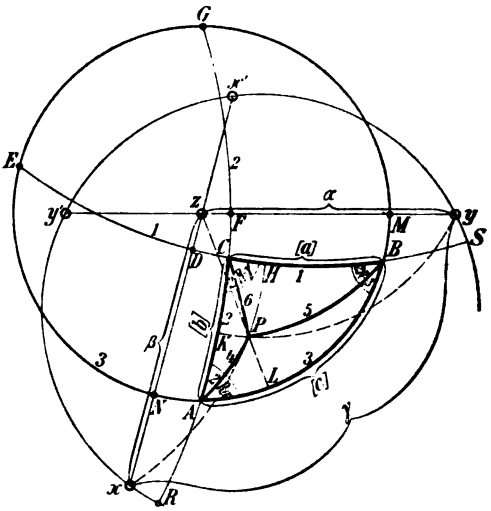


Fig. 12.

$a$, $b$ und $c$ sollen die Längen der krystallographischen Axen, und $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ die Winkel dieser Axen im Oktanten vorne oben rechts angeben, wie dies aus Fig. 11 zu ersehen ist. Jene sechs, im perspektivischen Bild an den stark ausgezogenen Kanten liegenden Winkel sind mit 1—6 numeriert, und die ihnen in der Projektion (Fig. 12) entsprechenden als Supplemente gezeichneten stark ausgezogenen Bögen tragen die gleichen Nummern. Hiernach sind die Seiten des stark ausgezogenen sphärischen Dreiecks $ABC$ die Normalenwinkel der 3 Pinakoide, also die Winkel, welche man bei der Messung des Krystalls mit dem Reflexionsgoniometer unmittelbar abliest. Diese Seiten sind in Fig. 12 noch mit den in [ ] gesetzten Buchstaben [a], [b], [c] versehen, um die in Fig. 10 angegebene typische Bezeichnung beizubehalten und eine Verwechslung mit der Benennung für die Axen zu vermeiden.

In Dreieck $ABC$ sind die drei Seiten gegeben, die drei Winkel also zu berechnen. Diese drei Winkel sind die Supplemente der Winkel der krystallographischen Axen im Oktanten vorne oben rechts.

Zum Beweis muss man die Axen ebenfalls in das Projektionsbild eintragen. Ihre Längen lassen sich hier nicht zeichnen, denn die Projektion eignet sich ja nur zur Darstellung von Richtungen. Diese Richtungen aber sind dadurch zu fixieren, dass man die Durchstichspunkte der Axen durch die Kugeloberfläche projiziert. Für die vertikale Axe $ZZ'$ ist nur der obere Durchstichspunkt zu zeichnen; er liegt im Zenith der Kugel, seine Projektion also im Mittelpunkt $z$ des Grundkreises. Die Projektion des unteren Durchstichspunktes liegt in der Unendlichkeit und ist also nicht darzustellen. Die Durchstichspunkte der beiden anderen Axen $XX'$ und $YY'$ müssen zunächst 90° von der Projektion der Fläche $C$ abstehen, daher ist der dünn ausgezogene, unten lückenhafte Kreis, zu welchem $C$ den Pol bildet, konstruiert worden (Fig. 12). Die Durchstichspunkte der $XX'$-Axe liegen aber nicht nur von $C$, sondern auch von $B$ um 90° ab, oder es sind ihre in Fig. 12 mit $x$ und $x'$ bezeichneten Projektionen die Pole der Zone $BC$ oder auch $SBCDE$.

Ebenso sind die Projektionen der Durchstichspunkte der $YY'$-Axe, die in Fig. 12 mit $yy'$ bezeichnet sind, die Pole der Zone $RACFG$. Die wirklichen Winkel der Krystallaxen — immer im Oktanten vorne oben rechts — stellen sich dann im Projektionsbilde durch die zum Teil als gerade Linien gezeichneten Bögen

$$zy = \alpha = yF + (zM - MF)$$
$$zx = \beta = xD + (zN - ND)$$
$$xy = \gamma = xS + (yR - RS) \text{ dar.}$$

Nun ist $zM = 90°$ und, da $y$ der Pol der Zone $RACFG$ ist, $yF = 90°$, so dass $MF = MAF = BAC = 180° - \alpha$.

Analog erhält man

$$ND = NBD = ABC = 180° - \beta.$$

Für die Ermittlung des dritten Winkels des Dreiecks $ABC$ muss man bedenken, dass $xS$ und $yR = 90°$ sind (bezogen auf die Projektion mit dem Grundkreis $ABMGEN$), dann ist

$$RS = RCS = ACB = 180° - \gamma.$$

Hiermit ist also bewiesen, dass in dem durch die Projektionspunkte der Pinakoide gebildeten Dreieck in Fig. 12 die Winkel $CAB$, $ABC$, $BCA$ gleich den Supplementen der Winkel des Axenkreuzes im Oktanten vorne oben rechts sind.

Um sich in diese schwierigen Verhältnisse zwischen den räumlichen Winkeln des Axenkreuzes und den in einer Ebene erscheinenden Projektionswinkeln einzuleben, kann es sich empfehlen, Spezialfälle der Betrachtung zu unterziehen. Projiziert man z. B. die drei Flächen eines Rhomboëders symmetrisch um den Mittelpunkt des Grundkreises und konstruiert dazu die Durchstichspunkte der Rhomboëderkanten — durch Projektion der senkrecht darauf stehenden Flächen — so übersieht man leichter die eben erwähnte Beziehung zwischen den Winkeln des Rhomboëderdreiecks und den Abständen der Durchstichspunkte; letztere sind die Pole zu den durch die Dreiecksseiten gebildeten Grosskreise (s. Aufgabe 7 S. 13).

Zur Berechnung der Axenverhältnisse $\frac{a}{b}$ und $\frac{c}{b}$ werde in Fig. 11 ein Lot vom Mittelpunkt $O$ des Axenkreuzes auf die Pyramide $P$ gefällt und der Fusspunkt des Lotes, der auch mit $P$ bezeichnet ist, mit den Punkten verbunden, in denen die Pyramidenfläche bei gehöriger Verlängerung die Axen schneidet. Diese Punkte sollen die gleiche Bezeichnung wie ihre Axen $X$, $Y$, $Z$ tragen. Dann ist (s. auch die kleine Zeichnung oben bei Fig. 11):

$$\begin{aligned} PO &= OX \cdot \cos POX \\ &= OY \cdot \cos POY \\ &= OZ \cdot \cos POZ. \end{aligned}$$

Die Winkel $POX$, $POY$, $POZ$ entsprechen in der Projektion Fig. 12 den Bögen $Px$, $Py$, $Pz$. Ferner ergibt sich aus dieser Figur 12:

$$\begin{aligned} PH &= 90^0 - Px \\ PK &= 90^0 - Py \\ PL &= 90^0 - Pz, \end{aligned}$$

so dass die obigen Werte für $PO$ auch lauten:

$$\begin{aligned} PO &= OX \cdot \sin PH \\ &= OY \cdot \sin PK \\ &= OZ \cdot \sin PL. \end{aligned}$$

Hieraus erhält man:

$$\frac{oX}{oY} \text{ oder auch } \frac{a}{b} = \frac{\sin PK}{\sin PH}; \quad \frac{oZ}{oY} \text{ oder auch } \frac{c}{b} = \frac{\sin PK}{\sin PL}.$$

Es ist nun in dem rechtwinkligen Dreieck $CPH$ (Fig. 12)

$$\sin CP = \frac{\sin PH}{\sin HCP} = \frac{\sin PH}{\sin BCP}$$

und in Dreieck $CPK$

$$\sin CP = \frac{\sin PK}{\sin KCP} = \frac{\sin PK}{\sin ACP}$$

oder

$$\frac{\sin PK}{\sin PH} = \frac{a}{b} = \frac{\sin ACP}{\sin BCP}.$$

Durch analoge Vertauschung ergibt sich

$$\frac{c}{b} = \frac{\sin CAP}{\sin BAP}, \quad \frac{a}{c} = \frac{\sin ABP}{\sin CBP}.$$

Die Zonenkreise von der Grundpyramide zu den drei Pinakoiden teilen also die Winkel des Dreiecks $ABC$ in einem solchen Verhältnis, dass die Sinus der Teilwinkel sich verhalten wie die Längen der gleichsinnig gelegenen Axen.

Im monoklinen System werden die Winkel $CAB$ und $BCA = 90^0$ und die Formeln dementsprechend etwas einfacher, was noch mehr bei den übrigen Systemen der Fall ist.

## Zweite Abteilung.

# Eigenschaften der Kohäsion und der Schwere.

Von Kohäsionseigenschaften sind nur Spaltbarkeit und Härte der praktischen Untersuchung zugänglich, während Festigkeit (Widerstand, den ein Körper dem Zerreissen, Zerbrechen, Zerdrehen oder Zerdrücken entgegensetzt), Biegsamkeit und mechanische Elastizität noch keine Verwendung bei der Diagnose finden. Auch in Bezug auf scharfe Unterscheidung von spröden und weichen Mineralien ist man noch nicht weit über die Anfangsstadien hinausgerückt.

**14. Spaltbarkeit.** Durch die Erschütterung beim Schleifen bilden sich in den mit deutlichem Blätterbruch versehenen Mineralien Risse und Spalten, deren Schärfe und mehr oder weniger kontinuierlicher Verlauf durch die grössere oder geringere Vollkommenheit der Spaltbarkeit in dem betreffenden Mineral bedingt wird, während ihre Richtung dem Durchschnitt der Spaltflächen mit der Schliffebene entspricht. E. Cohen gibt an[1]), dass auch durch Glühen der Dünnschliffpräparate bisweilen Spaltrisse entstehen, welche durch die mechanische Erschütterung des Schleifens nicht zum Vorschein kamen.

Je vollkommener die Spaltbarkeit eines Minerals ist, desto dichter gedrängt, desto ununterbrochener und desto schärfer verlaufen die Spaltrisse in seinen Durchschnitten. Bei weniger vollkommen spaltenden Substanzen pflegen die Spaltrisse spärlicher zu sein und es ist sehr charakteristisch, dass dieselben oft mitten im Durchschnitt absetzen und in eine andere parallele Ebene überspringen, während sich zwischen den beiden Spaltrissen ein unregelmässig verlaufender Sprung einstellt. Es laufen daher in solchen Fällen die Spaltrisse nicht nur neben einander, sondern sie anastomosieren vielfach mit einander. Es hängt jedoch die Vollkommenheit der Spaltrisse auch davon ab, unter welchem Winkel die Schlifffläche die Blätterdurchgänge schneidet. Bei

1) N. J. 1879. 866.

senkrechter Lage beider Ebenen zu einander sind die Spaltrisse am schärfsten, bei schiefer Lage, welche man leicht durch Senkung des Objektivs erkennt, erscheinen die Spaltrisse wegen der Totalreflexion an den kapillaren Luftschichten zwischen den Trennungsebenen oft breit und dunkel und ihre Ränder sind bisweilen sehr fein zackig. — Die Wahrnehmung der Spaltrisse u. d. M. zumal bei farblosen Mineralien ist oft bei voller Beleuchtung nicht möglich; dieselben treten erst bei matter Beleuchtung, etwa durch Senken der unter dem Tisch des Mikroskops befindlichen Beleuchtungslinse deutlich hervor. Die Erklärung findet sich im Kapitel über die Erscheinungen im parallelen polarisierten Licht, bei Besprechung der Methoden zur Bestimmung der Lichtbrechung (s. besonders § 139).

Der Verlauf der Spaltrisse und ihre gegenseitige Lage ist abhängig von der Richtung, in welcher der Schnitt das Mineral trifft. Für diese gegenseitige Lage der Spaltrisse findet man leicht, dass im regulären System bei oktaëdrischer Spaltbarkeit oder im quadratischen und rhombischen System bei pyramidaler Spaltung die verschiedenen Risssysteme nach zwei, drei oder vier verschiedenen Richtungen verlaufen können. Hat der Schliff die Lage einer Würfelfläche, so müssen zwei, sich rechtwinklig kreuzende Risssysteme auftreten. Hat er die Lage einer Oktaëderfläche, so müssen die Risse sich in drei unter 60° geneigten Richtungen schneiden. Bei anderer Lage des Schliffes können vier Systeme von Rissen in die Erscheinung treten. Spaltbarkeit nach dem Würfel führt zu zwei oder drei Risssystemen, Spaltbarkeit nach dem Rhombendodekaëder kann an ein und demselben Schliff bis zu sechs verschieden gerichtete Risssysteme hervorrufen. Im hexagonalen System gibt rhomboëdrische Spaltbarkeit zwei oder drei, prismatische Spaltbarkeit ein oder drei Risssysteme; nur zwei Systeme sollten hier theoretisch nicht auftreten, werden aber häufiger zu beobachten sein, wenn der Schliff gegen eine Spaltfläche sehr wenig geneigt ist, und hier die Spaltbarkeit nicht zum Ausdruck kommt. Prismatische Spaltbarkeit in anderen Krystallsystemen ergibt ein oder zwei Gruppen, pinakoidale Spaltbarkeit immer nur eine einzige Gruppe von parallelen Rissen. Spaltbarkeit nach mehreren Pinakoiden liefert dieselben Erscheinungen, wie eine prismatische Spaltbarkeit, unterscheidet sich von dieser jedoch durch ungleiche Vollkommenheit der Spaltrisse. — In welcher Weise eine gleichzeitige Spaltbarkeit pinakoidaler und prismatischer, beziehungsweise pyramidaler Lage sich mikroskopisch ausdrückt, ergibt sich aus dem Gesagten von selbst. Taf. IV Fig. 1 bis 6 und Taf. V Fig. 1 bis 5 geben Beispiele für die verschiedene Vollkommenheit und gegenseitige Lage der Spaltrisse.

Es ist klar, dass man die Winkel, unter welchen sich Spaltflächen schneiden müssen, berechnen kann, wenn man die Lage des Schnitts und den normalen Spaltwinkel kennt; ebenso kann man aus dem im konkreten Falle gemessenen Spaltwinkel, wenn man die Zone kennt, in welcher der Schnitt liegt, die Lage der Schnittfläche bestimmen, und die Zone ist oft auf optischem Wege mit annähernder Sicherheit zu erkennen. Doch

macht die unendliche Mannigfaltigkeit der Schnittlagen und die sehr ungenaue Messung der Winkel der Spaltungsrisse, wenn diese schräg das Präparat durchsetzen, derartige Rechnungen ziemlich bedeutungslos; jedenfalls ist ihr determinatives Moment ein sehr geringes. Man überzeugt sich davon leicht, wenn man die von J. Thoulet[1]) berechneten Schemata genau durchsieht oder praktisch zu verwerten sucht. Neuerdings hat de Souza-Brandão das Problem wieder aufgegriffen, wobei er auch Umrisse, Zwillingslamellierung und zonare Wachstumsformen besonders bei Plagioklasen zur Orientierung zu verwerten sucht[2]).

Auch den Flächen leichtester Verschiebbarkeit der Teilchen, den Gleitflächen und den Druckflächen, entsprechen bei mikroskopischer Betrachtung Risse, welche in ihrer Erscheinung nicht von Spaltrissen unterschieden werden können. Bisher sind dieselben mit Sicherheit wohl nur am Glimmer (Taf. XII Fig. 6), am Cyanit und wenigen anderen Mineralien wahrgenommen, doch ist anzunehmen, dass sie eine weitere Verbreitung haben und schon heute lassen sich manche „Absonderungsflächen", die man an Mineralien der Pyroxen-, Amphibol- und Feldspatgruppe beobachtet, mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit als Druckflächen deuten[3]).

Der Bruch der Mineralien hat kein mikroskopisches Phänomen zur Folge; die unregelmässigen Risse und Sprünge in spaltenden und nicht spaltenden Mineralien sind entweder durch Aggregation bedingt und folgen dann den Grenzen der einzelnen aggregierten Individuen, oder sie entsprechen einer schon vor dem Schleifen vorhandenen inneren Zertrümmerung, welche in manchen Fällen durch mechanischen Druck im Gebirge, in anderen Fällen durch chemische Prozesse (Spalten im Olivin bei Serpentinisierung desselben u. a.) zur Entwicklung gelangte.

Bei der Herstellung von Spaltblättchen bedient man sich eines Meissels und Hammers, deren Dimensionen sich denen des Präparates einigermassen anpassen; bei weicheren Mineralien kann man auch einfach ein Messer benutzen. Immer hat man besonders darauf zu achten, dass der Schlag möglichst genau in der Richtung der Spaltung erfolgt, da man sonst unvollkommene Spaltpräparate erhält. Auch ist die Ansatzstelle des Meissels oder Messers nicht ohne Bedeutung, wovon man sich leicht bei der Herstellung eines guten Rhomboëders aus Isländer Doppelspat überzeugen kann. Um das lästige Fortspringen der Präparate zu vermeiden, ist es ganz zweckmässig, eine mit Metallring umgebene Eisenplatte (von etwa 9 cm Durchmesser) als Unter-

Fig. 13.

1) Ann. Mines 14. 1878. 100—120.

2) Communicações da direcção dos serv. geol. Lisboa. 4. 1901. 57—126; Centralblatt f. Min. 1903. 323—330.

3) Es sei hier auf die zahlreichen Arbeiten O. Mügges besonders „Ueber Translationen und verwandte Erscheinungen in Krystallen", N. J. 1898. I. 71—159, verwiesen.

lage zu verwenden. Der Ring ist, behufs leichterer Reinigung, abnehmbar, wie dies Fig. 13, die auch einige Meissel zeigt, erkennen lässt.

Zur Erzeugung der Schlagfiguren an kleinen Glimmerblättchen, wie sie bei der Gesteinsuntersuchung isoliert werden, bedient man sich mit Vorteil eines von G. Lattermann konstruierten Apparates, der in Fig. 14 in wirklicher Grösse abgebildet ist. Die äusserst feine Nadel *n*, welche in einer kleinen Büchse verstellt werden kann, wird durch die in ein Metallsäulchen eingelassene Uhrfeder *b* in das auf der Unterlage *c* ruhende Glimmerblättchen eingetrieben. Die Nadel *n* wird von einer gebogenen Uhrfeder elastisch getragen. Die Unterlage *c* besteht aus Kork, der auf sehr feinem Glaspapier glatt gerieben ist, oder aus einem glatt geschnittenen Stück weichen Radiergummis. Es ist wichtig für die gute Führung der Schlagnadel, dass die Spitze derselben das Glimmerblättchen fast berührt; ebenso muss die Feder *b*, welche man auf die Nadel niederfallen lässt, recht nahe über dem Nadelende schweben.

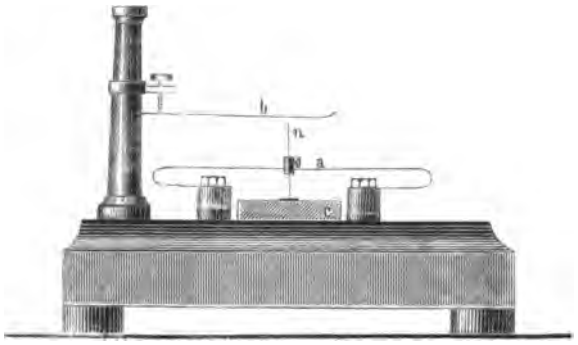



Fig. 14.

Fig. 15.

K. J. V. Steenstrup[1]) erreicht denselben Zweck auf folgende, noch einfachere Art. In einem unten etwas ausgezogenen und zugespitzten Glasröhrchen *a* (Fig. 15) von 10 cm Länge und 6 mm Weite gleitet ohne Reibung ein zweites Röhrchen *b*, das unten in einem Holzstöpsel eine sehr feine Nadel trägt. Durch Verschiebung des Stöpsels kann man es leicht erreichen, dass bei vollem Fall das innere Röhrchen eben noch aus dem zugespitzten Ende des äusseren Röhrchens heraustritt. Die Stärke des Stosses wird modifiziert durch die Höhe des Falls, den man dem inneren Röhrchen gibt. Auch mit diesem einfachen, äusserst praktischen Apparat erhält man die Schlagfiguren in vorzüglicher Schönheit noch in nicht zu dicken Blättchen von etwa 0.5 mm Seitenlänge.

**15. Härte** pflegt man vielfach zu definieren als den Widerstand, den ein Körper dem Eindringen eines anderen entgegensetzt, wobei man das Mass dieses Widerstandes durch Ritzversuche mit den bekannten Mineralien der Mohsschen Härteskala zu ermitteln versucht. Bei den Härte-

1) G. F. i Stockh. Förhdl. **10**. 1888. 113.

bestimmungen an isoliertem Pulver drückt man nach einem von E. Cohen angegebenen Verfahren die Körner des Pulvers kräftig in die glatt geschnittene Endfläche eines wenige Millimeter dicken Bleistempels, und bedient sich desselben als Handhabe, um Ritzversuche auf den Flächen von Mineralien von bekannter Härte auszuführen. Ungefähre Bestimmungen kann man dadurch erhalten, dass man das Pulver zwischen zwei Objektgläsern reibt und nachsieht, ob diese gekritzelt werden oder nicht. In letzterem Falle gibt das Knirschen und das leichtere oder schwerere Zerdrücken der Körnchen zwischen den Gläsern Anhaltspunkte zur Beurteilung der Härte.

Zu feineren Untersuchungen dienen nach dem Vorgang A. Seebecks[1]) die Sklerometer, die aber in der gewöhnlichen Form sich für unsere Zwecke nicht wohl eignen. T. A. Jaggar sucht diesem Mangel dadurch abzuhelfen, dass er mit seinem Mikrosklerometer den Widerstand misst, den ein Körper einer Diamantspitze entgegensetzt, die sich unter gleichbleibenden Bedingungen in Berührung mit ihm bewegt und Teilchen seiner Substanz wegnimmt. Mit diesem in Z. X. 29. 1898. 262—275[2]) ausführlich beschriebenen Instrument lassen sich auch an mikroskopischen Platten Härtebestimmungen ausführen.

Eine andere Definition der Härte lautet: „Härte ist der Widerstand einer ebenen Fläche gegen Abnutzung“ (Dana). Hiervon ausgehend hat Rosiwal nach einem von Toula vorgeschlagenen Verfahren vergleichende Studien an Mineralien und Gesteinen ausgeführt[3]). Er nimmt ein Schleifpulver von bestimmter Korngrösse und bestimmter Menge und schleift hiermit eine Platte des zu untersuchenden Körpers so lange, bis das Pulver nicht mehr wirkt, bis es, wie man sich ausdrückt, totgeschliffen ist. Der Gewichtsverlust der Platte wird umgekehrt proportional ihrer Härte gesetzt. Auf diese Weise bestätigte Rosiwal in exakterer Weise ältere Angaben, wonach die Unterschiede in der Mohsschen Skala ausserordentlich verschieden sind. Setzt man nämlich die Härte des Korund gleich 1000, so erhält man nach Rosiwal für die anderen Mineralien folgende Werte.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. Talk | $^1/_{33}$ | 4. Flussspat | 5 | 7. Quarz | 120 |
| 2. Gyps | $^5/_4$ | 5. Apatit | $6^1/_2$ | 8. Topas | 175 |
| 3. Kalkspat | $^9/_2$ | 6. Feldspat | 37 | 9. Korund | 1000 |
| | | 10. Diamant | 140 000. | | |

Nach einer anderen von H. Hertz herrührenden Definition soll Härte die Druckfestigkeit eines Körpers bei Berührung seiner ebenen Fläche mit einer Linse sein. Dass es sich hier um etwas ganz anderes handelt, als was die Mineralogen bis dahin als Härte ansahen, hat F. Auerbach nachgewiesen, indem er zeigte, dass unter 14 Glassorten von sehr verschiedener Druckfestigkeit jedes Glas von jedem anderen geritzt wurde[4]). Ein besonders interessantes Ergebnis der Auerbachschen Studien ist die Trennung in spröde und plastische

1) Ueber Härteprüfung an Krystallen. Programm d. Cölln. Gymn. Berlin 1833.
2) S. auch Amer. Journ. 1897.
3) Verh. K. K. geol. Reichsanst. 1896. 475.
4) Wied. Ann. Phys. **43**. 1891. 61—100; **45**. 1892. 262—291; **58**. 1894. 1000—1038; **58**. 1896. 357—390.

Körper; bei den ersteren entsteht bei dem Aufeinanderdrücken von Platte und Linse plötzlich ein feiner Sprung, bei den letzteren eine bleibende Vertiefung auf der Platte und eine Abplattung auf der Linse. Zu den ersteren gehört z. B. Quarz, zu den letzteren Steinsalz und Flussspat.

Den Zusammenhang zwischen Härte und Spaltbarkeit hat neuerdings J. L. C. Schroeder v. d. Kolk näher untersucht[1]), als er die von A. Kenngott aufgestellten Beziehungen zwischen Atomgewicht, Härte und spezifischem Gewicht weiter verfolgte. Er findet, dass die Härte eines Minerals proportional dem Quotienten ist, den man aus spezifischem Gewicht und Molekulargewicht erhält, vorausgesetzt, dass die Härtebestimmung eines Körpers nicht durch seine Spaltbarkeit eine Störung erfährt.

Unter spezifischem Gewicht versteht man bekanntlich die Zahl, welche angibt, wie viel mal schwerer ein Körper ist als ein gleiches Volumen Wasser im Zustand der grössten Dichte. Man bestimmt diese Zahl durch: die hydrostatische Wage, das Volumenometer, das Pyknometer, die Suspensionsmethode.

**16. Die hydrostatische Wage** findet bei der Bestimmung des spezifischen Gewichts der Mineralien selten Anwendung, da man nicht häufig in die Lage kommt, reine Stücke von solcher Grösse, wie sie hier erforderlich sind, zu erhalten. Wenn auch die für den Petrographen wünschenswerte Genauigkeit in der Bestimmung des spezifischen Gewichts mit sonstigen physikalischen Untersuchungen verglichen nicht besonders hoch ist, so genügt die hydrostatische Wage doch nicht, wenn die Stücke nicht erheblich mehr als 1 Gramm wiegen. Nimmt man z. B. an, dass die Wägungen der Substanz in Luft mit einem Fehler von nur 0.0002 g und unter Wasser von 0.0005 g behaftet seien, so kann das Endresultat bei 1 g Substanz und bei verschiedenen spezifischen Gewichten folgendermassen fehlerhaft ausfallen:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Wirkliches spezifisches Gewicht: | 2.500 | 3.000 | 3.500 | 4.000 | 4.500 | 5.000 |
| Gefundenes „ „ | 2.503 | 3.005 | 3.507 | 4.009 | 4.511 | 5.013. |

Bei dieser Substanzmenge von 1 g lässt sich nur für die leichtesten Mineralien der Bestimmungsfehler innerhalb der wünschenswerten Grenze halten; bei grösseren Mengen, also besonders bei Gesteinen, kann aber diese Methode, mit der nötigen Vorsicht angewandt, recht gute Resultate geben. Will man auch grobes Pulver nach dieser Methode bestimmen, so bringt man es nach S. L. Penfield[2]) in eine möglichst kleine, unten geschlossene und oben mit einem Platindraht versehene Glasröhre (Fig. 16), in der es zum Austreiben der Luft sorgfältig mit Wasser gekocht wird. Ausser dem gefüllten wird auch das leere Gläschen unter Wasser gewogen.

Fig. 16.

1) Verh. K. Akad. Amsterdam. 1901 und 1902. Ref. Centralbl. f. Min. 1902. 376—380.

2) Z. X. 26. 1896. 136.

**17. Das Volumenometer** eignet sich besonders zur Bestimmung des spezifischen Gewichts poröser oder solcher Körper, die nicht mit Wasser oder einer anderen Flüssigkeit in Berührung gebracht werden dürfen. Es verlangt allerdings immer eine Menge von mindestens einigen ccm an Material und wird also bei Mineralien kaum, dagegen bei Gesteinen und zwar vor allem bei sehr lockeren Gesteinen häufiger zu verwenden sein.

Von den mannigfachen Konstruktionen ist die Paalzowsche in Fig. 17 abgebildet[1]). Dieser Apparat besteht aus einem mit aufgeschliffenem, luftdicht schliessendem Deckel *G* versehenen Gefäss *A*, in welches in einem passenden Einsatzgefäss die zu untersuchende Substanz gebracht wird. An diesen Behälter schliesst sich unten ein in der Mitte erweitertes, mit 2 Marken $m$ und $m_1$ versehenes Rohr *B* an, das weiter unten in einen mit Quecksilber gefüllten Kautschukschlauch *C* übergeht, der die beiden Rohre *B* und *D* miteinander verbindet. Der Deckel *G* trägt oben den Hahn *H*, durch den getrocknete Luft ein- und austreten kann. Die Gefässe *A* und *B* sind an einem Stativ befestigt, an dem sich Rohr *D* mittelst Schlitten und Mikrometerschraube an einer mm-Skala verschieben lässt. Der Rauminhalt des Rohrteiles zwischen den Marken $m$ und $m_1$, den wir mit a bezeichnen wollen, wird durch Wägung des ihn füllenden Quecksilbers ein für allemal ermittelt. Zur Bestimmung des spezifischen Gewichts eines Körpers bringt man zunächst in den Behälter *A* das Einsatzgefäss, welches später das zu untersuchende Pulver aufnimmt, und verschiebt bei aufgesetztem Deckel und geöffnetem Hahn *H* das Rohr *D* so lange, bis das Quecksilber an der oberen Marke $m$ steht; man schliesst nun den Hahn und senkt das Rohr *D*, bis das Quecksilber in *B* bei der unteren Marke $m_1$ angelangt ist. An der Teilung des Stativs liest man die Druckdifferenz $d$ ab. Wird nun das Volumen des Behälters *A* (bei eingesetztem Gefäss) vom Hahn *H* bis zur oberen Marke $m$ mit $v_o$ und der Barometerstand mit $p_o$ bezeichnet, so ist

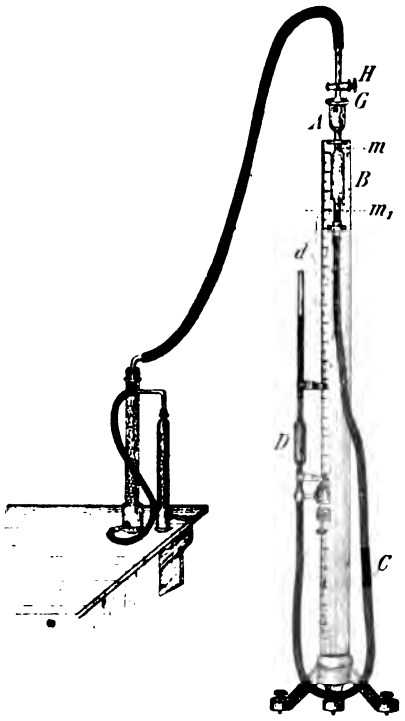


Fig. 17.

$$v_o p_o = (a + v_o)(p_o - d)$$

oder

$$v_o = a\frac{p_o - d}{d}.$$

Zur Kontrolle bringt man das Rohr *D* in die erste Stellung zurück und sieht, ob das Quecksilber wieder bei $m$ steht; sollte dies nicht der Fall sein, so wäre bei der Verdünnung etwas Luft durch Deckel oder Hahn oder aus dem Quecksilber in den Behälter *A* getreten. Nachdem $v_o$ auf diese Weise recht sorgfältig bestimmt wurde, bringt man in das Einsatzgefäss den zu untersuchenden Körper und stellt nun von neuem das Quecksilber zuerst bei offenem Hahn bis zur

1) Wied. Ann. Phys. **13**. 1881. 232—235.

Marke $m$ und dann bei geschlossenem Hahn durch Senkung des Gefässes $D$ bis zur Marke $m_1$ ein. Die Druckdifferenz betrage jetzt $d_1$ und das Luftvolumen im Gefäss $A$ sei $v_0 - x$, wo x das Volumen des hineingebrachten Körpers ist. Nennen wir wieder $p_0$ den Barometerstand, so folgt

$$(v_0 - x) \cdot p_0 = (a + v_0 - x)(p_0 - d_1)$$

oder

$$x = a\left(\frac{p_0 - d}{d} - \frac{p_0 - d_1}{d_1}\right).$$

Nach Kenntnis dieses Volumens x ist nur noch das absolute Gewicht des eingebrachten Körpers auf einer Wage zu bestimmen, um das spezifische Gewicht zu erhalten.

Ein anderes, von Oberbeck sehr sinnreich konstruiertes Volumenometer[1]) bedarf vielleicht noch einiger technischer Verbesserungen, um das oben beschriebene Instrument zu ersetzen.

**18. Das Pyknometer** erlaubt die Bestimmung an kompakten Stücken und an gröberem Pulver auszuführen. Die Methode, die eine besonders sorgfältige Temperaturbeobachtung und überhaupt ein ziemlich genaues Arbeiten verlangt, ist in den meisten Lehrbüchern der Physik beschrieben. Da der Petrograph es gewöhnlich mit kleinen Mineralmengen zu tun hat, so muss man sich über die Grösse der Fehlerquellen genau orientieren. Je kleiner das Gefäss, um so leichter seine konstante Füllung. In nebenstehender Figur 18 sind zwei Modelle in Originalgrösse abgebildet, deren jedes nur ein Volumen von 2 bis 3 ccm hat. Das eine mit enger Oeffnung ist für Pulver, das andere mit weiter Oeffnung für grössere Stücke bestimmt. Wo es angeht, wird man das erstere wählen, da die konstante Füllung des anderen wegen des grossen Stopfens, der bei sorgfältigstem Arbeiten bald tiefer bald weniger tief aufgesetzt wird, grössere Schwierigkeiten macht. Um die wegen der Volumänderung der Flüssigkeiten bei verschiedenen Temperaturen nicht leicht zu erreichende konstante Füllung schneller zu erhalten, schlägt Eakins vor[2]), den kapillaren Raum dieses Stopfens mit einer Skala zu versehen und zu kalibrieren, und den Wert jedes Skalenteils in Grammen Wasser zu bestimmen. Auf diese Weise, kann man den Inhalt des gefüllten Pyknometers berechnen, auch wenn dieses nicht genau bis zu dem in der Mitte der Skala liegenden 0-Punkt gefüllt ist.

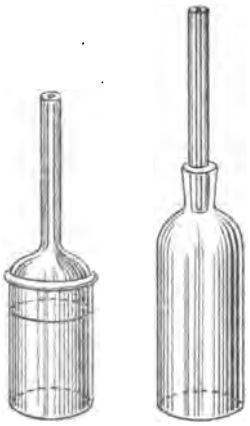


Fig. 18.

Der bekannte grosse Vorzug der Pyknometermethode besteht darin, dass Körper von jedem spezifischen Gewicht untersucht werden können, wenn nur das Material in nicht zu feinem Pulver vorliegt.

**19. Die Suspensionsmethode** hat jenen Vorzug allerdings nicht, verdient aber in anderer Beziehung eingehende Würdigung. Sie besteht

1) Wied. Ann. Phys. 67. 1899. 209—216.

2) Hillebrand-Zschimmer, Prakt. Anl. z. Analyse etc. Leipzig 1899. S. 21.

in der Anwendung zweier Flüssigkeiten, von denen die eine ein geringeres, die andere ein höheres spezifisches Gewicht als der zu untersuchende Körper haben muss. Der Körper wird in die schwerere Flüssigkeit, die ihn natürlich nicht angreifen darf, gebracht. Er schwimmt zunächst an deren Oberfläche und gelangt erst durch Zusatz der leichteren Flüssigkeit und ein kräftiges Mischen ins Schweben, so dass er also an jeder Stelle, wohin man ihn stösst, stehen bleibt, und weder an die Oberfläche steigt noch zu Boden sinkt. Ein solches Schwebenlassen kann man im allgemeinen nur für kaum eine Minute erreichen, indessen genügt schon ein Bruchteil dieser Zeit, um sicher zu sein, dass das spezifische Gewicht

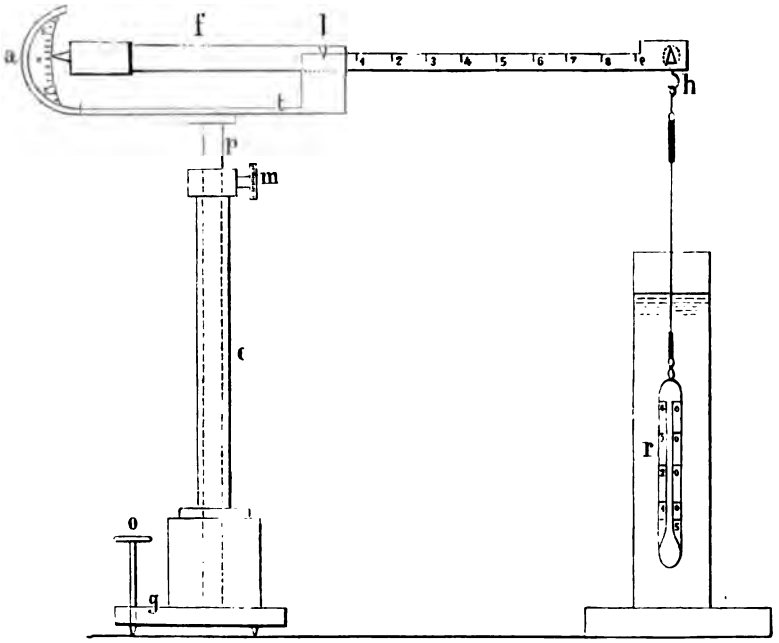



Fig. 19.

der Flüssigkeit bis auf die dritte Dezimale mit dem des Körpers übereinstimmt, falls dieser nicht erheblich kleiner als ein cbmm ist. Bei sehr kleinen Körnern muss man etwas länger warten. Schliesslich bleibt nur übrig, das spezifische Gewicht dieser Flüssigkeit zu bestimmen.

Man erreicht dies am sichersten und schnellsten, wie es E. Cohen vorschlug[1]), mit einer von Mechaniker G. Westphal in Celle, Prov. Hannover, sehr zweckmässig konstruierten hydrostatischen Wage. Dieselbe (Fig. 19) besteht aus dem bei *l* in einem Lager aufgehängten Wagebalken *f*, der nach hinten in eine Spitze ausläuft, deren Stellung an einer Skala bei *a* abgelesen werden kann. Bei horizontaler Stellung des Balkens muss die Spitze auf den Nullpunkt der Skala eingestellt sein.

1) N. J. 1883. II. 87—89.

Der Balken *f* ist von seinem Aufhängepunkt bei *l* bis zum Häkchen *h* in 10 Teile geteilt. Der Träger *t* des Wagebalkens ist fest mit der Skala *a* verbunden und senkt sich mit seinem Stile *p* in den Hohlzylinder *c*, in welchem er vermittelst der Schraube *m* in jeder Höhe festgestellt werden kann. Dieser Hohlzylinder endet nach unten in einem massiven Fuss, mit welchem er auf dem kreisrunden Gestell *g* ruht, welches vermittelst der Schraube *o* in genau horizontale Lage gebracht werden kann. An das Häkchen *h* wird der Senkkörper *r* angehängt, welcher in die Flüssigkeit eintaucht. Die in Reiterform gearbeiteten Gewichte, vermittelst welcher dem Auftrieb der Flüssigkeit entgegengewirkt und die Gleichgewichtslage des Balkens hergestellt wird, werden, soweit sie ganze Zahlen bedeuten, an das Häkchen *h* gehängt. Die zur Angabe der Dezimalen bestimmten Reiter werden auf den Wagebalken zwischen *l* und *h* aufgesetzt und ihr Gewicht an der Skala dieses Balkens abgelesen. Nehmen wir an, der Balken spiele auf den Nullpunkt der Skala *a* ein, wenn zwei der Reiter am Häkchen *h* hängen, der für die Angabe der ersten Dezimale bestimmte Reiter auf 8, der kleinere für die zweite Dezimale bestimmte dagegen zwischen 4 und 5 in der Mitte sitze, so wäre das spezifische Gewicht der Flüssigkeit = 2.845. Der Senkkörper hat ein Volumen von genau 1 ccm, und demnach der grösste Haken ein Gewicht von 1 g, der zweitgrösste von 0.1 g, der drittgrösste von 0.01 g.

Besitzt man keine hydrostatische Wage, so giesst man die auf das Pulver eingestellte Flüssigkeit in ein kalibriertes und tariertes Glasgefäss von 20—25 ccm Inhalt, stellt genau auf die Marke ein und wägt. Das Gewicht geteilt durch den Inhalt gibt direkt das spezifische Gewicht. Beide Methoden geben sehr zuverlässige Resultate, wenn man bei Anwendung der ersten acht gibt, dass an dem Senkrohr keine Luftblase hafte, und bei der zweiten die Bestimmung mehrere Male wiederholt. In jedem Falle empfiehlt sich wegen der hygroskopischen Natur mancher Flüssigkeiten möglichst rasches Arbeiten, was zumal bei dem schnell verdunstenden Jodmethylen und Benzol zu empfehlen ist.

Das Arbeiten mit der Wage führt sehr schnell zum Ziel, weil die durch Temperaturschwankungen bedingten Fehler wegfallen, welche bei Benutzung des kalibrierten Glasgefässes nicht zu vernachlässigen sind. Man hat nur darauf zu achten, dass in der kurzen Zeit während des Schwebens des Korns und des Arbeitens mit der Wage keine Temperaturschwankung stattfindet; denn wenn auch einmal diese beiden Bestimmungen etwa bei 10°, ein andermal bei etwa 20° ausgeführt werden, so erhält man doch das gleiche Resultat, weil die Ausdehnung der Mineralien sehr annähernd gleich der Ausdehnung des aus Glas bestehenden Senkkörpers der Westphalschen Wage ist.

1891 hat W. Salomon[1]) einen zur Messung der Dichte von Flüssigkeiten, und also auch von darin schwebenden Körpern, sowie zur mechanischen Trennung gemengter Pulver bestimmten Apparat beschrieben, welcher auf dem Prinzipe beruht, dass die Höhen von Flüssigkeiten, die sich in kommunizierenden Röhren das Gleichgewicht halten, ihren Dichten umgekehrt proportional sind. Die Konstruktion dieses Apparates ergibt sich aus Fig. 20a und b. Das zum Teil kalibrierte Röhrensystem *a* bis *a* ist in solchen Dimensionen gehalten, dass

1) N. J. 1891. II. 214—220.

die weiteren Teile $\gamma$ und $c$ den gesamten Inhalt von $\alpha$ und $\beta$, beziehungsweise $a$ und $b$ aufnehmen können; $d$ und $e$ sind in einander eingeschliffene, sich verengende Glasröhren, $\varepsilon$ und $\varkappa$ Kautschukschläuche, $\mu$ ein Quetschhahn, $m$ und $i$ Glashähne. Der ganze Apparat wird vermittelst einer Wasserwage auf dem Holzteller horizontal aufgestellt. Zunächst muss man nun den Unterschied im Nullpunkt der Skalen in den Röhrenschenkeln $a$, $b$, $\alpha$, $\beta$ ein für allemal bestimmen; das geschieht, indem man bei Offenstellung des Hahnes $i$ in $\alpha$

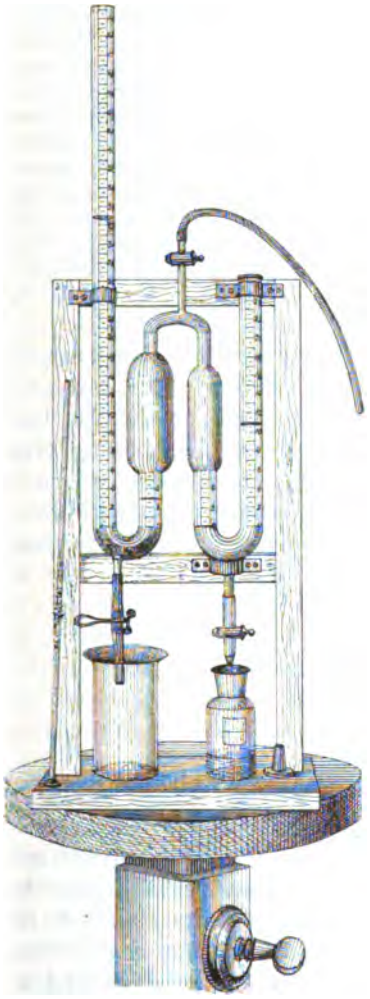


Fig. 20a.

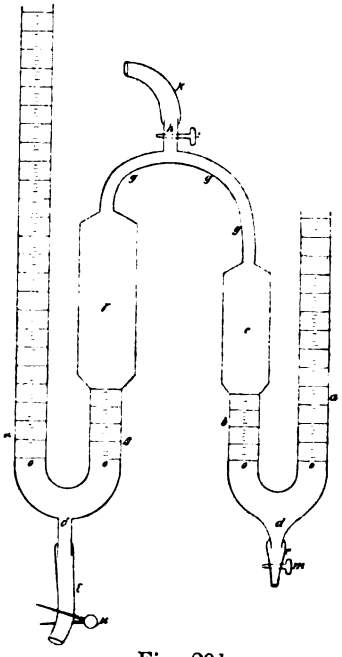


Fig. 20b.

und $a$ so viel Wasser eingiesst, dass es in $\beta$ und $b$ fast bis zum Skalenende reicht. Nun liest man nach bekannter Methode die Lage der im Niveau befindlichen Menisken in $\alpha$, $\beta$, $a$ und $b$ ab und wiederholt diese Ablesungen mehrmals nach jeweiligem Ablassen kleiner Wassermengen durch $e$ und $\varepsilon$, um schliesslich aus den gefundenen Werten das Mittel zu nehmen. Soll nun der (natürlich getrocknete) Apparat gebraucht werden, so schliesst man den Hahn $i$, füllt die ihrer Dichte nach zu bestimmende Flüssigkeit in $a$ und destilliertes Wasser in $\alpha$. Werden dann die Menisken in $\alpha$, $a$, $b$ und $\beta$ abgelesen, so halten sich die Flüssigkeitssäulen $a$—$b$ und $\alpha$—$\beta$ das Gleichgewicht und man hat

$$\frac{a-b}{\alpha-\beta}=\frac{1}{d}$$

$$d=\frac{\alpha-\beta}{a-b},$$

wobei noch die Korrekturen für die Verschiedenheiten des Nullpunktes berücksichtigt werden müssen. — Um tunlichst genaue Werte zu bekommen, werden die Grössen $a-\beta$ und $a-b$ mehrmals bestimmt, was durch Ablassen der Flüssigkeit durch $e$, des Wassers durch $\varepsilon$, der Luft durch $i$ leicht erreicht wird. Die Zuverlässigkeit der gefundenen Werte wächst dann mit dem Werte $a-b$ und nimmt mit diesem in empfindlicher Weise ab. Die Genauigkeit ist wohl überhaupt erheblich geringer, als die durch die Westphalsche Wage zu erzielende, bei der die Bestimmungen leicht bis auf 0.001 richtig ausfallen, während man bei dem Salomonschen Apparat sicherlich mit der fünffachen Grösse rechnen muss. Bei einem vom Autor mitgeteilten Beispiel waren die Höhen der Lösungen 76.3 mm und 207.5 mm, woraus sich das spezifische Gewicht zu 2.719 ergab. Bei einem Ablesungsfehler von nur 0.1 mm in umgekehrtem Sinne — also bei einem Rohr in positivem, bei dem anderen in negativem Sinne — erhält man aus 76.2 mm und 207.6 mm das spezifische Gewicht zu 2.724 mm, also einen um 0.005 grösseren Wert als vorher.

**20. Von schweren Flüssigkeiten**, die bei gewöhnlicher Temperatur flüssig bleiben, sind mehrere in Gebrauch. Schon 1862 schlug Graf Schaffgotsch[1]) eine Lösung von saurem Quecksilbernitrat zur Bestimmung des spezifischen Gewichts von Mineralien vor. Die Lösung erreicht im konzentrierten Zustand eine Dichte von etwa 3.3, ist aber wegen ihrer stark sauren Eigenschaften nur von beschränkter Anwendbarkeit. Zur Zeit werden hauptsächlich folgende 6 Flüssigkeiten — also abgesehen von den Schmelzen — verwendet:

Thouletsche Lösung,
Kleinsche Lösung,
Rohrbachsche Lösung,
Jodmethylen,
Bromoform,
Acetylentetrabromid.

Als Thouletsche Lösung bezeichnet man eine zuerst von E. Sonstadt[2]), dann von A. H. Church[3]) vorgeschlagene, durch J. Thoulets Versuche[4]) allgemeiner bekannt gewordene und von V. Goldschmidt[5]) in allen ihren Eigenschaften genauer untersuchte Kaliumquecksilberjodidlösung, deren Maximaldichte bei zweckentsprechender Darstellung nach V. Goldschmidt 3.196 beträgt, während sie Thoulet nur auf 2.77, Church auf 3.01 brachte. Man erhält diese Lösung nach Goldschmidts Angabe mit dem höchsten spezifischen Gewichte, wenn man ein Gemenge von Quecksilberjodid (Hydrargyrum bijodatum rubrum des Handels) mit Jodkalium im Verhältnis 1.24 : 1, also nahezu der Formel $HgJ_2.2KJ$

1) Pogg. Ann. **116**. 1862. 279–289.
2) Chemical News **29**. 1874. 127—128.
3) Mineral. Mag. **1**. 1877. 237–238.
4) Bull. Soc. Min. Fr. **2**. 1879. 189–191.
5) N. J. B. B. **1**. 1881. 179—238.

mit kleinem Ueberschuss an KJ entsprechend, in kaltem Wasser löst (etwa 500 g der Salze auf 80 ccm Wasser) und diese Lösung auf dem Wasserbade bis zur Bildung einer krystallinen Haut auf der Oberfläche, oder bis zum Schwimmen eines Krystalls von Flussspat (spez. Gew. = 3.18) eindampft. Nach dem Erkalten ist dann durch Kontraktion die Dichte der Lösung auf 3.196 gestiegen. Nach L. van Werveke s Beobachtungen schadet ein Ueberschuss von KJ nicht, ist vielmehr wünschenswert; bei dem Eindampfen scheidet sich der grössere Teil dieses Ueberschusses ab. So lange das Verhältnis der beiden Salze KJ und $HgJ_2$ das richtige ist, lässt sich die Lösung durch Wasserzusatz stetig verdünnen bis auf das spez. Gew. 1.0 und durch Eindampfen auf dem Wasserbade wieder auf das Maximum 3.196 bringen. Aendert sich aber das Verhältnis der Salze, so scheidet sich bei einem Ueberschuss von $HgJ_2$ ein gelbes wasserhaltiges Doppelsalz in Krystallnadeln, bei Ueberschuss von KJ diese Substanz in Würfeln aus. Die gleichen Ausscheidungen entstehen bei längerem Stehen der Lösung in trockener Luft. Bei längerem Gebrauch verliert die Lösung ihre gelbgrünliche Farbe und wird durch ausgeschiedenes Jod rotbraun. Man vermeidet diese Zersetzung oder führt die zersetzte Lösung in ihren ursprünglichen Zustand zurück, wenn man in dieselbe beim Eindampfen eine Quantität gediegen Quecksilber einträgt[1]). Das freie Jod verbindet sich alsdann mit Quecksilber zu Quecksilberjodür, welches sich als feiner graugrüner Staub an das metallische Quecksilber ansetzt und bewirkt, dass dieses beim Umrühren in feine, nur sehr schwer zusammenfliessende Kügelchen zerfällt; bei weiterem Eindampfen setzt sich $2HgJ$ um in $HgJ_2$ und Hg, und das Quecksilberjodid verbindet sich wieder mit überschüssigem Kaliumjodid. — Die Lösung verändert sich an der Luft durch Abgabe und Aufnahme von Wasser und ändert damit ihre Dichte; nur eine konzentrierte Lösung von der Dichte 3.01—3.10 kann man an der Luft stehen lassen, ohne dass sie sich merklich ändert. Das Maximum der Veränderlichkeit hat sie bei dem spez. Gew. = 2—2.5.

Die Verdünnung der konzentrierten Lösung auf ein bestimmtes niedrigeres spez. Gew. durch Wasserzusatz lässt sich wegen der hierbei stattfindenden Kontraktion nicht mit Sicherheit durch Einführung einer gemessenen Menge Wassers ausführen; es empfiehlt sich ein empirisches Verfahren, indem man in die Lösung das zu untersuchende Mineralkorn wirft und nun an dem schnelleren oder langsameren Steigen des hinuntergestossenen Korns ersieht, ob man viel Wasser, oder nur sehr vorsichtig tropfenweise Wasser, oder bei geringer Differenz der vorhandenen und zu erreichenden Dichte besser eine verdünnte Lösung langsam zuzusetzen hat, bis das Mineral in der Lösung schwebt. Hat man zu stark verdünnt, so hilft ein Zusatz konzentrierterer Lösung bald dem Versehen ab. Man erkennt die Annäherung an den Gleichgewichtszustand von Lösung und Indikator daran, dass dieser sehr langsam steigt und sich dabei auf die hohe Kante stellt.

1) van Werveke, N. J. 1883. II. 86.

Da metallisches Eisen die Lösung unter Ausscheidung von Quecksilber zersetzt, so muss man etwaige Splitter, welche aus dem Mörser in das Pulver geraten sein könnten, mit dem Magneten oder durch Säure entfernen, bevor man das Pulver mit der Lösung in Berührung bringt.

Die von D. Klein gefundene und nach ihm benannte Lösung ist diejenige eines Cadmiumborowolframates von der Formel $2H_2O$, $2CdO$, $B_2O_3$, $9WoO_3 + 16$ aq[1]). Sie hat eine etwas höhere Dichte (3.30) als die Thouletsche Lösung, ist nicht giftig, wie jene, aber ebenfalls sehr leicht zu regenerieren. Dagegen besitzt sie im konzentrierten Zustand eine etwas zähflüssige Beschaffenheit, so dass man sie hier besser durch das ausserordentlich leicht bewegliche Jodmethylen ersetzt.

Nach den Angaben D. Kleins und W. B. D. Edwards[2]) erhält man die Lösung dadurch, dass man 450 g reines wolframsaures Natron in dem fünffachen Gewicht Wasser löst, 675 g Borsäure, $B_2O_3.3H_2O$, hinzufügt und bis zur vollständigen Lösung erwärmt. Bei ungestörter Erkaltung scheidet sich Borax aus; die Lösung wird abfiltriert und durch Erwärmen auf dem Wasserbad etwa auf die Hälfte eingeengt, ohne dass sich auf der heissen Lösung eine Krystallkruste gebildet hätte. Bei dem abermaligen ruhigen Stehenlassen der Lösung scheiden sich wieder Borax und Natronpolyborate aus; die Mutterlauge, welche durch beginnende Reduktion violett gefärbt ist, wird abgegossen und die abgeschiedenen Krystalle von den anhängenden Resten der viskösen Mutterlauge gereinigt. Diese Operation wird mehrfach wiederholt, wobei man zu beachten hat, dass die letzten kleinen Mengen Natriumborat aus der dickflüssigen Lösung sich recht langsam ausscheiden. Schliesslich erreicht die Mutterlauge, die eine Lösung von $4Na_2O.12WoO_3.B_2O_3$ darstellt, eine Konzentration, so dass Glas oder Feldspat darauf schwimmt; sie mag bei den oben angegebenen Mengen etwa 220 ccm betragen und ist nun für die Herstellung zunächst eines Baryum-Borowolframates geeignet. Dazu giesst man in diese konzentrierte und kochende Lösung eine ebenfalls konzentrierte und kochende Lösung von Chlorbaryum (150 g $BaCl_2.2H_2O$ in 200 g Wasser). Es bildet sich ein sehr reichlicher pulveriger Niederschlag, so dass die Lösung zu einem weisslichen Brei gesteht. Der mit der Luftpumpe abfiltrierte und ausgewaschene Niederschlag wird in heisser, verdünnter Salzsäure, unter Umrühren, gelöst (es sind etwa 300 ccm dieser Säure, 1HCl vom spez. Gew. 1.18 auf 10 Wasser notwendig). Bei dem darauf folgenden Eindampfen zur Trocknis werden gegen Ende der Operation 40 ccm konzentrierte Salzsäure zugesetzt. Die trockene Masse wird mit 300 ccm kochendem Wasser aufgenommen und das Kochen unter zeitweiligem Wasserzusatz bis zu 2 Stunden fortgesetzt, worauf die hierbei ungelöst bleibende Wolframsäure abfiltriert wird. Aus der Lösung scheiden sich beim Konzentrieren schöne quadratische Krystalle (P.oP) von der Formel $9WoO_3.B_2O_3.2BaO.2H_2O + 18$aq ab. Aus der Mutterlauge lässt sich durch Einengung eine weitere Portion dieser Krystalle erhalten, während das zum Schluss in farblosen Blättchen sich ausscheidende Baryumborat zu entfernen ist. Jene Krystalle werden durch mehrmaliges Umkrystallisieren gereinigt und von etwa anhängenden Borsäureblättchen durch alkoholisches Wasser befreit. Die bisweilen auftretende mattviolette Färbung der Krystalle rührt von einer beginnenden Reduktion her und kann durch einige Tropfen Salpetersäure entfernt werden, ist übrigens unschädlich. Aus der Lösung dieser Krystalle in 200 ccm kochendem Wasser erhält man durch Zusatz von 25 g Cadmiumsulfat das oben angegebene Cadmiumborotungstat durch Wechselzersetzung. Baryumsulfat wird abfiltriert und das Filtrat eingedampft bis zur beginnenden Bildung

1) C. R. 93. 1881. 318; Bull. Soc. Min. Fr. 4. 1881. 149—155.
2) Geol. Mag. 8. 1891. 273—275.

einer Krystallhaut. — Durch Filtrieren erhält man leicht eine kalte Lösung vom spez. Gew. 3.360—3.365, welche wie die Thouletsche in jedem Verhältnis ohne Zersetzung mit Wasser mischbar ist und stets wieder durch Eindampfen auf die Dichte 3.36 gebracht werden kann. Sie hat vor der Thouletschen Lösung den Vorzug der höheren Dichte und der Unschädlichkeit, dagegen ist ihre Darstellung eine weit weniger einfache. Aus den angegebenen Gewichtsmengen erhält man etwa 160 g oder 50 ccm der konzentrierten Lösung. Die Materialkosten belaufen sich für dieses Quantum auf etwa 3 M.

Die Lösung wird durch metallisches Eisen, Zink und Blei, sowie durch Karbonate zersetzt. Diese Substanzen müssen also gegebenen Falls durch Behandlung mit Säure aus dem Pulver entfernt werden, ehe dasselbe mit der Lösung in Berührung kommt. Durch Reduktionsvorgänge dunkelt die Kleinsche Flüssigkeit öfters; man oxydiert und klärt sie leicht nach Angaben von L. van Werveke durch Zusatz einiger Tropfen einer Wasserstoffsuperoxydlösung[1]). Will man das höchst erreichbare spez. Gew. 3.6 erhalten, so muss man bis zum Schwimmen des Olivin auf der warmen Lösung eindampfen und dann 24 Stunden an kühlem Orte stehen lassen. Das Cadmiumborotungstat setzt sich dann in krystallinen Massen ab, welche aus verwachsenen rhombischen Individuen bestehen. Reinigt man diese durch Abtropfen möglichst von ihrer Mutterlauge und erhitzt sie in einer Röhre im Wasserbade, so schmelzen sie bei 75° C. in ihrem Krystallwasser und bilden eine ziemlich bewegliche Flüssigkeit, auf welcher Spinell schwimmt. Man kann diese Konzentration auch direkt durch Eindampfen der Lösung auf dem Wasserbade erreichen. Bei den höchsten spezifischen Gewichten ist die Kleinsche Lösung ziemlich ölig und ihre praktische Verwendbarkeit zur Scheidung von Pulvern ist dann eine sehr beschränkte; nur recht grobe Pulver lassen sich noch behandeln.

C. Rohrbach schlug die Verwendung einer Baryumquecksilberjodidlösung vor[2]), welche bei geeigneter Behandlung eine Maximaldichte von 3.588 erreicht und dabei recht leichtflüssig ist. Bei der Darstellung muss man wegen der leichten Zersetzbarkeit des $BaJ_2$ anfangs rasch verfahren. 100 Teile $BaJ_2$ und 130 Teile $HgJ_2$ werden rasch abgewogen und in einem trockenen Kochfläschchen gut durcheinander geschüttelt; darauf setzt man etwa 20 ccm destilliertes Wasser zu und bringt das Ganze in ein schon vorher auf 150°—200° C. erhitztes Oelbad. Die rasche Auflösung und Bildung des Doppelsalzes wird durch stetes Umrühren mit einem krückenförmig gebogenen Glasstab tunlichst beschleunigt. Nach vollendeter Lösung der Salze lässt man noch kurze Zeit sieden und dampft dann in einer Porzellanschale auf dem Wasser-

1) cf. E. Cohen, Zusammenstellung petrograph. Untersuchungsmethoden. 3. Aufl. 1896. 10. Anm. Ueber das Arbeiten mit dieser Kleinschen Flüssigkeit s. auch P. Gisevius, Dissert. Bonn 1883.

2) N. J. 1883. II. 186—188. Wied. Ann. 20. 1883. 169—174. Nach einer Angabe von A. Arzruni wurde diese Flüssigkeit bereits im Jahre 1879 von Prof. Suschin in Petersburg dargestellt und von A. Karpinskij verwendet; s. Z. D. G. G. 37. 1885. 869. Anmerk.; ferner Ref. N. J. 1886. I. 263.

bade ein, bis ein Sulzbacher Epidotkrystall vom spez. Gew. 3.39 schwimmt. Beim Erkalten scheidet sich nun eine kleine Quantität eines gelben Doppelsalzes aus, während die Lösung durch Kontraktion so schwer wird, dass Topas (spez. Gew. 3.55) darauf schwimmt. Da die Lösung sich nicht gut filtrieren lässt, so trennt man sie von den ausgeschiedenen Krystallen durch vorsichtiges Abgiessen nach mehrtägigem Stehen. Leider lässt sich die Lösung nicht in der Kälte mit Wasser verdünnen; sobald man dieses zusetzt, scheidet sich rotes $HgJ_2$ aus. In heisser Lösung kann man diese Ausscheidung indessen bei Zusatz von heissem Wasser ganz verhindern, eine Ansäuerung mit HJ, wie sie empfohlen wird, ist nicht erforderlich. Einfacher ist es, eine schon verdünnte Lösung zu benutzen, welche man in der angegebenen Weise oder dadurch erhält, dass man in einem Glase über der konzentrierten Lösung eine Schicht Wasser ausbreitet, worauf dann die Verdünnung durch Diffusion in 12—24 Stunden ohne Ausscheidung von $HgJ_2$ vor sich geht. Das Gesteinspulver muss stets ganz trocken eingetragen werden und beim Auswaschen nicht reines Wasser, sondern KJ-haltiges Wasser angewendet werden. Karbonate zersetzen die Lösung ebensowenig wie Kohlensäure. Die ausserordentlich leichte Zersetzbarkeit dieser sonst so vorzüglichen Lösung durch Wasser steht ihrer allgemeinen Verwendbarkeit hindernd im Wege und beschränkt ihre Benutzung auf das empfindlichste. Man wird sich ihrer nur da bedienen, wo das spezifische Gewicht der Thouletschen und Kleinschen Lösung sich zu niedrig erweist.

Vor anderen Scheideflüssigkeiten hat das von R. Brauns untersuchte und empfohlene Jodmethylen $CH_2J_2$[1]) den Vorzug grosser Leichtflüssigkeit, der Unveränderlichkeit an der Luft, wenn auch nicht am Licht, und des indifferenten Verhaltens gegen Metalle und Karbonate. Es ist eine stark lichtbrechende, hellgelb gefärbte Flüssigkeit, die von den chemischen Fabriken (mit dem Jodpreis wechselnd zu etwa 10 M. für 100 g) zu beziehen ist und bei 16° C. das spezifische Gewicht 3.3243 hat. Dieses ändert sich bedeutend mit der Temperatur; die mittlere Dichtigkeitsabnahme für 1° C. beträgt etwa 0.0022, so dass die Dichte bei 5° C., der Erstarrungstemperatur des Methylenjodids = 3.3485, bei 25°=3.3045 ist. Der Brechungsexponent beträgt bei 8° C. für Li 1.7346, für Na 1.7466, für Tl 1.7584 und nimmt für die angegebenen Wellenlängen mit 1° C. Temperaturzunahme um 0.00067, 0.00071 und 0.00073 ab. — Das Methylenjodid hat nur den Nachteil, dass es sich durch Erwärmen und längeres Stehen am Sonnenlicht bräunt. Die Verdünnung geschieht mit Aether, Benzol oder weniger praktisch mit Toluol. Um die benutzte Flüssigkeit wieder auf das Dichtigkeitsmaximum von etwa 3.33 zu bringen, muss man das Benzol in offener Schale, event. unterstützt durch einen die Oberfläche streifenden, darüber hinweggeblasenen Luftstrom verdunsten lassen oder abdestillieren. Das bedingt einen weit grösseren Verlust an dieser kostspieligen Scheideflüssigkeit,

1) N. J. 1886. II. 72—78.

als dies bei irgend einer anderen der Fall ist. — Die Bräunung des Jodmethylens beruht auf einer Ausscheidung von Jod; sie wird durch Schütteln mit Kalilauge, Auswaschen mit reinem Wasser, Trocknen durch hineingeworfene Stücke von Chlorcalcium und Filtrieren beseitigt. Auch kann man die nachgedunkelte Flüssigkeit gefrieren lassen[1]), wobei ein ganz dunkelbrauner Rest übrig bleibt, den man abgiesst. Der erstarrte Teil hat nach der Schmelzung die ursprüngliche hellgelbe Farbe. — Das abgeschiedene Jod kann nach J. L. C. Schroeder v. d. Kolk (Tabellen z. mikrosk. Best. etc. 1900. 13) auch mit Kupfer entfernt werden. Die aufgeführten Nachteile werden überreichlich aufgewogen durch die Leichtbeweglichkeit des Jodmethylens, welche noch die mechanische Trennung von so feinen Pulvern gestattet, wie sie der Behandlung mit Thouletscher oder Kleinscher Lösung durchaus unzugänglich wären. Ausserdem reinigen sich die mit Methylenjodid getrennten Mineralpulver ausserordentlich leicht und rasch durch Waschen mit Benzol von der Scheideflüssigkeit, während nach der Behandlung mit Quecksilbersalzen die Pulver oft lange und wiederholt ausgekocht werden müssen.

Nach J. W. Retgers[2]) lässt sich die Dichte der Thouletschen und Rohrbachschen Flüssigkeiten durch Eintragen von Jod bei Erwärmung bis zur Sättigung noch merklich steigern. Beim Erkalten scheidet sich etwas festes Jod wieder aus, aber die abgegossenen Flüssigkeiten haben das spezifische Gewicht von etwa 3.3—3.4, beziehungsweise 3.6. Doch sind sie nicht nur recht zähflüssig, sondern auch undurchsichtig und also für den praktischen Gebrauch nicht geeignet.

Auch Jodmethylen lässt sich in ähnlicher Weise durch Eintragen von Jod in seiner Dichte steigern, ist aber gleichfalls undurchsichtig, wenn auch leichtbeweglich. — Eine grössere Verwendbarkeit scheint nach Retgers einer Scheideflüssigkeit zuzukommen, die er dadurch erzielte, dass er Jodoform ($CHJ_3$) in Jodmethylen auflöste. In das Jodmethylen wird bei gelinder Erwärmung das gelbe Jodoformpulver eingetragen bis zur Sättigung. Nach dem Erkalten scheidet es sich teilweise wieder aus. Giesst man die darüberstehende Flüssigkeit, welche meistens durch teilweise Zersetzung des Jodoforms gebräunt ist, ab und reinigt sie durch Schütteln mit Kalilauge, so erhält man eine durchsichtige, tiefgelbe Flüssigkeit von der Dichte 3.456 bei 24° C. — Diese leichtbewegliche Flüssigkeit wird mit reinem (benzolfreiem) Methylenjodid verdünnt.

Auch die Dichte dieser Flüssigkeit lässt sich durch Eintragen von Jod bis auf 3.60—3.65 steigern. Die Beweglichkeit ist noch immer eine bedeutende, aber die Durchsichtigkeit ist dann verloren gegangen.

Retgers hat noch eine Reihe anderer, zum Teil höchst giftiger Flüssigkeiten, wie Arsenbromür ($AsBr_3$) oder eine Auflösung von Zinnjodid ($SnJ_4$) in Arsenbromür, vorgeschlagen und dabei bemerkt, dass man kaum erwarten dürfe, bei gewöhnlicher Temperatur flüssige Körper von einer höheren Dichte als 3.7 zu erhalten[3]).

---

1) Brauns, N. J. 1888. I. 213.

2) N. J. 1889. II. 185—192.

3) Zeitschr. f. phys. Chem. **11.** 1893. 328—344. Auch ist von dem gleichen Verfasser über diesen Gegenstand manche Angabe zu finden in: De Samenstelling van het Duinzand van Nederland. Verh. K. Akad. Amsterdam. 1891. Essai d'une analyse chim. du sable des dunes. Ann. École Polytechn. Delft. 7. 1892. 161—186. Letztere beiden Aufsätze sind vereinigt in: Rec. trav. chim. des Pays-Bas. **11.** 1893. 169—257, woraus sich im N. J. 1895. I. 16—74 ein Auszug findet.

Das kostbare Jodmethylen hat man durch andere Flüssigkeiten teilweise zu ersetzen versucht, die zwar ein weniger hohes spezifisches Gewicht haben, aber in vielen Fällen ausreichen. So schlug Schroeder v. d. Kolk das Bromoform ($CHBr_3$) mit dem spez. Gew. 2.84[1]), W. Muthmann das symmetrische Acetylentetrabromid ($CHBr_2—Br_2HC$) mit dem spez. Gew. 3.00[2]) vor. Bromoform erhält man im Handel für etwa den neunten Teil des Preises des Jodmethylens und das Acetylentetrabromid stellt sich bei eigener Darstellung auch nicht höher. Bromoform schmilzt bei $2^1/_2{}^0$ und siedet bei 151°; sein Brechungsexponent ist bei 15° für Na-Licht 1.588. Acetylentetrabromid schmilzt unterhalb —20°, siedet bei 36 mm Quecksilberdruck bei 137° und hat den Brechungsexponenten 1.648. Die Verdünnung erfolgt durch Aether oder Benzol; Verluste sind auch bei der Regeneration dieser Gemische nicht zu vermeiden. Die Herstellung des Acetylentetrabromids ist sehr einfach, indem man das jetzt so verbreitete Acetylen in Brom einleitet, das Reaktionsgemisch mit Aether aufnimmt und im luftverdünnten Raum der fraktionierten Destillation unterwirft. Die Vorzüge dieses Körpers bestehen in der völligen Haltbarkeit an Luft und Licht (Bromoform ist nicht unempfindlich gegen Licht), so dass also die beim Jodmethylen so unangenehme Eigenschaft fortfällt, unter dem Einfluss des Lichtes Jod auszuscheiden und dadurch dunkler zu werden.

**21. Schwere Schmelzen,** d. h. schwere Flüssigkeiten, welche erst bei erhöhter Temperatur flüssig werden, dienen zwar hauptsächlich zur Trennung verschieden schwerer Mineralien (s. §§ 229—236), können aber auch zur Bestimmung des spezifischen Gewichtes verwendet werden. Zunächst wäre hier die bereits S. 41 genannte, bei 75° schmelzende sehr konzentrierte Kleinsche Lösung vom spez. Gew. 3.6 zu erwähnen, sodann ein schon 1880 von R. Bréon[3]) erwähntes Gemisch von Chlorblei und Chlorzink. Das erstere hat im geschmolzenen Zustand die Dichte 5.0, das zweite 2.4. Man erhält also, je nach den angewandten Mengen dieser Körper, Schmelzen jeder zwischenliegenden Dichte. Man schmilzt das Gemenge in einem Proberöhrchen im Sandbade bis zur vollständigen Mischung der Schmelzen bei etwa 400° C., trägt alsdann das zu trennende Pulver in kleinen Portionen ein und rührt mit einem Platinstabe um. Sobald die schwereren Massen am Boden liegen, die leichteren schwimmen, lässt man ein wenig abkühlen und taucht das Röhrchen in kaltes Wasser. Man kann dann den Boden desselben leicht abbrechen oder abschlagen und den Kuchen in heissem Wasser unter Zusatz von etwas Salpetersäure auflösen. Ebenso verfährt man mit dem oberen Teile, wo sich die leichteren Mineralien finden. Das Verfahren gibt

1) N. J. 1895. I. 274.
2) Z. X. **30**. 1898. 73—74.
3) Bull. Soc. Min. Fr. **3**. 1880. 46—56.

nur dann brauchbare Resultate, wenn die Korngrösse des Pulvers eine ziemlich bedeutende ist.

J. W. Retgers schlug statt dessen die Benutzung von geschmolzenem Silbernitrat ($AgNO_3$) vor[1]), dessen Schmelzpunkt bei 198° C. liegt, und dessen Schmelze die Dichte 4.1 hat; Korund (spez. Gew. = 3.9) und Cölestin (spez. Gew. = 4.0) schwimmen darauf, Rutil (spez. Gew. = 4.2) sinkt unter. Die Trennung geschieht am besten in kleinen Bechergläsern über offener Flamme, nötigenfalls durch Drahtnetz geschützt. Das Schwimmende wird abgegossen oder mit einem Glaslöffelchen abgehoben. Die Schmelze lässt sich verdünnen durch Zusatz von Alkalinitraten $KNO_3$ oder $NaNO_3$.

Durch Eintragen von Jodsilber in eine warme konzentrierte Lösung von Silbernitrat erhält man am Boden des Gefässes eine durchsichtig gelbe, ölartige Flüssigkeit, auf welcher die farblose wässerige Lösung schwimmt. Das Oel, welches man auch durch Zusammenschmelzen von trockenem Jodsilber und Silbernitrat erhalten kann, ist eine wasserfreie, nicht konstante Verbindung von $AgNO_3$ und AgJ. Braunit (spez. Gew. = 4.8) schwimmt darauf, Magnetit (spez. Gew. = 5.2) sinkt. Ihre Dichte ist also etwa = 5.0 und ihr niedriger Schmelzpunkt (65°—70° C.) erlaubt noch die Behandlung auf dem Wasserbade. Ein Mittel zur Verdünnung dieser öligen Flüssigkeit kennt man noch nicht.

Später hat Retgers das Thalliumsilbernitrat als schwere Schmelze zu Mineraltrennungen vorgeschlagen, als er fand, dass das Doppelsalz $TlAgN_2O_6$ erheblich niedriger (bei 75°) als die einzelnen Salze $TlNO_3$ (bei 205°) und $AgNO_3$ (bei 224°) schmilzt[2]). Das spezifische Gewicht der Schmelze, welche in jedem Wasserbad flüssig erhalten werden kann, ist ungefähr 4.8[3]). Die Schmelze ist vollkommen farblos und dünnflüssig wie Wasser, auch ist sie der Zersetzung erst bei Glühhitze unterworfen. Nur tritt wie bei den meisten Silbersalzen am Licht nach längerer Zeit eine Schwärzung ein, die übrigens, weil sie ganz oberflächlich ist, im Gebrauch nicht stört. Die Verdünnung erfolgt durch Zusatz von Wasser, womit auch eine Schmelzpunkterniedrigung bis 60° und 50° verbunden ist. Zur Darstellung des Doppelsalzes empfiehlt Retgers der Billigkeit wegen die Lösung der Metalle in Salpetersäure selbst vorzunehmen, und nicht die beiden Salze käuflich zu beziehen und dann mit wenig Wasser zusammenzuschmelzen. Die chemischen Fabriken liefern nämlich die Salze erheblich teurer, als ihrem Metallwerte entspricht. Schwefelmetalle wie Pyrit, Kupferkies lassen sich mit dieser Thallosilbernitratschmelze nicht trennen, wie S. L. Penfield zuerst fand[4]). Dies veranlasste Retgers andere Schmelzen aufzufinden[5]), von denen er besonders das Thallium-Merkuro-Nitrat $TlHgN_2O_6$ empfiehlt. Dieses Doppelsalz schmilzt

1) N. J. 1889. II. 105—192.
2) N. J. 1893. I. 90—94. Z. f. phys. Chem. 5. 1890. 451.
3) cf. Penfield, Z. X. 26. 1896. 136.
4) Amer. Journ. 50. 1895. 448.
5) N. J. 1896. I. 212—221; 1896. II. 183—195.

bei 76°, hat ein spez. Gew. von 5.3, ist dünnflüssig und klar und lässt sich in jedem Verhältnis mit Wasser mischen.

**22. Suspensionsmethode mit Schwimmer.** Auf den ersten Blick könnte es scheinen, als wenn die Suspensionsmethode nur bei Mineralien von geringerem spezifischem Gewicht als demjenigen der Flüssigkeiten anzuwenden sei. Indessen können auch Mineralien, deren Dichte beliebig grösser ist, als diejenige der Flüssigkeit, durch diese nach ihrem spezifischen Gewicht recht genau bestimmt werden, nur müssen sie, wenn man die oben (§ 16) angenommene Fehlergrenze von $\pm 0.003$ einhalten will, schon aus Körnern von mindestens 0.1 g bestehen. Bei erheblich kleinerem Gewicht gelingt es kaum, die zweite Dezimale richtig zu erhalten.

Das Prinzip rührt von Thoulet[1]) her, der das spezifisch schwere Mineralkorn mit einem viel leichteren Schwimmer verband. Zu letzterem wählte er ein kleines Kügelchen von Wachs, welches durch irgend einen im Innern liegenden schweren Körper so beschwert worden war, dass sein spezifisches Gewicht zwischen 1 und 2 lag und also mit Thouletscher Lösung bestimmt werden konnte. Bevor man beide, beschwertes Wachskorn und Mineral durch Aneinanderdrücken verbindet, bestimmt man das absolute Gewicht des Mineralkorns (g), das absolute Gewicht des Wachskorns ($g_1$), das spezifische Gewicht des Wachskorns ($d_1$) und schliesslich das spezifische Gewicht des verbundenen Systems (D). Dann ist das Volumen des Wachskorns $v_1 = g_1 : d_1$ und das Volumen des Minerals $v = g : d$, wenn wir d das gesuchte spezifische Gewicht des Minerals nennen, so dass sich als Volumen des verbundenen Systems ergibt: $(v+v_1)D = g+g_1$ oder

$$\left(\frac{g}{d} + \frac{g_1}{d_1}\right) D = g + g_1,$$

oder

$$d = \frac{g \cdot D}{g + g_1 - \frac{D \cdot g_1}{d_1}} = \frac{D}{1 - \frac{g_1}{g}\left(\frac{D}{d_1} - 1\right)}.$$

Die Methode ist wegen der Natur des Wachses keiner grossen Genauigkeit fähig, und an dem gleichen Uebelstand leidet der Vorschlag J. Jolys[2]), der die Mineralstückchen auf eine kleine, vorher gewogene Paraffinscheibe legte und diese vorsichtig schmolz. Joly will auf diese Weise auch poröse Substanzen ihrer Dichte nach bestimmen, da das schmelzende Paraffin die Poren ausfülle. Noch unvollkommener ist wohl der Vorschlag von W. J. Smeeth[3]), der in ein kleines Glasgefäss etwas Vaselin bringt, in welches er die Mineralkörper einsinken lässt, um darauf die spezifische Gewichtsbestimmung mit der hydrostatischen Wage vorzunehmen. Ein besserer Vorschlag wurde von A. Streng[4]) gemacht, der als Schwimmer einen kleinen Glasbecher mit möglichst dünnen Wänden vorschlug, dessen Höhe etwa 5—6 mm, dessen oberer Durchmesser 5 mm betrug und an dessen unterem Teil 3 Platindrähte von 3—4 mm Länge gewissermassen als Füsse eingeschmolzen waren, um das Becherchen immer in

1) Bull. Soc. Min. Fr. **2**. 1879. 189—191.
2) Phil. Mag. (5) **26**. 1888. 29.
3) Proc. R. Soc. Dublin **6**. 1888. 58.
4) 25. Ber. Oberrh. Ges. f. Natur- u. Heilk. Giessen 1887. 110.

vertikaler Stellung zu halten. In diesen Becher wird die zu prüfende Substanz gelegt und nun verfahren wie oben bei der Thouletschen Methode angegeben ist. Die Methode hat, wie Retgers hervorhob, zwei Fehler: Das absolute Gewicht des Schwimmers ist zu gross und die Flüssigkeit im Becher hat im allgemeinen nicht die Dichte der umgebenden Flüssigkeit.

Eigentlich brauchbar ist die Thouletsche Schwimmermethode erst durch Retgers' geschickte Hand geworden[1]). Nach ihm biegt man ganz dünne Glasfäden in passende Form und bringt zwischen die elastischen Arme dieser kleinen Klemme das Mineral. Man stellt solcher Klemmen in kurzer Zeit mehrere Dutzend in verschiedenem Gewicht her, um unter dem Vorrat nach Bedürfnis auszuwählen und bestimmt von allen diesen Klemmen ein für allemal das spezifische Gewicht, was natürlich bei allen gleich ist, da sie alle aus dem gleichen Glase in gleicher Weise hergestellt sind. Einige Proben, die noch durch Spiralen mannigfachster Dimensionen zu ergänzen wären, sind in Fig. 21 in wirklicher Grösse abgebildet. Retgers hat darauf hingewiesen, dass es ausserordentlich wichtig ist, auf das Verhältnis der Gewichte von Mineral und Schwimmer zu achten, um genaue Resultate zu erhalten. Zunächst lässt eine oberflächliche Ueberlegung schon erraten, dass man beide, Mineralkorn und Schwimmer, möglichst gross auszuwählen hat, weil dann ein konstanter Wägefehler von kleinerem Einfluss ist. Ein Rechenbeispiel wird dies verdeutlichen:

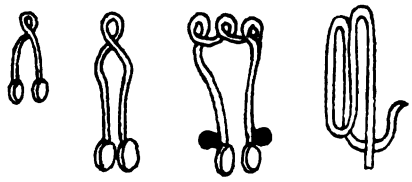


Fig. 21.

| | Wägung | | Wägung | |
|---|---|---|---|---|
| | richtig | falsch | richtig | falsch |
| Gewicht des Minerals . . . . . g | 0.0200 | 0.0201 | 0.2000 | 0.2001 |
| Gewicht des Schwimmers . . . . $g_1$ | 0.0100 | 0.0099 | 0.1000 | 0.0999 |
| Spez. Gew. des Schwimmers . . . $d_1$ | 2.200 | 2.200 | 2.200 | 2.200 |
| Spez. Gew. des vereinigten Systems D | 3.300 | 3.300 | 3.300 | 3.300 |
| Spez. Gew. des Minerals aus obigen Werten berechnet . . . . . d | 4.400 | 4.378 | 4.400 | 4.398 |

Bei 20 mg Substanz beträgt der Fehler in der Bestimmung des spez. Gew. 0.022, wobei die Bestimmungen der absoluten Gewichte nur so weit fehlerhaft angenommen wurden, als die Genauigkeit guter analytischer Wagen geht. Bei Anwendung von 200 mg Substanz, also der zehnfachen Menge, sinkt der Fehler in dem obigen Zahlenbeispiel auf 0.002 herab und wird also elfmal geringer. Hier sind die Wägefehler ebenso gross wie im ersten Fall angenommen, was wohl berechtigt ist, da man ein Gewicht von 200 mg mit unsern gewöhnlichen Hülfsmitteln ebenso genau bestimmen kann, wie ein Gewicht von 20 mg.

1) Zeitschr. f. phys. Chem. 4. 1889. 190—196.

Nehmen wir nun an, um die Formel noch weiter zu diskutieren, dass zwar die absoluten Gewichte richtig bestimmt seien, aber die spezifischen Gewichte des Schwimmers und des vereinigten Systems nicht richtig gefunden wären, und nehmen wir hier als Fehler wieder nur die Genauigkeitsgrenze der Westphalschen Wage nämlich 0.001 an, so kann man aus dem folgenden Rechenbeispiel deutlich erkennen, wie verschieden diese Fehler auf das Endresultat wirken, wenn man Schwimmer von verschiedener Grösse gebraucht.

| | Spez. Gew. | | Spez. Gew. | |
|---|---|---|---|---|
| | richtig | falsch | richtig | falsch |
| Gewicht des Minerals . . . . . g | 0.2000 | 0.2000 | 0.2000 | 0.2000 |
| Gewicht des Schwimmers . . . . $g_1$ | 0.1000 | 0.1000 | 1.0000 | 1.0000 |
| Spez. Gew. des Schwimmers . . . $d_1$ | 2.200 | 2.199 | 2.200 | 2.199 |
| Spez. Gew. des vereinigten Systems D | 3.300 | 3.301 | 2.400 | 2.401 |
| Spez. Gew. des Minerals aus obigen Werten berechnet . . . . . d | 4.400 | 4.405 | 4.400 | 4.440 |

Bei einem Schwimmer von 100 mg Gewicht beträgt der Fehler 0.005, bei einem 10fach grösseren Schwimmer steigt dieser Fehler auf das 8fache, nämlich auf 0.040. Man sieht also wie ausserordentlich wichtig es ist, die Schwimmer so klein wie möglich zu wählen; die Grenze ist durch die Flüssigkeit gegeben, in der Mineral und Schwimmer vereint zum Schweben gebracht werden müssen. Ein Grössenverhältnis zwischen Krystall und Schwimmer, wie es bei Anwendung von Glasröhrchen nicht zu vermeiden ist und wie es J. Behr in N. J. 1903. I. 146 figürlich darstellt — das Röhrchen ist doppelt so dick und siebenmal länger als der Krystall — kann nach diesen Darlegungen nicht als vorteilhaft bezeichnet werden.

**23. Spezifisches Gewicht und spezifisches Volumen.** Durch seine klassischen Untersuchungen hat J. W. Retgers gezeigt, dass bei isomorphen Mischungen eine Proportionalität zwischen spezifischem Gewicht (oder spezifischem Volumen) und chemischer Zusammensetzung herrscht. Kennt man also das spezifische Gewicht ($d_1$ und $d_2$) der beiden, eine isomorphe Mischung bildenden Körper, so kann man aus dem spezifischen Gewicht (D) einer Mischung deren Zusammensetzung berechnen. Nennt man $v_1$ und $v_2$ die Teilvolumina, deren Summe gleich 100 gesetzt werden möge, so dass also $v_1$ und $v_2$ die Volumprozente ausdrücken, so hat man folgende Beziehung:

$$v_1 . d_1 + v_2 . d_2 = (v_1 + v_2) . D.$$

Oder wenn man es vorzieht, die Mischung in Gewichtsprozenten anzugeben, wobei $g_1$ und $g_2$ die Teilgewichte bedeuten, deren Summe gleich 100 ist, so kann man auch, immer unter der Voraussetzung, dass das Volumen der Mischung gleich der Summe der Volumina der sich mischenden Komponenten ist, dass also eine reine isomorphe Mischung

vorliegt und keine Dilatation oder Kontraktion stattfindet, folgende Beziehung aufstellen:

$$g_1 \cdot \frac{1}{d_1} + g_2 \cdot \frac{1}{d_2} = (g_1 + g_2) \frac{1}{D}.$$

Hier bedeuten dann $\frac{1}{d_1}$, $\frac{1}{d_2}$ und $\frac{1}{D}$ die spezifischen Volumina.

Wegen der Verwendung der spezifischen Volumina bei dem optischen Verhalten der isomorphen Mischungen s. § 146.

**24. In folgender Tabelle** sind die wichtigsten gesteinsbildenden Mineralien nach abnehmendem spezifischem Gewicht aus den im zweiten Teil dieses Werkes aufgeführten Werten von H. Rosenbusch ausgezogen und zusammengestellt. Die angegebenen Zahlen haben nur die Bedeutung von Durchschnittswerten und können im konkreten Fall sich als ziemlich ungenau erweisen.

| | | |
|---|---|---|
| Cassiterit . . . 6.84 | Orthit . . . . 3.85 | Piemontit . . . 3.40 |
| Baddeleyit. . . 6.02 | Pleonast . . . 3.82 | Epidot . . . . 3.39 |
| Hämatit . . . 5.29 | Pyrop . . . . 3.75 | Augit . . . . 3.36 |
| Magnetit . . . 5.20 | Ainigmatit. . . 3.75 | Astrophyllit . . 3.35 |
| Monazit. . . . 5.16 | Staurolith . . . 3.72 | Prismatin . . . 3.34 |
| Pyrit . . . . 5.10 | Grunerit . . . 3.71 | Jadëit . . . . 3.34 |
| Pseudobrookit . 4.98 | Allochroit . . . 3.70 | Olivin . . . . 3.32 |
| Ilmenit . . . . 4.85 | Periklas . . . 3.67 | Zoisit . . . . 3.31 |
| Magnetkies . . 4.62 | Disthen . . . . 3.60 | Rosenbuschit . . 3.31 |
| Hussakit . . . 4.58 | Spinell . . . . 3.60 | Diopsid. . . . 3.30 |
| Pyrophanit. . . 4.54 | Hyalosiderit . . 3.57 | Bronzit . . . . 3.29 |
| Xenotim . . . 4.52 | Laavenit . . . 3.56 | Axinit . . . . 3.29 |
| Koppit . . . . 4.50 | Topas . . . . 3.55 | Diallag . . . . 3.27 |
| Chromit. . . . 4.46 | Hedenbergit . . 3.54 | Hjortdahlit . . 3.27 |
| Zirkon . . . . 4.45 | Chloritoid . . . 3.54 | Kornerupin . . 3.27 |
| Goethit . . . . 4.37 | Aegirin . . . . 3.53 | Dumortierit . . 3.27 |
| Pyrochlor . . . 4.28 | Uwarowit . . . 3.51 | Forsterit . . . 3.26 |
| Rutil . . . . 4.25 | Sapphirin . . . 3.49 | Sillimanit . . . 3.24 |
| Melanit. . . . 4.15 | Rinkit . . . . 3.48 | Kaersutit . . . 3.24 |
| Fayalit. . . . 4.14 | Titanit . . . . 3.48 | Fouquéit . . . 3.23 |
| Dysanalyt . . . 4.13 | Grossular . . . 3.47 | Lotrit . . . . 3.23 |
| Picotit . . . . 4.08 | Aegirinaugit . . 3.46 | Monticellit. . . 3.20 |
| Perowskit . . . 4.03 | Arfvedsonit . . 3.45 | Fluorit . . . . 3.19 |
| Geikielith . . . 3.98 | Hypersthen . . 3.45 | Andalusit . . . 3.18 |
| Lievrit . . . . 3.96 | Wöhlerit . . . 3.43 | Fuggerit . . . 3.18 |
| Korund. . . . 3.95 | Barkevikit. . . 3.43 | Thuringit . . . 3.17 |
| Siderit . . . . 3.94 | Serendibit . . . 3.42 | Apatit . . . . 3.16 |
| Hercynit . . . 3.94 | Titanaugit . . . 3.41 | Anthophyllit . . 3.15 |
| Brookit. . . . 3.88 | Diaspor. . . . 3.40 | Humit . . . . 3.15 |
| Anatas . . . . 3.87 | Vesuvian . . . 3.40 | Chondrodit . . 3.15 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Klinohumit | 3.15 | Wollastonit | 2.88 | Orthoklas | 2.55 |
| Enstatit | 3.15 | Prehnit | 2.87 | Mikroklin | 2.55 |
| Crossit | 3.15 | Muscovit | 2.85 | Leucit | 2.47 |
| Spodumen | 3.15 | Lepidolith | 2.85 | Hauyn | 2.45 |
| Turmalin | 3.12 | Paragonit | 2.84 | Brucit | 2.39 |
| Lazulith | 3.12 | Phlogopit | 2.81 | Hydrargillit | 2.38 |
| Hornblende | 3.12 | Pektolith | 2.81 | Thomsonit | 2.35 |
| Magnesit | 3.10 | Anorthit | 2.76 | Gyps | 2.32 |
| Glaukophan | 3.10 | Talk | 2.75 | Tridymit | 2.30 |
| Lawsonit | 3.09 | Mejonit | 2.73 | Laumontit | 2.30 |
| Eukolit | 3.05 | Bytownit | 2.73 | Glaukonit | 2.30 |
| Margarit | 3.03 | Pennin | 2.73 | Sodalith | 2.28 |
| Aktinolith | 3.02 | Calcit | 2.72 | Skolezit | 2.28 |
| Melinophan | 3.01 | Klinochlor | 2.71 | Hydronephelit | 2.26 |
| Biotit | 3.01 | Bastit | 2.70 | Epistilbit | 2.25 |
| Gehlenit | 3.00 | Labradorit | 2.70 | Natrolith | 2.21 |
| Tremolit | 3.00 | Andesin | 2.67 | Nontronit | 2.21 |
| Grandidierit | 2.99 | Quarz | 2.65 | Opal | 2.21 |
| Mosandrit | 2.98 | Alunit | 2.65 | Heulandit | 2.20 |
| Fassait | 2.97 | Cordierit | 2.64 | Phillipsit | 2.20 |
| Melilith | 2.96 | Albit | 2.62 | Analcim | 2.19 |
| Datolith | 2.95 | Kaolin | 2.62 (?) | Batavit | 2.18 |
| Anhydrit | 2.95 | Mizzonit | 2.61 | Hyalit | 2.17 |
| Aragonit | 2.94 | Anorthoklas | 2.59 | Stilbit | 2.16 |
| Karpholith | 2.94 | Adular | 2.57 | Hydromagnesit | 2.16 |
| Eudialyt | 2.92 | Dipyr | 2.57 | Chabasit | 2.10 |
| Dolomit | 2.89 | Serpentin | 2.57 | Eis | 0.92 |
| Delessit | 2.89 | Nephelin | 2.55 | | |

# Dritte Abteilung.

# Optische Eigenschaften.

## Erster Abschnitt.

## Theoretische Grundvorstellungen der Krystalloptik.

### I. Einleitung.

**25. Undulationstheorie.** Das Grundwesen dessen, was wir Licht nennen, ist in so tiefes Dunkel gehüllt, dass wir zu einer ganzen Reihe von Hypothesen, die in manchen Fällen allerdings den Wert wohl begründeter Theorien erreichen, unsere Zuflucht nehmen müssen. — Aus Erfahrung wissen wir, dass jeder Körper, der auf eine Temperatur von 400°—500° gebracht wird, auch im Dunkeln zu sehen ist, dass er leuchtet oder, wie wir uns auch ausdrücken, dass er Licht ausstrahlt. Aus Erfahrung — oder wohl richtiger gesagt aus geschickt geleiteten Beobachtungen und Experimenten — wissen wir ferner, dass diese Ausstrahlung geradlinig und wenn auch ausserordentlich schnell doch nicht momentan erfolgt. Aus Erfahrung wissen wir schliesslich, dass Lichtstrahlen sich entweder ohne gegenseitige Beeinflussung auf das innigste durchdringen können, oder dass eine solche Beeinflussung — Verstärkung, Schwächung, Vernichtung — in dem Bereich der Möglichkeit liegt. — Diese wenigen aber unzweifelhaften Tatsachen führten den holländischen Physiker Ch. Huyghens zur Aufstellung einer Hypothese über die Natur des Lichtes, die nach einigen im Laufe der Zeit erfahrenen Abänderungen sich so fruchtbar erwies, dass wir sie unbedenklich zum Range einer Theorie erheben dürfen. Nach dieser 1690 zuerst im Druck erschienenen Undulationstheorie[1]) besteht das, was wir Licht nennen, in der Bewegung eines unsichtbaren und wenigstens für unsere Instrumente unwägbaren, alle Körper durchdringenden Stoffes, der Lichtäther oder kurz Aether genannt wird. Die Ursachen für die Fortpflanzung der Bewegung werden nach dieser Theorie in elastischen Kräften gesucht, während sie die neuere,

1) Uebersetzt in Ostwalds Klassiker 20. 1890.

elektromagnetische Lichttheorie auf elektrische und magnetische Zustände jenes Aethers zurückführt. Zur Erklärung aller hier in Betracht kommenden Phänomene genügt die ältere Auffassung, die auch den Vorzug einer gewissen Anschaulichkeit besitzt, so dass wir mit gutem Gewissen an ihr einstweilen festhalten dürfen. — Nach einer ferneren Huyghensschen Annahme soll unser Auge in keiner Weise im stande sein, die Bewegung einer einzelnen Reihe von Aetherpunkten, einer sog. Elementarwelle, wahrzunehmen. Auch der feinste Lichtstrahl soll aus einer sehr grossen Zahl von Elementarwellen — ob 1000 oder 100000 oder mehr ist gleichgültig — sich zusammensetzen. Ferner soll jedes Aetherteilchen, welches eine dem Licht nun einmal eigentümliche Bewegung erhält, diese Bewegung allseitig im Raume, also nach rechts und links, nach vorne (und hinten), nach oben und unten fortpflanzen und somit den Ausgangspunkt für eine in Luft beispielsweise sich kugelförmig ausbreitende Lichtbewegung bilden. Wenn dennoch das Licht eine geradlinige Fortpflanzung besitzt, so hängt dies nach Huyghens mit dem Zusammentreffen der Elementarwellen auf gewissen Flächen (Prinzip der einhüllenden Wellen) zusammen, oder beruht nach Fresnel darauf, dass alle seitlich ausbrechenden Wellenzüge vernichtet werden (Prinzip der Interferenzen). Nach A. Fresnel nehmen wir ferner an, dass bei einem gewöhnlichen Lichtstrahl, wie er von einem selbstleuchtenden Körper ausgesandt wird, die Bewegung der Aetherteilchen in Schwingungen besteht, die in einer senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung liegenden Ebene erfolgen, innerhalb dieser Ebene aber nach allen Richtungen ausgeführt werden. Hiernach schwingt also bei einem gewöhnlichen Lichtstrahl, der von vorne nach hinten gerichtet sein möge, ein Aetherteilchen in einem gewissen Zeitmoment von oben nach unten, in einem anderen Zeitmoment von rechts nach links und wieder später in irgend einer anderen Richtung, welche Richtungen alle senkrecht zur Fortpflanzung liegen[1]).

**26. Einige der wichtigsten Definitionen.** Die von den Aetherteilchen ausgeführten Zustandsänderungen — welcher Art dieselben auch immer sein mögen, ob elastischer oder elektrischer Natur — werden als Schwingungen aufgefasst. Die Zeit der Hin- und Herbewegung einer solchen Schwingung nennt man Schwingungsdauer oder Periode; in den später folgenden Formeln ist dieselbe mit T bezeichnet. Der Zustand der Schwingung in einem bestimmten Zeitmoment heisst Phase der Schwingung. Bei dem sehr häufig vorkommenden Vergleich der Phasen zweier Schwingungen spricht man von dem Unterschied der Phasen oder der Phasendifferenz. Die Beziehung, welche zwischen Phase und Zeit besteht, und welche also die Art der schwingenden Bewegung ausdrückt, nennt man das Schwingungsgesetz, die Linie, längs welcher dieses Gesetz zum Ausdruck kommt, heisst Strahl. Jene Bewegungsart wird, in Folge von Analogieschlüssen, die den bei Wasser- und Tonwellen

1) Ueber die Vorläufer Fresnels s. J. C. Poggendorff, Gesch. d. Phys. 1879. 587.

beobachteten Erscheinungen entnommen sind, als eine Wellenbewegung aufgefasst, welche in ihren Einzelheiten mit den periodischen Bewegungen eines schwingenden Pendels verglichen werden kann (s. § 122). Der kleinste Teil einer Wellenbewegung, welcher alle Phasenverschiedenheiten umfasst, wird eine Welle und ihre Ausdehnung in der Richtung des Strahls die mit $\lambda$ bezeichnete Wellenlänge genannt. Die halbe Ausdehnung der Bewegung senkrecht zum Strahl heisst Schwingungsweite oder Amplitude, sie kann auch als die Grösse des Ausschlags eines Aetherteilchens von der Mittel- oder Gleichgewichtslage aus definiert werden. Die Schnelligkeit, mit der die Lichtbewegung durch den Raum erfolgt, wird Fortpflanzungsgeschwindigkeit genannt und soll mit V bezeichnet werden.

Die Wellenlänge für verschiedene, dem Auge unmittelbar erkennbare Lichtstrahlen liegt zwischen 0.000768 mm (rot) und 0.000382 mm (violett) und umfasst also nur etwa eine Oktave. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist im leeren Raum — der natürlich mit Aether erfüllt sein muss — für alle Lichtarten die gleiche und erreicht die enorme Grösse von 300000 km in einer Sekunde. Auch in Luft hat sich bis jetzt noch keine Verschiedenheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit für verschiedene Lichtstrahlen nachweisen lassen, wohl aber in Flüssigkeiten und festen Körpern, die in Folge davon die Erscheinung der Dispersion zeigen (s. § 33).

Der Unterschied der Fortpflanzung in verschiedenen Gasen, Flüssigkeiten und festen Körpern ist sehr erheblich und schwankt um etwa das dreifache (wenn man die Metalle ausser acht lässt). Wenn $V = 300000$ km die Fortpflanzungsgeschwindigkeit und $\lambda =$ ca. $^1/_2\ \mu$ ($1\ \mu = 1$ Mikron $= {}^1/_{1000}$ mm) die Länge einer Welle ist, so muss die Schwingungsdauer dieser Welle jenen äusserst kleinen Bruchteil einer Sekunde betragen, der sich durch das Verhältnis von $\lambda$ und V ausdrücken lässt, so dass also die Schwingungsdauer ist:

$$T = \frac{\lambda}{V} = \frac{0.000768\text{ mm}}{300000\text{ km}} \text{ bis } \frac{0.000382\text{ mm}}{300000\text{ km}}.$$

Die Schwingungsdauer T des Lichtes beträgt hiernach den 390 bis 780billionsten Teil einer Sekunde und ist also für unsere Vorstellung unfassbar klein.

Bei dem Uebergang der Lichtbewegung aus einem Medium in ein anderes muss die Schwingungsdauer konstant bleiben, weil die Schwingungsdauer des nächsten Teilchens durch das vorhergehende erfolgt und nach allen unseren Vorstellungen über Schwingungen jede ganze Schwingung sich auch als ganze Schwingung überträgt. Es kann also nicht etwa während der Zeit, dass ein Teilchen eine Bewegung hin und her ausführt, das nächste nur die Hälfte oder Dreiviertel einer Schwingung zurücklegen. Wenn aber die Schwingungsdauer konstant bleibt, so muss auch nach der letzten Formel der Bruch $\lambda : V$ konstant bleiben. Hier ist V veränderlich, also ist auch die Wellenlänge $\lambda$ veränderlich, wie dies aus dem einfachen Experiment mit dem Newtonschen Farbenglas, wenn man den keilförmigen Raum mit Luft oder Wasser füllt, zu ersehen ist. Die Newtonschen Ringe liegen im Luftkeil weiter auseinander als im Wasserkeil, die Wellenlänge ist daher in Luft grösser als in Wasser und das gleiche gilt für die Fortpflanzung.

Die Ursache für die variable Fortpflanzung führt man auf die verschiedene Elastizität des Aethers in den verschiedenen Körpern zurück und zwar sagt man, dass der schnelleren Fortpflanzung die grössere Elastizität des Aethers und der langsameren Fortpflanzung die geringere Elastizität zukomme. Die Medien mit grösserer Elastizität und also schnellerer Fortpflanzung pflegt man auch die optisch dünneren, die anderen die optisch dichteren zu nennen. Wasser ist ein optisch dichteres Medium als Luft.

Ueber die Grössen der Amplituden weiss man nichts, indessen pflegt man anzunehmen, dass sie, auch im Vergleich zu der schon recht kleinen Wellenlänge, sehr klein sind. Diese Amplituden bringt man in Beziehung zur Intensität eines Lichtstrahls und zwar wendet man hier die gleichen Gesetze an, welche die analytische Mechanik aus den Schwingungen an Federn und Saiten ableitet. So wird die Intensität einer geradlinig polarisierten Welle d. i. einer Lichtwelle, die alle Schwingungen in einer Ebene ausführt, durch das Quadrat ihrer Amplitude ausgedrückt.

Dieser wichtige Satz leitet sich aus den Vorstellungen über den Begriff der Arbeit oder Energie ab, der folgendermassen kurz verdeutlicht werden kann. Eine Masse wird bekanntlich durch eine konstante Kraft in eine gleichförmig beschleunigte Bewegung versetzt. Nach der Zeit t, von der Ruhelage beginnend, habe die Masse den Weg s zurückgelegt und die Geschwindigkeit v erreicht. Die gleiche Wirkung kann man auch erhalten, wenn man während der Zeit t dem Körper eine gleichförmige Geschwindigkeit $^1/_2 v$ erteilt, so dass also

$$1)\quad s = \frac{v}{2} t.$$

Als Kraft (Q) definiert man aber Masse (M) mal Geschwindigkeitszunahme durch Zeit, also

$$2)\quad Q = M \frac{v}{t}.$$

Schliesslich versteht man unter Arbeit das Produkt aus Kraft und Weg, so dass man aus den obigen beiden Formeln erhält:

$$3)\quad Q.s = \frac{M}{2} v^2.$$

Das dem Körper zugefügte Arbeitsquantum kann er unter geeigneten Bedingungen auch wieder abgeben. Man nennt diese aufgespeicherte Arbeit seine Energie; dieselbe ist nach Formel 3) dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional.

Nun ist bei einem nach dem Pendelgesetz schwingenden Körper die Amplitude proportional der Schwingungsgeschwindigkeit, daher kann man auch die Intensität des Lichtes dem Quadrat der Amplitude proportional setzen.

In absorbierenden Medien ändert sich die Amplitude im Verlauf eines Lichtstrahles, sie wird kleiner oder das Licht wird schwächer, indessen darf man annehmen, dass sie für eine sehr grosse Zahl von Oszillationen so gut wie konstant bleibt.

**27. Ausbreitung des Lichtes in homogenen Medien.** Es wird vorausgesetzt, dass wir es hier nur mit homogenen Medien zu tun haben, also mit Körpern, welche in allen Teilen gleichartig aufgebaut sind. (Ueber die auf Zwillingsbildungen sich beziehenden Ausnahmen s. § 130 u. 196.) Unter Medium versteht man jeden Raum, durch welchen die

Lichtbewegung hindurchgehen kann und welcher also nach der Huyghensschen Hypothese mit Aether erfüllt ist. Nur der ätherleere Raum würde kein Medium sein; es ist aber fraglich, ob es solche Räume gibt.

Die homogenen Medien kann man in zwei Klassen einteilen, jenachdem die Ausbreitung des Lichtes nach allen Richtungen gleich oder verschieden schnell erfolgt oder jenachdem die Elastizität des Aethers nach allen Richtungen die gleiche oder nicht die gleiche ist. Die ersteren Medien nennt man isotrop, alle anderen homogenen Medien werden anisotrop genannt.

---

## II. Isotrope Medien.

**28. Lichtbewegung in isotropen Medien.** Nehmen wir als Ausgang der Lichtbewegung einen Punkt an, so wird nach einer bestimmten Zeit die Oberfläche, bis zu welcher das Licht gelangt ist, eine in sich geschlossene krumme Fläche bilden. Man nennt eine solche gekrümmte Fläche Strahlenfläche oder Strahlengeschwindigkeitsfläche, auch ist dafür der Ausdruck Wellenfläche, der nicht mit Wellengeschwindigkeitsfläche zu verwechseln ist, gebräuchlich. Lichtstrahl ist die Richtung, in welcher eine bestimmte Lichtbewegung sich fortpflanzt. Die zu diesem Lichtstrahl gehörige Wellenoberfläche ist die an den Berührungspunkt mit der Strahlenfläche gelegte Tangentialebene. Wellennormale ist die Linie, welche senkrecht auf dieser Tangentialebene steht. Bei den isotropen Medien ist die Strahlenfläche eine Kugel, und der zu jedem Punkt der Strahlenfläche gehörige Lichtstrahl der in diesem Punkt gezogene Radius. Wellennormale und Lichtstrahl fallen zusammen, was bei anisotropen Medien, wie wir bald sehen werden, nur ausnahmsweise zutrifft.

Die Oberfläche vieler vom leuchtenden Punkt ausgehenden Lichtstrahlen — eines Lichtbüschels — ist kugelförmig gekrümmt, und nur wenn dieses Lichtbüschel unendlich dünn wäre, würde man seine Oberfläche, die dann allerdings zu einer unendlich kleinen Oberfläche zusammenschrumpft, als eben bezeichnen können. Da nun unser Auge unendlich dünne Lichtbüschel nicht wahrzunehmen im stande ist, so könnte es scheinen, als ob wir es wenigstens bei isotropen Medien nur mit kugelförmigen Wellenoberflächen zu tun hätten. Indessen sind manche optische Instrumente danach eingerichtet, aus den in Luft ursprünglich kugelförmigen Wellen ebene Wellen herzustellen, oder aus einer breiten Lichtquelle viele von verschiedenen Punkten ausgehende Elementarwellen zu einer ebenen Welle zu vereinigen.

**29. Ebene Wellen** erhält man folgendermassen: Durch die Linse $L$ (Fig. 22) wird aus der vom leuchtenden Punkt $O$ ausgehenden Kugelwelle $K$ eine ebene Welle $W$ erzeugt, wenn $O$ sich im Brennpunkt der Linse befindet.

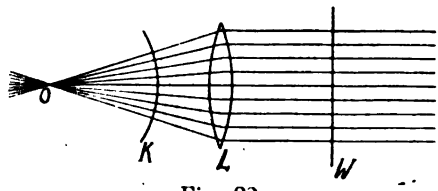


Fig. 22.

**Umgekehrt wird das von einem fern gelegenen Gegenstand in der Fadenkreuzebene eines auf Unendlichkeit eingestellten Fernrohres entworfene Bild durch Lichtstrahlen erzeugt, welche als ebene Wellen in das Fernrohr eintreten.**

Wir arbeiten in der Krystalloptik nur mit Fernrohren, welche auf Unendlichkeit eingestellt sind, wobei allerdings der Begriff „Unendlichkeit" gelegentlich eine starke Einschränkung erfährt. Es genügt nämlich in allen für diagnostische Zwecke in Betracht kommenden Fällen, wenn die Entfernung des Gegenstandes das 500—1000fache der Brennweite des Fernrohrobjektivs beträgt. Bei Fernrohren mit sehr kleinen Brennweiten, wie bei den gelegentlich zu Fernrohrobjektiven benutzten Objektiven der Mikroskope, genügt es also vollkommen, ein Objekt in wenigen Metern Entfernung anzuvisieren, um sagen zu können, dass das Fernrohr auf Unendlichkeit eingestellt sei. Nennt man $A$ die Objektweite, $B$ die Bildweite und $F$ die Brennweite einer Linse, so ist nach § 76

$$B = \frac{A \cdot F}{A - F}.$$

Nach dieser Formel ergeben sich bei einer Linse von 10 mm Brennweite die Abstände der Bilder bei verschiedenen Abständen des Objektes, wie dies die folgende kleine Tabelle zeigt.

| F | A | B |
|---|---|---|
| 10 mm | 100 F | 10.10 mm |
| 10 „ | 500 F | 10.02 „ |
| 10 „ | 1000 F | 10.01 „ |

Bei einer Objektweite gleich der tausendfachen Brennweite ist also das Bild nur um 0.01 mm weiter von der Linse entfernt als ihre Brennweite beträgt.

In vielen Fällen beobachten wir bei den optischen Untersuchungen der Krystalle keine bestimmten Objekte, sondern wir stellen das Fadenkreuz des Fernrohres auf gewisse Erscheinungen ein, denen keine realen Gegenstände zu grunde liegen; aber auch hier haben wir es mit ebenen und nicht mit kugelförmigen Wellen zu tun. So stellen wir bei der Bestimmung der Lichtbrechung nach der Methode der Totalreflexion auf eine Schattenlinie ein, welche durch den Eintritt ebener Wellen zu stande kommt, während andere durch das diffuse Licht der Beleuchtungslampe ausgesandte kugelförmige Wellen zwar ebenfalls in das Fernrohr eintreten, aber bei der Einstellung auf die Schattenlinie keine Rolle spielen.

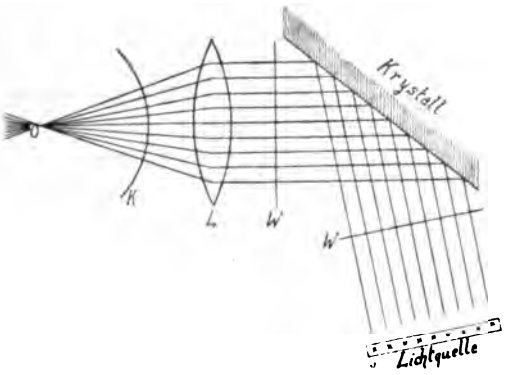



Fig. 23.

Der Vorgang ist in Fig. 23 skizziert, wo W und W die in Frage kommenden ebenen Wellen darstellen.

Auch bei den Instrumenten zur Beobachtung im konvergenten Licht werden wieder nur lauter die Krystallplatte durchsetzende Bündel ebener Wellen benutzt, welche hierbei gewisse zu eigentümlichen Interferenzerscheinungen führende Veränderungen erfahren, auf die das Fernrohr eingestellt wird. Fig. 24 gibt über den Verlauf der Strahlen bei dieser Anordnung Aufschluss. Jedes von rechts auffallende Büschel mit der Kugelwelle $K$ wird durch die rechte Linse zunächst in ein Parallelbündel mit der ebenen Welle $W$ umgewandelt und die nach links vorgerückte ebene Welle $W$ wird dann durch die linke Linse wieder in eine Kugelwelle $K$ zurückverwandelt.

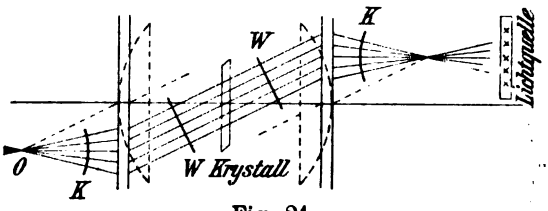


Fig. 24.

**30. Reflexion und Brechung ebener Wellen.** Da wir es also nach dem Vorigen sehr häufig mit ebenen Wellen zu tun haben, die sich durch leicht zu beschaffende Instrumente mit jeder wünschenswerten Genauigkeit beobachten lassen, so wollen wir uns darauf beschränken, die Reflexions- und Brechungsgesetze an ebenen Wellen zu verfolgen; und da wir alle unsere Beobachtungen in Luft, also einem isotropen Medium anstellen, so fallen bei diesen ebenen Wellen nach § 28 Wellennormalen und Lichtstrahlen zusammen, was eine weitere Vereinfachung der Gesetze mit sich bringt.

Tritt nun ein Lichtstrahl an die Grenze zweier durchsichtiger Medien, so wird er:

a) unregelmässig zerstreut,
b) geschwächt,
c) zurückgeworfen,
d) gebrochen (und zwar bei weissem Licht verschieden stark gebrochen).

Ueber die unregelmässige Zerstreuung oder Diffusion des Lichtes lässt sich nur sagen, dass sie um so geringer wird, je ebener und vollkommener poliert die Grenzfläche der beiden Medien ist. Gänzlich aufheben lässt sie sich auch bei sehr vollkommen polierten Flächen nicht. Nur die Oberfläche einer staubfreien Flüssigkeit ist, wenn man die Genauigkeit nicht zu weit treibt und die der Erdkrümmung entsprechende Wölbung unberücksichtigt lässt, als vollkommen eben und glatt zu bezeichnen. (Auch an kleinen Flüssigkeitsoberflächen wie an der Oberfläche eines Quecksilberbades hat sich der Einfluss der Erdkrümmung zeigen lassen.) Die Schwächung oder Absorption ist im allgemeinen um so geringer, je durchsichtiger und farbloser die Medien sind.

Genauere Gesetze sind für die Erscheinung der Zurückwerfung oder Reflexion und Brechung oder Refraktion des Lichtes aufgestellt.

$a\,b$ sei die Grenzfläche zwischen Luft und dem zweiten isotropen Medium (Fig. 25), $f\,c$ sei der einfallende Lichtstrahl, $d\,e$ sei die in dem Punkt $c$ auf $a\,b$ errichtete Normale, welche Einfallslot heisst. Dann

wird in dem Punkte $c$ das in der Richtung $fc$ einfallende Licht — abgesehen von Diffusion und Absorption — teils in veränderter Richtung in das zweite Medium übergehen (der gebrochene Strahl), teils nach einem bestimmten Gesetze in das erste Medium zurückgeworfen (der reflektierte Strahl). Nennt man die Winkel, welche der einfallende ($fc$), der reflektierte ($cg$) und der gebrochene Strahl ($ch$) mit dem Einfallslot machen, den Einfalls- oder Inzidenzwinkel $= i$, den Reflexionswinkel $= r$ und den Brechungswinkel $= \varrho$, ferner die durch die genannten Strahlen und das Einfallslot gelegten Ebenen beziehungsweise Einfallsebene, Reflexionsebene und Brechungsebene, so lauten die Grundgesetze über Reflexion und Refraktion:

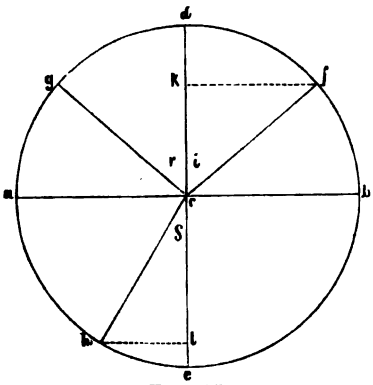


Fig. 25.

1. Einfalls-, Reflexions- und Brechungsebene fallen zusammen.
2. Einfallswinkel ist gleich Reflexionswinkel, $i = r$.
3. Einfallswinkel und Brechungswinkel haben in ihren Sinuswerten ein konstantes Grössenverhältnis.

In dem optisch dichteren Medium wird der einfallende Strahl dem Einfallslote zugelenkt, in dem optisch dünneren Medium von diesem abgelenkt. Möge nun die Richtung des einfallenden Strahles sein, welche sie wolle, so ist bei gleichbleibenden Medien die Richtung des zugehörigen gebrochenen Strahles dadurch gegeben, dass der Quotient aus dem Sinus des Brechungswinkels in den Sinus des Einfallswinkels eine konstante Grösse ist, die man den Brechungsexponenten ($n$) nennt. Man kann also das dritte Gesetz präziser formulieren

$$\frac{\sin i}{\sin \varrho} = n.$$

Die ersten beiden Gesetze sind sehr alt, sie waren schon den Platonikern bekannt. Das dritte Gesetz wurde von Snellius (1620) und Descartes (1637) gefunden und wird wohl auch nach ihnen genannt [1]).

**31. Huyghenssche Konstruktion bei isotropen Medien.** Die Erklärung des ersten und zweiten Gesetzes gab Huyghens in seinem berühmten Werk von 1690. Hiernach bildet jeder von der einfallenden ebenen Welle $AC$ (Fig. 26) getroffene Punkt an der Grenze der beiden Medien $AB$ den Ausgangspunkt einer kugelförmigen Welle, so dass man zunächst eine vollkommene Zerstreuung erwarten sollte. Alle diese Kugeln haben aber nur eine einzige gemeinsame Tangentialebene,

1) Wegen des Anteils, welchen Descartes an dieser Entdeckung hat, s. Poggendorffs Gesch. d. Phys. 1879, 311, wo die Entscheidung nicht zu Gunsten Descartes' ausfällt.

die in der Querschnittsfigur 26 als Linie $B D_1$ gezeichnet ist, und nur senkrecht zu dieser Tangentialebene erfolgt ein gemeinsames Fortschreiten vieler Elementarwellen, die wir als reflektierten Strahl wahrnehmen. Ebenso einfach ist das Snelliussche Gesetz nach dem Huygenssschen Prinzip der einhüllenden Wellen zu erklären, wenn man davon ausgeht, dass die Brechung eine Folge der verschiedenen Geschwindigkeit des Lichtes in den verschiedenen Medien ist. Fig. 27 zeigt die Huygenssche Konstruktion für die gebrochene Welle. Während die ebene Welle $AC$ in Luft von $C$ bis $B$ fortschreitet, wandert die Lichtbewegung im zweiten Medium von $A$ bis $D$ oder von Punkten, die zwischen $A$ und $B$ liegen, zu entsprechenden Punkten zwischen $B$ und $D$. Macht man in der Konstruktion $AB = 1$, so ist $V_1 = \sin i$, $V_2 = \sin \varrho$, also

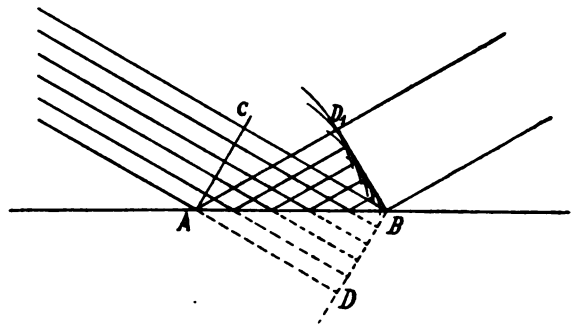



Fig. 26.

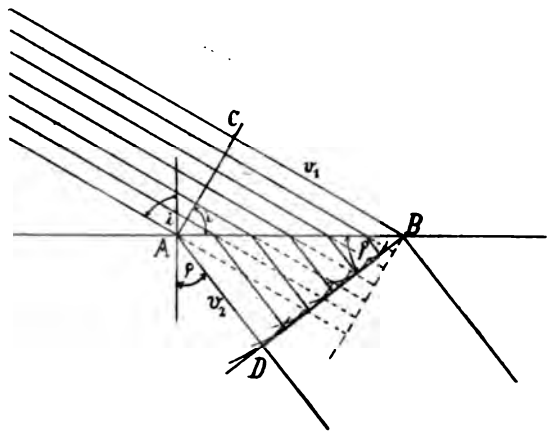



Fig. 27.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\sin i}{\sin \varrho} = n.$$

Der Brechungsexponent ist also gleich dem Quotient aus den Lichtgeschwindigkeiten. Setzt man die Lichtgeschwindigkeit in Luft gleich 1, so kann man auch den Brechungsexponenten eines Mediums auf Luft bezogen gleich dem inversen Wert der Lichtgeschwindigkeit in dem Medium setzen.

Nach den Bemerkungen in § 26 S. 53 lässt sich der Brechungsexponent schliesslich auch definieren als der Quotient aus den Wellenlängen, welche die Lichtbewegung in den beiden Medien annimmt. Sei wieder T die in beiden Medien konstant bleibende Schwingungsdauer, $\lambda_1$ und $\lambda_2$ die Wellenlänge, $V_1$ und $V_2$ die Geschwindigkeit, so ist nach § 26

$$T = \frac{\lambda_1}{V_1}; \quad T = \frac{\lambda_2}{V_2}.$$

Da nun $\frac{V_1}{V_2} = n$ so ist auch $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = n$.

**32. Grundmasse für die Bestimmung des Brechungsexponenten.** Um diese wichtige Konstante $n$, die zur Diagnose einer Substanz ebenso verwertet werden kann wie das spezifische Gewicht oder jede andere Konstante, zu ermitteln, käme es darauf an die Lichtgeschwindigkeit zu messen; dies ist aber in kleineren Körpern unmöglich — hat es doch Fizeau nur mit einem umständlichen Verfahren gelingen wollen, sie in einem Raume von über einer Meile Ausdehnung zu bestimmen. Oder es würde sich darum handeln, die Wellenlänge zu messen, was auch nicht einfach ist. Oder es würde schliesslich notwendig sein, die Winkel $i$ und $\varrho$ zu messen, was nicht nur sehr einfach ist, sondern auch mit jeder wünschenswerten Genauigkeit geschehen kann. Für die Messung von $n$ ist es also am einfachsten, auf die Winkel $i$ und $\varrho$ zurückzugreifen; bei zeichnerischen Konstruktionen kommt man dagegen schneller zum Ziel, wenn man sich auf die Lichtgeschwindigkeiten stützt. In Fig. 28 ist angegeben, wie man den Durchgang einer Wellennormale durch ein Prisma am einfachsten findet. Man schlägt um die im Punkte 1 befindliche brechende Kante des Prismas zwei Halbkreise. Der eine hat den Radius gleich der Einheit (Lichtgeschwindigkeit in Luft), der Radius des andern ist gleich der Lichtgeschwindigkeit im Prisma oder gleich dem inversen Wert des Brechungsexponenten. Der Verlauf der weiteren Konstruktion ist dann durch die Punkte 1, 2, 3, 4, 5, 6 angedeutet, die folgendermassen gefunden werden:

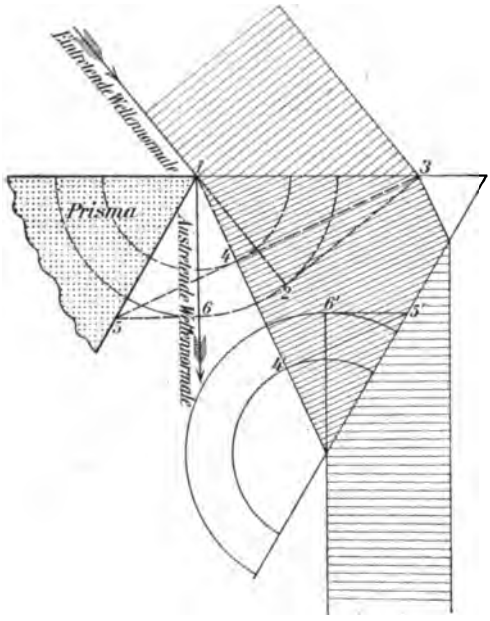


Fig. 28.

Verlängerung der eintretenden Wellennormale (1, 2).
Tangente an 2, Verlängerung bis zur Eintrittsfläche (2, 3).
Tangente von 3 aus an den inneren Kreis und Verlängerung bis zur Austrittsfläche (3, 4, 5).
Tangente von 5 aus an den äusseren Kreis (5, 6).
Normale auf 5, 6 gleich austretender Wellennormale.

Die Auseinanderzerrung der Konstruktion auf die Punkte 4′, 5′, 6′ dient nur zur Erläuterung.

Hier ist immer von Wellennormalen die Rede gewesen; man hätte ebensogut Strahl sagen können, da wir es vorläufig mit isotropen Medien zu tun haben. Bei anisotropen Medien müssen aber beide Richtungen, wie schon in § 28 gesagt, wohl unterschieden werden.

Man pflegt die Messungen von $n$ in Luft auszuführen und misst also auf Umwegen das Geschwindigkeitsverhältnis des Lichtes zwischen Luft und dem betreffenden Körper. Wenn man vom Brechungsexponenten schlechthin spricht, so versteht man darunter den Brechungsexponenten eines isotropen Mediums gegenüber Luft, und da der Brechungsexponent der Luft gegenüber dem leeren Raume sich mit dem Thermometer- und Barometerstande ändert, so ist der Brechungsexponent des Mediums schon aus diesem Grunde theoretisch abhängig von Temperatur und Druck. Den Brechungsexponenten gegenüber dem leeren Raume nennt man den absoluten Brechungsexponenten. Für den praktischen Gebrauch und bei allen auf der Erdoberfläche waltenden Druck- und Temperaturverhältnissen kann man den Brechungsexponenten als unveränderlich ansehen.

Uebrigens ist der Brechungsexponent der Luft so wenig von dem des leeren Raumes verschieden (bei 760 mm Druck und 0° Temperatur = 1.000294), dass man beide miteinander vertauschen darf, ohne die bei petrographischen Untersuchungen zulässige Fehlergrenze zu überschreiten. Nennen wir $n_1 = 1$ den Brechungsexponenten des leeren Raumes, $n_2$ den der Luft und $n_3$ den absoluten Brechungsexponenten des Minerals, so ist nach Fig. 29:

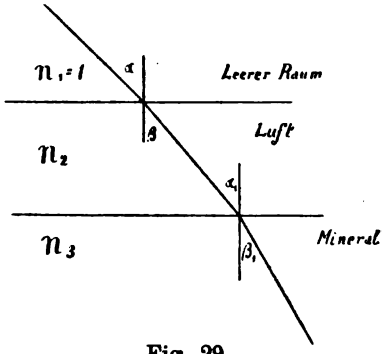


Fig. 29.

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_2; \quad \frac{\sin\alpha_1}{\sin\beta_1} = \frac{n_3}{n_2}; \quad \frac{\sin\alpha}{\sin\beta_1} = n_3.$$

Der unter gewöhnlichen Verhältnissen gemessene Brechungsexponent ist $n_3 : n_2$, aus ihm erhält man den absoluten Wert $n_3$ durch Multiplikation mit $n_2 = 1.000294$. Ein Zahlenbeispiel wird den Einfluss am besten verdeutlichen:

| Brechungsexponent auf Luft bezogen | Brechungsexponent auf den leeren Raum bezogen |
|---|---|
| 1.3330 | 1.3334 |
| 1.5000 | 1.5004 |
| 1.8000 | 1.8005 |
| 2.5000 | 2.5007 |

Selbst bei sehr stark differierenden Werten machen sich die Unterschiede der Brechungsexponenten untereinander erst in drei Einheiten der vierten Dezimale bemerkbar; bei den meisten Mineralien, deren Brechbarkeit zwischen 1.5 und 1.8 liegt, handelt es sich nur um eine Einheit der vierten Dezimale. Man findet in dem einen Fall 1.5000 und 1.8000 also einen Unterschied von 0.3000 und in dem andern Fall 1.5004 und 1.8005 also einen Unterschied von 0.3001. Diese Einheit der vierten Dezimale richtig zu bestimmen erfordert aber schon einige Uebung und spielt überdies bei der Mineraldiagnose, die uns hier besonders interessiert, keine Rolle.

**33. Farbiges Licht.** Bis dahin ist angenommen, dass das Licht in einem homogenen und isotropen Medium eine einzige Geschwindigkeit habe. Wenn man aber das weisse Licht auf seine Brechbarkeit untersucht, so sieht man, dass es verschieden stark gebrochen wird, woraus wir schliessen, dass es aus verschiedenen Lichtqualitäten besteht, welche zwar nicht im leeren Raum (und nach unseren bisherigen Beobachtungen auch nicht in Luft), wohl aber in optisch dichteren Medien sich mit verschiedener Geschwindigkeit fortpflanzen. In Folge der Brechung wird eine ebene Welle weissen Lichtes in eine sehr grosse Anzahl ebener Wellen farbigen Lichtes zerlegt. Die Grösse der Brechung ist abhängig von der Wellenlänge, sie ist also verschieden für verschiedenfarbige Wellen, und zwar ist sie (abgesehen von anomaler Dispersion) um so grösser, je kleiner die Wellenlänge des Lichtes ist[1]). Der Brechungsexponent ist also für blaue Wellen grösser als für rote, $n_v > n_\varrho$. Man nennt diese Erscheinung die Dispersion des Lichtes oder die Farbenzerstreuung. Die Grösse derselben ist für verschiedene Medien eine verschiedene und wird zuweilen gemessen durch $n_\varrho : n_v$. Auch die Grösse des Dispersionsunterschiedes für einzelne farbige Strahlen, etwa für gelb und grün, steht nicht in einer allgemeinen Beziehung zur Gesamtdispersion, sondern ist für jeden Teil des Spektrums eine jeder Substanz eigentümliche.

Zur genauen Orientierung im Spektrum des Sonnenlichtes dienen die Fraunhoferschen Linien, über deren Natur und Entstehung anderwärts nachzulesen ist. Ueber ihre Verteilung s. § 98 Fig. 106.

Bei den optischen Gläsern pflegt man als mittlere Dispersion das Intervall zwischen den Fraunhoferschen Linien C und F zu bezeichnen, da dies den mittleren lichtstarken Teil des Spektrums umfasst. Als relative Dispersion ist auch der Ausdruck $\frac{n_F - n_C}{n_D - 1}$ im Gebrauch, der gewöhnlich, um übersichtliche Zahlen zu erhalten, mit dem reziproken Wert angeführt wird. $n_C$, $n_D$ und $n_F$ sind die Brechungsexponenten für die Linien C, D und F.

---

## III. Polarisation und anisotrope Medien.

**34. Totalreflexion — Grenzwinkel. Polarisation — Polarisationswinkel.** Unter allen den wechselnden Werten für den Einfallswinkel i sind drei von besonderer Bedeutung, nämlich $i = 0^0$, $i = 90^0$ und $\operatorname{tg} i = n$.

Wird $i = 0^0$, fällt also der einfallende Strahl mit dem Einfallslot zusammen, so hat man $0 : \sin \varrho = n$, d. h. auch der Brechungswinkel wird $= 0^0$ und der durchgehende Strahl fällt gleichfalls mit dem Einfallslot zusammen. Bei senkrechter Inzidenz findet demnach keine Ablenkung des durchgehenden Strahles, sondern nur eine Veränderung in seiner Fortpflanzungsgeschwindigkeit statt.

---

1) Wegen neuerer Untersuchungen cf. Drudes Lehrb. d. Optik (1900) Kap. V.

Wird $i = 90^0$, d. h. bei streifender Inzidenz, so hat man $1 : \sin \varrho = n$ oder $\sin \varrho = 1 : n$. Dies ist der grösste Wert, welchen $\varrho$ erreichen kann, daher nennt man diesen Brechungswinkel auch den Grenzwinkel. Derselbe hat für Medien mit dem nachfolgenden Brechungsexponenten die unter $\varrho$ angegebenen Werte.

| n | | $\varrho$ Grenzwinkel | i Polarisationswinkel |
|---|---|---|---|
| 1.3333 | Wasser | 48° 35′ | 53° 8′ |
| 1.5100 | leichtes Crownglas | 41° 48′ | 56° 29′ |
| 1.7100 | schweres Flintglas | 35° 47′ | 59° 41′ |
| 2.0000 | | 30° 0′ | 63° 26′ |
| 2.4175 | Diamant | 24° 26′ | 67° 32′ |
| 3.0000 | | 19° 28′ | 71° 34′ |

Nach dem allgemeinen Gesetz, dass eine Bewegung hinläufig und rückläufig denselben Weg verfolgt, wird ein Lichtstrahl, welcher aus dem dichteren Medium auf das dünnere unter dem Grenzwinkel auffällt, parallel der Grenzfläche beider Medien austreten, also senkrecht auf dem Einfallslot stehen. Trifft das Licht aus dem dichteren Medium auf das dünnere unter einem grösseren Winkel als dem Grenzwinkel, so kann ein Uebergang in das dünnere Medium nicht statthaben, sondern dasselbe wird an der Grenzfläche reflektiert. Da im Gegensatz zu der früher erwähnten Reflexion hier kein Teil des Lichtes in das zweite Medium übertritt, so nennt man diese Reflexion Totalreflexion. Dieselbe kann selbstverständlich nicht stattfinden bei dem Uebergang des Lichtes aus dünneren Medien in dichtere.

Durch die Brechung des Lichtes bei dem Uebergange aus einem isotropen Medium in ein anderes wird nicht nur die Richtung und Fortpflanzungsgeschwindigkeit desselben geändert, sondern es zeigt sich in geringerem oder grösserem Masse auch eine neue Eigenschaft, welche man die Polarisation des Lichtes nennt. Wie am Schluss des § 25 gesagt ist, stellt man sich vor, dass das gewöhnliche Licht aus Aetherschwingungen besteht, die senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung in unendlich vielen Ebenen erfolgen. Dagegen nennt man polarisiertes Licht solches, welches sich durch Schwingungen des Aethers in einer einzigen zu seiner Richtung senkrechten Ebene fortpflanzt. Das Auge hat nicht die Fähigkeit, ohne weitere Hülfsmittel polarisiertes Licht gegenüber gewöhnlichem Lichte zu erkennen; wie sich Farbenblinde künstlicher Hülfsmittel zur Unterscheidung von Farben bedienen, so verwendet man die Eigentümlichkeit, dass polarisiertes Licht von doppelbrechenden absorbierenden Medien in gewissen Fällen vollkommen absorbiert, von Spiegeln unter gewissen Bedingungen nicht reflektiert und ebenso von doppelbrechenden Medien bedingungsweise nicht zerlegt wird, um dasselbe vom gewöhnlichen Lichte zu unterscheiden. Zu den mancherlei Vorgängen, durch welche gewöhnliches Licht zu polarisiertem wird, also alle Schwingungen des vibrierenden Lichtäthers auf ein Azimut reduziert werden,

gehört auch die Reflexion und die Brechung in isotropen Medien. Eine teilweise Polarisation des Lichtes findet bei jeder Reflexion und jeder Brechung statt; für den Fall aber, dass bei dem Uebergange aus einem nicht metallischen, isotropen Medium in ein anderes der reflektierte Strahl senkrecht auf dem gebrochenen steht, ist der reflektierte Strahl vollständig, der gebrochene mehr oder weniger polarisiert, beide in zu einander senkrechten Ebenen. Die Polarisation des gebrochenen Strahls wird um so vollkommener, je öfter sich derselbe Vorgang von Brechung und Reflexion wiederholt. Man lässt sich daher z. B. den Vorgang nicht an einer Glasplatte, sondern an einem System von vielen parallelen Glasplatten abspielen. Der Einfallswinkel, für welchen reflektierter und gebrochener Strahl senkrecht auf einander stehen, ist ein jeder Substanz eigentümlicher und hängt von ihrem Brechungsexponenten ab. Figur 30 ist so gezeichnet, dass der reflektierte Strahl $BC$ auf dem gebrochenen $FC$ senkrecht steht, dann ist $\varrho = R - i$ und das Snelliussche Gesetz erhält die Form $\frac{\sin i}{\sin(R-i)} = \operatorname{tg} i = n$. Diesen Einfallswinkel i nennt man den Polarisationswinkel oder nach dem Entdecker des Gesetzes den Brewsterschen Winkel. Derselbe hat für Medien mit den in der Tabelle auf Seite 63 angegebenen Brechungsexponenten die unter i angegebenen Werte. Die Ebene, worin die Schwingungen des reflektierten Strahls sich vollziehen (Schwingungsebene), steht nach der Fresnelschen Auffassung senkrecht auf der Reflexions- oder — wie man sie in diesem Fall auch nennt — Polarisationsebene; die Schwingungsebene des gebrochenen Strahls ist die Reflexionsebene.

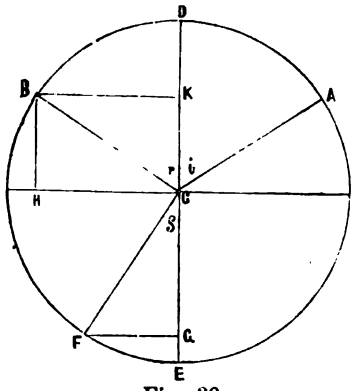


Fig. 30.

**35. Lichtbewegung in anisotropen Medien.** Entsteht in irgend einem Punkte eines anisotropen Mediums eine Lichtbewegung, so pflanzt sich diese nicht nach allen Richtungen mit derselben Geschwindigkeit fort und die Strahlengeschwindigkeitsfläche ist daher auch nicht wie bei isotropen Medien (s. § 28) eine Kugeloberfläche, sondern eine andere von der Kugelgestalt etwas abweichende Fläche. Genauere Betrachtungen zeigen, dass bei manchen anisotropen (optisch einaxigen) Medien zweierlei Bewegungen entstehen: die eine hat als Oberfläche eine Kugel, über die Form der anderen ist man lange im unklaren gewesen, bis Huyghens bei seiner klassischen Untersuchung des Isländer Doppelspats auf den Gedanken kam, das Licht könnte sich vielleicht bei solchen Medien wie der Kalkspat in einer Form ausbreiten, welche mit der Kugel die nächste Verwandtschaft hat, nämlich in der Form eines Rotations-Ellipsoides. Diese Vermutung gründete sich nicht auf Experimente, sondern war zunächst eine blosse Annahme, welche erst nachher von dem Erfinder experimentell,

wenn auch mit rohen Mitteln, bestätigt wurde; andere Forscher aber haben später die Versuche mit aller Genauigkeit wiederholt und den exaktesten Beweis von der Richtigkeit der Huyghensschen Annahme führen können[1]). Mit diesem Rotations-Ellipsoid lässt sich die Lichtbewegung nur bei einem Teil der anisotropen Medien erklären, bei einem andern sind die Formen der Strahlengeschwindigkeitsflächen viel komplizierter, und man würde wohl durch Experimente nicht so bald zu einem günstigen Resultat gelangt sein, wenn Fresnel nicht auf eine ähnlich glückliche Idee wie Huyghens gekommen wäre, wonach die komplizierte Strahlengeschwindigkeitsfläche dieser, wie wir später hören werden, optisch zweiaxigen Medien zwar kein dreiaxiges Ellipsoid ist, sich aber doch zu einer solchen Fläche in nicht zu verwickelte Beziehung bringen lässt.

**36. Doppelbrechung.** Wenn eine ebene Welle gewöhnlichen Lichtes aus einem isotropen Medium auf ein anisotropes Medium fällt und in dieses eindringt, so entsprechen den zuerst nach allen möglichen Azimuten gerichteten Schwingungen des Aethers in dem anisotropen Medium verschiedene Elastizitäten und es muss in dem Moment, in welchem die Schwingung der grössten Elastizität parallel geht, die Fortpflanzung der Bewegung am schnellsten erfolgen, und wenn sie parallel der kleinsten Elastizität gerichtet ist, am langsamsten fortschreiten. Die Stösse, welche in diesen beiden extremen Elastizitätsrichtungen auf das anisotrope Medium ausgeübt werden, folgen ganz ausserordentlich schnell aufeinander; das hindert aber nicht, dass die in der einen Richtung schwingende Aetherbewegung immer um so viel von der in der anderen Richtung schwingenden in bezug auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit verschieden ist, als es der Unterschied der Elastizitäten verlangt. Die eine Welle läuft voraus, die andere bleibt zurück. Wir haben also jetzt in ein und demselben Körper zwei verschiedene Lichtgeschwindigkeiten und infolgedessen auch zwei verschiedene Brechungsexponenten. Man sollte nun denken, dass für die Lichtschwingungen der in allen Azimuten eintretenden Wellen, die vor dem Eintritt nicht parallel der grössten und nicht parallel der kleinsten Elastizität schwingen, sich eine mittlere Fortpflanzungsgeschwindigkeit ergebe. Dies ist aber keineswegs der Fall, sondern bei allen anisotropen Medien wird die eintretende Welle gewöhnlichen Lichtes nur in zwei und nicht mehr Wellen gespalten. Die Schwingungen dieser beiden Wellen erfolgen je in einer Ebene, es sind also polarisierte und zwar vollkommen polarisierte Wellen. Die beiden Schwingungsebenen oder die um

1) Ueber die hierbei zur Anwendung gekommenen älteren Methoden s. Verdet-Exner, Wellentheorie des Lichtes, 1881. I. 433—437. Den vollkommensten experimentellen Beweis hat wohl Farmer-Hastings, Amer. Journ. (3) **35**. 1888. 60—73 erbracht. Bezüglich der Messungen von W. Kohlrausch, Inaug.-Dissert. Würzburg 1878, Ref. Z. X. 4. 1880. 621—626, cf. Liebisch, N. J. 1885. I. 245—253.

90° verdrehten Polarisationsebenen stehen, wie die Erfahrung lehrt, bei allen anisotropen Medien senkrecht auf einander (s. auch Schluss von § 48).

Um diesen eigentümlichen Vorgang wenigstens der Anschauung einigermassen näher zu führen, möge ein von Silvanus P. Thompson[1]) angegebenes Experiment mitgeteilt werden. Zwei dünne biegsame Streifen von Ebonit *O* und *E* (Fig. 31) sind in zwei in einen hölzernen Zylinder gesägte Einschnitte eingelassen. In dem andern Ende dieses Zylinders befindet sich ein dritter Streifen Ebonit *A*. *O* liegt mit seiner Kante vertikal und kann nur Schwingungen von vorne nach hinten ausführen, während *E* horizontal liegt und nur von oben nach unten schwingen kann. Gibt man nun dem Streifen *A* eine vibrierende Bewegung von oben nach unten, wie dies in der Figur durch die rechte Hand angedeutet ist, so überträgt sich diese Schwingung nur auf *E*, während *O* in Ruhe bleibt. Lässt man den Streifen *A* von vorne nach hinten schwingen, indem man vorher das Ende des hölzernen Zylinders bei *I* um 90° dreht, so vibriert umgekehrt nur *O* und *E* bleibt in Ruhe. Erteilt man *A* eine Schwingung in einer Zwischenrichtung, so kommen beide Streifen *O* und *E* in Vibration, indem die schiefe Bewegung von *A* in eine vertikale und horizontale Komponente zerlegt wird. Um dieses Experiment auf den Vorgang anzuwenden, welcher bei dem Eintritt eines gewöhnlichen Lichtstrahles in ein anisotropes Medium stattfindet, muss man sich denken, dass der Streifen *A* fortwährend sein Schwingungsazimut ändert und bald *O* bald *E* einen Impuls erteilt. Stellt man die beiden Streifen *O* und *E* von verschiedener Dicke her, so wird der eine schneller schwingen als der andere und wenn diese Ebonitstreifen lang genug wären, so würde man sehen, dass eine Wellenbewegung auf dem einen Streifen sich schneller fortbewegt als auf dem andern. Nun haben wir also die Trennung in zwei verschieden schnelle Bewegungen, auf die es uns hier hauptsächlich ankommt.

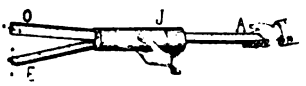


Fig. 31.

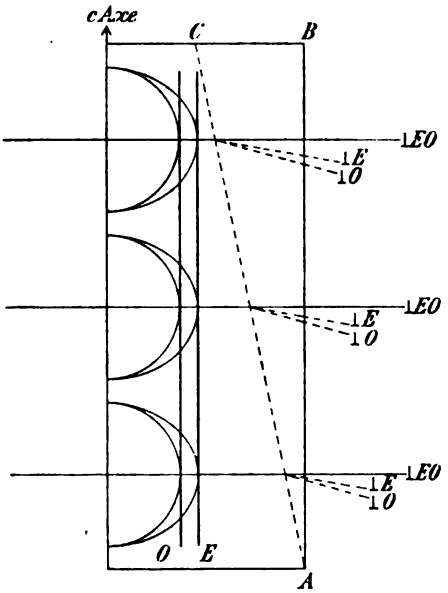


Fig. 32.

So entstehen aus einer Wellennormale gewöhnlichen Lichtes, die senkrecht auf die Prismenfläche eines Kalkspatkrystalls auffällt, zwei hintereinander herlaufende Wellennormalen, die sich in derselben Richtung wie die einfallende Wellennormale fortbewegen, aber verschiedene Geschwindigkeiten besitzen (Fig. 32). Diese beiden Normalen treten auch ungebrochen und in der gleichen Richtung verlaufend in Luft aus, wenn die Austrittsfläche senkrecht liegt (*AB*) und zeigen erst dann ihrer verschiedenen Geschwindigkeit entsprechend verschiedene Ablenkungen, wenn sie auf die Austrittsebene (*AC*) schief auffallen. Auf diese Weise kann

1) Sichtbares und unsichtbares Licht. Halle 1898, 84.

man sich von dem Vorhandensein der beiden gleichgerichteten Wellennormalen in dem anisotropen Medium überzeugen. Trifft umgekehrt eine aus Luft kommende Wellennormale gewöhnlichen Lichtes auf die schiefe Fläche $AC$, so spaltet sie sich innerhalb des Kalkspats, es wird also die auffallende Wellennormale in zwei verschieden stark abgelenkte oder gebrochene Wellennormalen geteilt, und daher nennt man die anisotropen Medien auch doppelbrechende (s. auch Fig. 39, 42 und 43).

**37. Zirkularpolarisation.** Ausser der eben besprochenen Doppelbrechung gibt es noch eine andere Art von Doppelbrechung, welche die Folge einer andern Art von Polarisation ist, die man als Zirkularpolarisation bezeichnet. Beide Doppelbrechungen unterscheiden sich schon durch das Mass. Bei Quarz ist z. B. die mit der Zirkularpolarisation verbundene Doppelbrechung, die nur in der Richtung der Hauptaxe auftritt, etwa 100mal kleiner als die Doppelbrechung, welche bei Strahlen senkrecht zur Hauptaxe vorhanden ist. Die Zirkularpolarisation findet in der mikroskopischen Beobachtung und überhaupt bei der Gesteinsdiagnose bis jetzt keine praktische Verwendung.

**38. Uebersicht der optischen Medien.** Die Strahlengeschwindigkeitsfläche hat für jeden Körper eine ganz konstante Form und, wenn wir die Körper mit einander vergleichen oder ein Grundmass für die Zeit der Ausbreitung festsetzen, auch eine ganz bestimmte Grösse; ausserdem ist ihre Lage im Krystallgebäude keine beliebige, sondern steht im genauesten Zusammenhang mit den krystallographischen Richtungen. Die Erfahrung hat gezeigt, dass krystallographisch gleichwertige Richtungen auch optisch gleichwertig sind, wobei man wohl darauf zu achten hat, diesen Satz nicht etwa umzukehren. Alle 32 Symmetriegruppen der Krystalle lassen sich, soweit uns die Erfahrung bis jetzt hierüber Aufschluss gegeben hat, in 7 optische Ordnungen einteilen. Von diesen 7 Ordnungen sind nur die beiden ersten, dem regulären System angehörigen, frei von der eigentlichen Doppelbrechung, alle übrigen sind anisotrope oder doppelbrechende Medien und besitzen demnach die gemeinschaftliche Eigenschaft, im allgemeinen auf sie auffallende Lichtwellen in zwei Wellen zu zerlegen, welche sie mit verschiedener Geschwindigkeit, in verschiedener Richtung und mit zu einander senkrechten Schwingungsebenen, bezw. Polarisationsebenen durchlaufen. Darüber hinaus ändern sich jedoch die mit der Verteilung der Aetherelastizität verknüpften Eigenschaften und Phänomene, je nachdem ein Krystall eines Systems mit einer Hauptaxe (quadratisch und hexagonal), oder ein solcher eines Systems ohne Hauptaxe (rhombisch, monoklin, triklin) vorliegt.

### 1. Optisch isotrope Medien.

Zu diesen gehören ausser den amorphen Körpern und Flüssigkeiten die regulären Krystalle. Alle Richtungen in einem solchen Krystall sind optisch gleichwertig. Man unterscheidet im einzelnen:

1. Reguläre Krystalle ohne Doppelbrechung. Jede Richtung ist mit jeder andern vertauschbar und jede Ebene ist in optischer Beziehung eine Symmetrieebene. Zu dieser Ordnung gehören die meisten regulären Krystalle.
2. Reguläre Krystalle mit Doppelbrechung. Jede Richtung ist mit jeder anderen vertauschbar, aber die Symmetrieebenen sind sämtlich verschwunden. Zu dieser Ordnung gehören einige wenige reguläre Krystalle mit Zirkularpolarisation.

### II. Optisch anisotrope Medien.

Zu diesen gehören ausser den in Spannung befindlichen amorphen und regulären Körpern, die übrigens nicht homogen und daher hier nicht zu berücksichtigen sind, alle nicht regulären Krystalle, die sämtlich in zwei Klassen und fünf Ordnungen sich gliedern lassen. (In jeder Ordnung lassen sich noch weiter die positiven von den negativen Krystallen trennen.)

A. Optisch anisotrope Medien mit einer Axe der Isotropie.

3. Tetragonale und hexagonale Krystalle, bei welchen alle durch die Axe der Isotropie hindurch gehenden Ebenen optische Symmetrieebenen sind.
4. Tetragonale und hexagonale Krystalle ohne optische Symmetrieebenen. Die Krystalle zeigen in der Richtung der Axe der Isotropie Zirkularpolarisation.

B. Optisch anisotrope Medien ohne Axe der Isotropie.

5. Rhombische Krystalle mit drei aufeinander senkrecht stehenden optischen Symmetrieebenen.
6. Monokline Krystalle mit einer optischen Symmetrieebene.
7. Trikline Krystalle ohne optische Symmetrieebene.

---

### IV. Optisch einaxige Medien.

**39. Die Krystalle mit einer optischen Axe** (Axe der Isotropie) gehören dem tetragonalen und hexagonalen System an. Untersucht man die beiden durch Doppelbrechung entstehenden Strahlen, so findet man, dass einer von ihnen den Krystall in jeder beliebigen Richtung mit der gleichen Geschwindigkeit durchläuft, dass er sich also, wenn man die Bewegung von einem Punkt ausgehen lässt, überall hin gleichweit ausdehnt. Die Oberfläche, bis zu welcher sich die Bewegung nach einer bestimmten Zeit erstreckt hat, oder die Strahlengeschwindigkeitsfläche, ist also von der gleichen Gestalt wie bei den isotropen Medien, nämlich eine Kugeloberfläche. Obgleich das Licht, welches diese Kugelwelle besitzt, kein gewöhnliches, sondern polarisiertes und zwar vollständig polarisiertes Licht ist, so folgt es doch den in § 30 mitgeteilten Gesetzen. Man

nennt daher diesen Strahl den ordentlichen Strahl und spricht ebenso von der ordentlichen Welle und dem ordentlichen Brechungsexponenten ($\omega$). Der andere neben dem ordentlichen entstehende Strahl — der im allgemeinen mit seiner Wellennormale nicht zusammenfällt — zeigt ein ganz anderes Verhalten. Weil er nur in speziellen Fällen den gewöhnlichen Brechungsgesetzen folgt, wird er der ausserordentliche Strahl genannt. Er besitzt in verschiedenen Richtungen eine verschiedene Geschwindigkeit und nur in einer einzigen Richtung die gleiche Geschwindigkeit wie der ordentliche Strahl. In dieser Richtung oder Axe müssen die beiden Punkte liegen, in denen sich die ausserordentliche Strahlengeschwindigkeitsfläche mit der ordentlichen, die nach obigem eine Kugel ist, berührt. Weitere experimentelle Untersuchungen zeigen, dass diese den beiden Schalen der ganzen Strahlengeschwindigkeitsfläche gemeinsame Axe mit der krystallographischen Hauptaxe der quadratischen und hexagonalen Krystalle zusammenfällt und dass ferner alle Strahlen, die mit der Hauptaxe gleiche Winkel bilden, auch gleiche Geschwindigkeit besitzen. Um diese letztere Beobachtung machen zu können, muss man aus einem passenden Krystall zahlreiche Präparate anfertigen und nach einer der später zu besprechenden Methoden aus den Brechungsexponenten die Geschwindigkeit der Wellennormalen und aus diesen die Geschwindigkeit der zugehörigen Strahlen ermitteln. (Wendet man die Methode der Totalreflexion zur Bestimmung der Brechungsexponenten an, so sind nur zwei Präparate, das eine parallel, das andere senkrecht zur optischen Axe geschliffen, erforderlich.) Hiernach muss die besagte ausserordentliche Fläche die Oberfläche eines Umdrehungskörpers sein, dessen Rotationsaxe mit der krystallographischen Hauptaxe zusammenfällt. Durch weitere Untersuchung der Strahlengeschwindigkeit in möglichst vielen Richtungen kommt man schliesslich zu einer Form der Strahlenfläche für den ausserordentlichen Strahl, welche schon Huyghens vorausgesagt hatte (s. § 35); nämlich zu einem Rotationsellipsoid.

Denkt man sich also in einem Punkte im Innern eines quadratischen oder hexagonalen Krystalls eine Lichtbewegung entstehen, so werden sich von diesem Punkt aus zwei Lichtbewegungen durch den Krystall hin fortpflanzen, eine ordentliche, welche nach allen Richtungen mit gleicher Geschwindigkeit fortschreitet und deren Oberfläche also in jedem Augenblick eine Kugeloberfläche ist, und eine ausserordentliche, die mit einer von der Richtung abhängigen Geschwindigkeit fortschreitet und deren Oberfläche ein Rotationsellipsoid ist. Von den vielen verschieden schnellen ausserordentlichen Strahlen nimmt der in der Richtung der Hauptaxe verlaufende eine isolierte Stellung ein; seine Geschwindigkeit und sein ganzes Verhalten ist dem ordentlichen Strahl gleich zu setzen. Im Maximum hiervon verschieden und untereinander gleich sind die Geschwindigkeiten der senkrecht zur Hauptaxe verlaufenden ausserordentlichen Strahlen, die alle ausnahmsweise mit ihren Wellennormalen zusammenfallen. Diese Wellen- oder Strahlengeschwindigkeit werde mit e, der zugehörige Brechungsexponent mit $\varepsilon$ bezeichnet.

Der Unterschied $\varepsilon - \omega$ ist das Mass der Doppelbrechung und für jeden Körper eine wichtige Konstante, welche bei mikroskopischen Beobachtungen eine grosse Rolle spielt.

**40. Positive und negative einaxige Krystalle.** Es gibt nun unter den optisch einaxigen Medien zwei Arten. Bei den einen findet sich für die ausserordentlichen Strahlen die grösste Geschwindigkeit in der Richtung der Hauptaxe, bei den andern liegt hier die Richtung der kleinsten Geschwindigkeit. Die etwaige Gestalt der Strahlengeschwindigkeitsfläche kann hiernach für die ersteren die in Fig. 33, für die letzteren die in Fig. 34 im Querschnitt wiedergegebene sein. Berücksichtigt man die im vorigen § gegebene Definition von $\varepsilon$, so ist für die ersteren $\varepsilon$ grösser

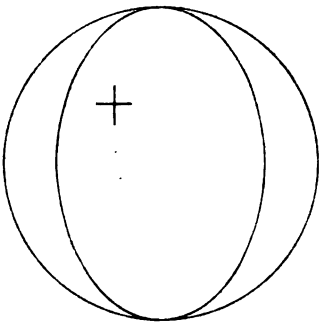



Fig. 33.

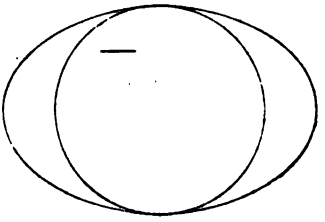



Fig. 34.

Strahlengeschwindigkeitsflächen im Querschnitt.

als $\omega$ oder $\varepsilon - \omega$ positiv, für die andern $\varepsilon$ kleiner als $\omega$ und $\varepsilon - \omega$ negativ, die einen werden daher positive, die anderen negative einaxige Krystalle oder solche mit positivem oder negativem Charakter genannt. Biot hat dafür auch die übrigens weniger gebräuchlichen Ausdrücke attraktive und repulsive Krystalle angewendet. Die Bezeichnungen erklären sich aus Fig. 42 und 43, aus denen man ersieht, dass der ausserordentliche Strahl bald stärker gebrochen wird als der ordentliche und also vom Einfallslot gleichsam eine Anziehung erfährt, bald vom Einfallslot gleichsam abgestossen wird.

**41. Strahlengeschwindigkeit in einer beliebigen Richtung** (Strahlengeschwindigkeitsfläche). Kennt man die beiden extremen Brechungsexponenten und damit auch die extremen Wellengeschwindigkeiten, die mit den extremen Strahlengeschwindigkeiten zusammenfallen, so kann man unter Annahme der Huyghensschen Vorstellung die Strahlengeschwindigkeit des ausserordentlichen Strahls in jeder andern Richtung berechnen. In Figur 35 sei die ausserordentliche Strahlenfläche des Kalkspats im Durchschnitt durch die Hauptaxe dargestellt. In der Richtung von oben nach unten erfolgt die langsamste Lichtbewegung $o = 1 : \omega$, in der Richtung von rechts nach links die schnellste Bewegung $e = 1 : \varepsilon$. Eine mittlere

Richtung, welche mit der $c$-Axe den Winkel $\sigma$ bildet, werde von einem Strahl mit der Geschwindigkeit $\mathfrak{s}$ durchlaufen. Wie gross ist dieses $\mathfrak{s}$? (Vorausgreifend möge bemerkt werden, dass der dieser Richtung entsprechende Brechungsexponent bemerkenswerterweise nicht $= 1 : \mathfrak{s}$ ist.)

Die Gleichung einer Ellipse mit den Halbaxen $e$ und $o$ lautet:

$$\frac{x^2}{e^2} + \frac{y^2}{o^2} = 1. \qquad (1)$$

Andere aus der Figur sich ergebende Beziehungen sind:

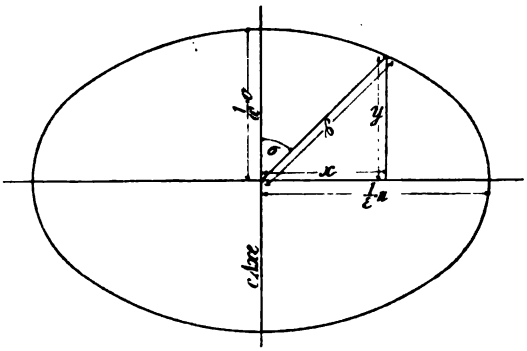



Fig. 35.

$$\left.\begin{aligned} x &= \mathfrak{s}\sin\sigma \\ y &= \mathfrak{s}\cos\sigma \end{aligned}\right\}; \quad x^2 + y^2 = \mathfrak{s}^2. \qquad (2)\ (3)$$

Aus (2) und (3) folgt: $x^2 = \mathfrak{s}^2 \sin^2\sigma$; $y^2 = \mathfrak{s}^2 \cos^2\sigma$, dies in (1) eingesetzt gibt:

$$\frac{1}{\mathfrak{s}^2} = \frac{\sin^2\sigma}{e^2} + \frac{\cos^2\sigma}{o^2}. \qquad (4)$$

Diese Gleichung drückt die Geschwindigkeit des unter dem Winkel $\sigma$ gegen die $c$-Axe geneigten Strahls durch die extremen Lichtgeschwindigkeiten $e$ und $o$ und den Winkel $\sigma$ aus.

**42. Wellengeschwindigkeit in einer beliebigen Richtung** (Wellengeschwindigkeitsfläche). Nach den Betrachtungen in § 29 und 32 können wir die Geschwindigkeiten von Strahlen am besten durch ihre Brechbarkeit bestimmen und jene nur dann der Beobachtung zugänglich machen, wenn wir die vom Strahl gelieferte ebene Welle, nicht etwa den Strahl selbst berücksichtigen. Wir kommen somit zu der Frage, wo die zum Strahl $\mathfrak{s}$ (Fig. 35) gehörende ebene Welle liegt. Statt des einen Strahls wollen wir mit Fresnel ein Strahlenbüschel $oab$ (Fig. 36) von kleinem Oeffnungswinkel betrachten, dessen Strahlenfront nach einer gewissen Zeit das Gebiet $arb$ ist[1]). Bei dem Fortschreiten der Bewegung gelangt das Licht nach der umhüllenden Fläche und nimmt hier den Bezirk $ARB$ ein. Wegen der Aehnlichkeit der beiden Kurven $arb$ parallel $ARB$ fallen bei sehr engen Büscheln die Linien $ab$ und $AB$ mit den Tangenten an die Punkte $r$ und $R$ zusammen. Konstruieren wir mehrere parallel laufende Elementarwellen, also kein Büschel, sondern ein Bündel von Linien $o\mathfrak{S}$ (Fig. 37), die alle gleichzeitig auf derselben Fläche anlangen, so sehen wir, dass die Lichtbewegung nur um das Stück fortgeschritten ist, um welches $o$ von der ebenen Welle $W'$ absteht.

1) Vergl. auch Fletcher, Indikatrix, S. 10.

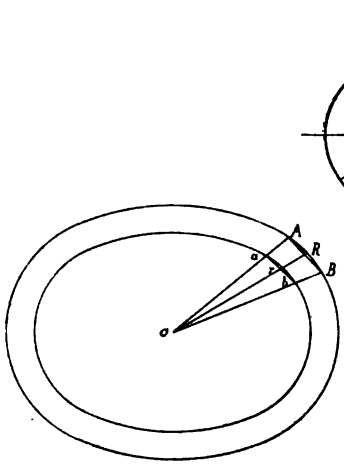



Fig. 36.

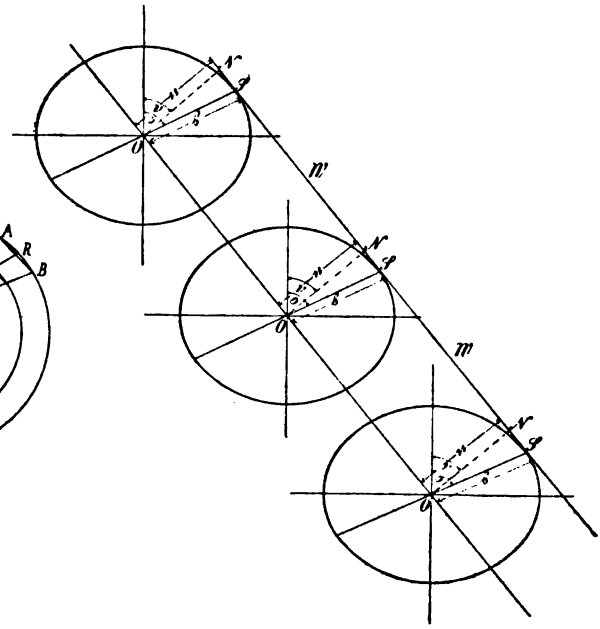



Fig. 37.

Die zum Strahl $\mathfrak{s}$ gehörige Wellengeschwindigkeit ist also die Normale vom Bewegungsursprung auf die im Punkte $\mathfrak{S}$ an die Ellipse gezogene Tangente, d. i. die Strecke $o\mathfrak{S} = n$. Der inverse Wert von $n$ ist der zum Strahl $\mathfrak{s}$ gehörige Brechungsexponent, bezogen auf den leeren Raum oder auf Luft = 1

$$n = \frac{1}{\epsilon_1}.$$

Es handelt sich nunmehr darum, diese Länge $n$, welche unter dem Winkel $\nu$ gegen die $c$-Axe geneigt sei, durch $\nu$, $e$ und $v$ oder $\nu$, $\varepsilon$ und $\omega$ auszudrücken.

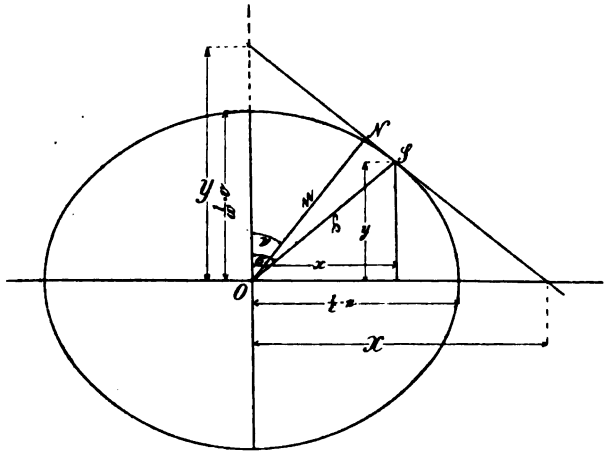



Fig. 38.

Die Gleichung der Tangente an eine Ellipse mit den Halbaxen $e$ und $v$ (Fig. 38) lautet:

$$\frac{x x_1}{e^2} + \frac{y y_1}{v^2} = 1;$$

die Abschnitte dieser Tangente auf den Axen sind ($x_1 = o$ oder $y_1 = o$ gesetzt):

$$X = \frac{e^2}{x_1}; \quad Y = \frac{v^2}{y_1}. \quad (5)$$

Ferner ist in Fig. 38

$$X = \frac{u}{\sin v}; \quad Y = \frac{u}{\cos v}, \tag{6}$$

so dass aus (5) und (6) folgt

$$x_1 = \frac{e^2 \sin v}{u}; \quad y_1 = \frac{o^2 \cos v}{u}.$$

Trägt man diese Werte in die Gleichung (1) S. 71 der Ellipse ein, so erhält man:

$$e^2 \sin^2 v + o^2 \cos^2 v = u^2. \tag{7}$$

Diese Gleichung drückt die Geschwindigkeit $u$ der unter dem Winkel $v$ gegen die $c$-Axe geneigten Wellennormale durch die extremen Lichtgeschwindigkeiten $e$ und $o$ und den Winkel $v$ aus. Es ist nicht die Gleichung einer Ellipse sondern einer Kurve, die von der Ellipse um ein wenig abweicht und die man ein Oval nennt. Auch nennt man ein solches Oval die Fusspunktkurve der Ellipse, da sie der geometrische Ort der Fusspunkte aller Lote ist, die man vom Mittelpunkt der Ellipse auf alle ihre Tangenten fällt. Die Fläche, die man durch Umdrehung des Ovals um die $c$-Axe erhält, heisst Ovaloid; es stellt die Ausbreitung der ausserordentlichen Wellen in einem optisch einaxigen Medium dar und wird daher auch in Verbindung mit der wieder kugelförmigen ordentlichen Welle die Wellengeschwindigkeitsfläche genannt. Je nach dem Charakter eines Krystalls liegt der ausserordentliche Teil dieser Flächen innerhalb (+) oder ausserhalb ( · ) der ordentlichen Schalen.

In Fig. 1 und 2 Taf. I sind neben anderen Bezugsflächen auch diese Wellengeschwindigkeitsflächen im Querschnitt und zwar mit schwarzen runden Punkten gezeichnet; den Strahlengeschwindigkeitsflächen entsprechen hier die schwach ausgezogenen schwarzen Linien. Man sieht, dass die ordentlichen Schalen, wenn man sich so ausdrücken darf, bei Strahl und Welle zusammenfallen und die ausserordentlichen Schalen in den Axendimensionen ebenfalls übereinstimmen, im übrigen Verlauf aber die für Oval und Ellipse gebotene Abweichung zeigen.

Stellt man die Gleichungen (4) und (7) einander gegenüber,

| Strahlen (Ellipse) | Wellennormalen (Oval) |
|---|---|
| $\frac{1}{\varrho^2} = \frac{\sin^2\sigma}{e^2} + \frac{\cos^2\sigma}{o^2}$ | $u^2 = e^2 \sin^2 v + o^2 \cos^2 v$ |

so sieht man, dass man aus der für Strahlen geltenden Formel zu der für Wellennormalen gelangt, wenn man

| an Stelle von | $\varrho$ | $e$ | $o$ | $\sigma$ |
|---|---|---|---|---|
| | $1$ | $1$ | $1$ | |
| | $u$ | $e$ | $o$ | $v$ |

setzt.

Eine Beziehung zwischen $\sigma$ und $v$ ist folgendermassen zu erhalten: Aus Fig. 38 folgt

$$\frac{x_1}{y_1} = \operatorname{tg}\sigma$$

und aus den aus Gleichung (5) und (6) erhaltenen Gleichungen ergibt sich

$$\frac{x_1}{y_1} = \frac{e^2}{v^2} \operatorname{tg} \nu$$

also auch, da $e = \frac{1}{\epsilon}$ und $v = \frac{1}{\omega}$,

$$\operatorname{tg} \sigma = \frac{\omega^2}{\epsilon^2} \operatorname{tg} \nu. \tag{8}$$

Mit Hülfe der letzten Gleichung lässt sich aus einem der Richtung nach gegebenen Strahl die Lage der Wellennormale und aus einer gegebenen Wellennormale die Lage des zugehörigen Strahls finden.

**43. Beispiel.** Wie gross ist die Doppelbrechung des Kalkspats für Licht, welches senkrecht auf eine Spaltfläche auffällt, und wie gross ist bei diesem senkrechten Einfall der Winkel zwischen Strahl und Wellennormale?

In Fig. 37 liege die Linie $WW$ parallel einer Spaltfläche und stelle diese im Querschnitt dar. Für die ordentliche Welle ist überall die gleiche Brechung vorhanden, wie sie durch $\omega = 1{,}6585$ dargestellt wird; für die ausserordentliche Welle ist der Brechungsexponent $\epsilon_1 = \frac{1}{n}$, wo nach Gleichung (7)

$$n^2 = e^2 \sin^2 \nu + v^2 \cos^2 \nu \text{ oder } n^2 = \frac{\sin^2 \nu}{\epsilon^2} + \frac{\cos^2 \nu}{\omega^2}$$

und wo

$$\nu = 44^0\ 36^1/_2'.$$

$$\frac{1}{e} = \epsilon = 1.4864$$

$$\frac{1}{v} = \omega = 1.6585.$$

Der Winkel $\sigma$ und damit auch der Unterschied $\sigma - \nu$ folgt aus Gleichung (8):

$$\operatorname{tg} \sigma = \frac{\omega^2}{\epsilon^2} \operatorname{tg} \nu.$$

Man findet:

$$\epsilon_1 = 1.5666$$

$$\sigma - \nu = 6^0\ 4'.$$

Dieser Winkel, den Strahl und Wellennormale miteinander bilden, erreicht also eine recht erhebliche Grösse. Unter anderem Einfallswinkel kann er bis auf $6^0\ 16'$ steigen. Bei weniger stark doppelbrechenden Medien sinkt er bis auf wenige Minuten herab. Eine lehrreiche Zusammenstellung findet sich in Liebischs Phys. Kryst. 1891. S. 309, dessen Ausführungen wir hier im wesentlichen gefolgt sind und noch weiter folgen werden.

**44. Brechungsexponenten in einer beliebigen Richtung** (Indexfläche). Um auch ein Bild über die räumliche Verteilung der Brechungsexponenten bei optisch einaxigen Medien zu erhalten, muss man sich zunächst wieder des in § 42 S. 71 gesperrt gedruckten Satzes erinnern, dass die

Brechungsexponenten immer die inversen Werte der Wellengeschwindigkeiten oder Wellennormalen sind. Wie sieht nun die Fläche aus oder — da wir es bei einaxigen Medien immer mit Rotationsgebilden zu tun haben — im Querschnitt die Kurve, deren Halbmesser die Brechungsexponenten darstellen und zwar die Brechungsexponenten jener Strahlen, deren Wellennormalen in der Richtung der betreffenden Halbmesser liegen? Man muss die zur doppelschaligen Wellengeschwindigkeitsfläche gehörige inverse Fläche suchen, also im Querschnitt die Kurve finden, für welche beispielsweise der Abstand jedes Punktes N vom Mittelpunkt $O$ in Fig. 2 Taf. I gleich dem inversen Wert der gleichgerichteten Wellennormale $o\mathcal{N}$, für welche also $oN = \frac{1}{o\mathcal{N}} = \epsilon_1$ ist.

Aus Gleichung (7) S. 73 erhält man, wenn man $n = \frac{1}{\epsilon_1}$ setzt,

$$e^2\epsilon_1^2 \sin^2\nu + o^2\epsilon_1^2 \cos^2\nu = 1. \qquad (9)$$

Diese Gleichung enthält eine Beziehung zwischen dem Mittelpunktsabstand $\epsilon_1 = oN$ und dem Winkel $\nu$ und ist nach mathematischer Nomenklatur die Polargleichung des einen Teils der Doppelkurve. Führt man an Stelle der Polarkoordinaten Parallelkoordinaten ein, indem man setzt

$$\epsilon_1 \sin\nu = \xi; \quad \epsilon_1 \cos\nu = \eta,$$

so nimmt die Gleichung eine bekanntere Gestalt an

$$e^2\xi^2 + o^2\eta^2 = 1 \text{ oder } \frac{\xi^2}{\epsilon^2} + \frac{\eta^2}{\omega^2} = 1$$

und erweist sich damit als die Gleichung einer Ellipse mit den Halbaxen $\varepsilon$ und $\omega$, wobei $\varepsilon$ horizontal und $\omega$ vertikal liegt (s. Fig. 2, Taf. I).

Man erhält also für das Bild der Verteilung der Brechungsexponenten der ausserordentlichen Lichtbewegung in allen Richtungen eine Rotationsfläche, deren Querschnitt eine Ellipse darstellt; eine Brechungsexponentenellipse, die dem Wellengeschwindigkeitsoval invers in bezug auf den Einheitskreis ist. Diese Ellipse unterscheidet sich von der Strahlengeschwindigkeitsellipse nicht nur durch ihre Lage, sondern auch durch ihre Grösse, beide sind aber einander ähnlich oder korrekter ausgedrückt polarreziprok.

Einfacher liegen die Verhältnisse wieder für den ordentlichen Brechungsexponenten. Die Querschnittskurve ist ein zum Wellengeschwindigkeitskreis in bezug auf den Einheitskreis inverser Kreis.

Man kommt also auch bei der Fläche der Brechungsexponenten zu einem doppelschaligen Gebilde, welches Indexfläche genannt wird und im Querschnitt in Fig. 2, Taf. I für einen negativen, in Fig. 1, Taf. I für einen positiven Krystall mit dick ausgezogenen schwarzen Linien gezeichnet ist.

Mit dieser Indexfläche oder nur ihrem elliptischen Teil kann man sich über die ausserordentlichen Brechungsexponenten in den verschiedensten Richtungen sehr schnell orientieren. Man hat nur eine Ellipse mit den Halbaxen $\epsilon$ und $\omega$ zu konstruieren und die Länge eines Halbmessers von

bestimmter Richtung zu bestimmen. Die Richtung sei durch den Winkel $\nu$ gegen die Hauptaxe gegeben, dann ist nach Gleichung (9) S. 75:

$$\frac{\epsilon_1^2}{\epsilon^2}\sin^2\nu + \frac{\epsilon_1^2}{\omega^2}\cos^2\nu = 1$$

$$\epsilon_1 = \frac{\epsilon\,\omega}{\sqrt{\omega^2\sin^2\nu + \epsilon^2\cos^2\nu}};$$

woraus umgekehrt für einen Brechungsexponenten von vorgeschriebener Grösse $\epsilon_1$ die Neigung $\nu$ folgt:

$$\sin\nu = \frac{\epsilon}{\epsilon_1}\sqrt{\frac{\omega^2-\epsilon_1^2}{\omega^2-\epsilon^2}}.$$

**45. Polarisationsebenen bei einaxigen Krystallen.** Die bisher besprochenen Erscheinungen wurden alle durch die doppelschalige Strahlengeschwindigkeitsfläche von Huyghens erklärt. Es gibt aber noch eine weitere Gruppe von Erscheinungen, welche Huyghens nicht zu erklären vermochte und welche darin besteht, dass die im Kalkspat durch Doppelbrechung entstehenden beiden Strahlen, wenn sie in einen zweiten Kalkspat eintreten, bald eine neue Doppelbrechung erfahren, so dass also aus dem ursprünglichen Strahl jetzt 4 Strahlen geworden sind, bald aber auch keine weitere Doppelbrechung erleiden, sondern jeder für sich einfach gebrochen durch den zweiten Kalkspat hindurchgeht. Die Erklärung erfolgte erst durch Fresnel und Arago 1811, nachdem Malus 1808 das polarisierte Licht entdeckt hatte. Die Gesetze, welche diese Forscher für Kalkspat aufstellten und welche für alle optisch einaxigen Krystalle gelten, sind die folgenden: Die in einaxigen Krystallen durch Doppelbrechung entstehenden beiden Wellen sind senkrecht zu einander polarisiert (was auch, wie schon in § 36 erwähnt, für zweiaxige Krystalle gilt) und zwar ist der ordentliche Strahl im Hauptschnitt, der ausserordentliche Strahl senkrecht zum Hauptschnitt polarisiert.

Diese Angabe über die Lage der Polarisationsebene hängt mit der Malusschen Definition von der Polarisationsebene eines reflektierten Lichtstrahls zusammen, wonach die Einfallsebene des letzteren auch seine Polarisationsebene sein soll. Oder in anderer Fassung: Eine polarisierte Lichtwelle falle auf eine Glastafel und werde um ihre Normale = Lichtstrahl gedreht, bis die reflektierte Welle die grösste Intensität erreicht; in dieser Lage fällt die Polarisationsebene mit der Einfallsebene zusammen. Malus zeigte nun, dass der ordentliche Strahl sich in bezug auf den Hauptschnitt so verhält, wie der durch Glasreflexion vollständig polarisierte Strahl in bezug auf seine Einfallsebene und dass bei dem ausserordentlichen Strahl an Stelle des Hauptschnitts eine hierzu senkrecht gelegte Ebene tritt. Ueber die Polarisationsebenen kann also keine Unsicherheit aufkommen, wenn man, wie allgemein üblich, die Malussche Definition beibehält. Anders ist es mit den Schwingungsebenen. Bei den vollständig polarisierten Lichtstrahlen nimmt man an, dass die Schwingungen in einer Ebene erfolgen, nur herrschen darüber verschiedene Ansichten,

ob diese Schwingungsebene, wie Fresnel sagt, senkrecht zur Polarisationsebene liegt, oder wie Neumann sagt, mit ihr zusammenfällt. Nach der Fresnelschen Auffassung, die wir unseren Betrachtungen zu Grunde legen, schwingt also der ordentliche Strahl senkrecht zum Hauptschnitt, der ausserordentliche Strahl im Hauptschnitt, nach der Neumannschen Auffassung wäre es umgekehrt.

**46. Aetherelastizität und Lichtgeschwindigkeit.** Wenn man annimmt, dass die Fortpflanzung des Lichtes durch Wellenbewegung in einem elastischen Medium stattfindet, so kann man die Gesetze über die Fortpflanzung der Wellenbewegungen im allgemeinen auch auf das Licht anwenden. Die Mechanik lehrt nun[1]), dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v in einem Medium von der Elastizität E und der Dichte d sich folgendermassen ausdrücken lässt:

$$v = \sqrt{\frac{E}{d}}.$$

Will man mit Benutzung dieser Formel die Geschwindigkeit des Lichtes in verschiedenen Richtungen eines anisotropen Körpers mit einander vergleichen, so kann man von d absehen und v einfach proportional $\sqrt{E}$ setzen, denn die Dichte eines homogenen Körpers ist überall die gleiche. Je grösser also die Elastizität ist, um so schneller pflanzt sich eine Wellenbewegung fort; und da nun die Lichtgeschwindigkeit in Luft grösser ist, als in Glas, so sagt man auch, dass die Elastizität und zwar die optische Elastizität der Luft grösser sei als die des Glases, während es sich mit den Brechungsexponenten umgekehrt verhält. Die gleichen Beziehungen sollen für die verschiedenen Elastizitäten, Geschwindigkeiten und Brechungsexponenten ein und desselben Mediums gelten. Nennen wir also die beiden Hauptbrechungsexponenten eines optisch einaxigen Krystalls $\varepsilon$ und $\omega$, die Aetherelastizitäten $E_e$ und $E_o$ und setzen zur Abkürzung $\sqrt{E_e} = e$, $\sqrt{E_o} = o$, so können wir auch e und o gleich den Wellengeschwindigkeiten setzen, die, wie der nächste § erklären wird, in einer zur Aetherelastizität senkrecht liegenden Richtung herrschen. Es ist dann, da Wellengeschwindigkeit und Brechungsexponent im inversen Verhältnis stehen,

$$\varepsilon = \frac{1}{e}, \quad \omega = \frac{1}{o}.$$

**47. Aetherelastizität und Schwingungsrichtung.** Um die Richtung der zum Strahl $o\mathscr{S}$ (Fig. 38, S. 72) oder zur Wellennormale $oe'$ gehörigen Aetherelastizität zu definieren, muss man sich zunächst darüber verständigen, nach welcher Richtung die Schwingungen erfolgen sollen. Die Erörterungen in § 45 könnten vielleicht glauben machen, dass wir hierüber schon orientiert wären, dort ist aber nur von den Schwingungs-

1) Einzelheiten s. z. B. in Wüllners Experimentalphysik 1. 1882. 564–577.

ebenen und noch nicht genauer von den Richtungen in diesen Ebenen die Rede gewesen. Es ist nicht unwichtig, sich über die Annahme dieser Schwingungsrichtungen zu einigen, weil man dann am einfachsten die betreffende Elastizität in der Richtung dieser Schwingungen sich wirksam denken kann.

Wir haben schon früher erfahren, dass das Licht nach der Undulationstheorie aus transversalen Schwingungen besteht. Hierbei ist gewöhnlich die Rede nur von der Lichtbewegung in isotropen Medien, wo die Komplikation der Trennung von Strahl und Wellennormale nicht vorhanden ist, beide vielmehr in eine Linie zusammenfallen und also die Schwingungen senkrecht zu ihnen oder parallel zur Wellenoberfläche erfolgen. Wie soll es nun bei den anisotropen Medien gehalten werden? Liegen hier die Schwingungen senkrecht zum Strahl $o\mathscr{S}$ (Fig. 38) oder senkrecht zur Wellennormale $o\mathscr{N}$? Verfolgen wir die Schwingungsverhältnisse an Hand der Figur 39. Eine Welle $W$, die in ein anisotropes Medium bei $A$ eintritt, pflanzt sich in ein und derselben Zeit z. T. bis $W\omega$, z. T. bis $W\varepsilon$ fort. $W\omega$ und $W\varepsilon$ sollen beide parallel $W$ liegen. Bei dem ordentlichen Strahl $AB$ (gleich ordentlicher Wellennormale $AB$) erfolgt nach der Fresnelschen Auffassung die Schwingung senkrecht zum optischen Hauptschnitt oder senkrecht zur Zeichenebene und damit auch senkrecht zum Strahl und zur Wellennormale $AB$. Die Punkte zwischen $W\omega$ und $B$ sollen diese vollkommen eindeutig bestimmte Schwingungsrichtung andeuten. Bei dem ausserordentlichen Strahl liegen die Schwingungen zunächst im Hauptschnitt (s. § 45), also in der Ebene der Zeichnung (Fig. 39), ferner aber fragt es sich, ob sie in dieser Ebene senkrecht zum Strahl $AC$ und dann nicht parallel zur Wellenebene, oder ob sie senkrecht zur Wellennormale und parallel zur Wellenebene, aber dann schief zum Strahl erfolgen. Fresnel[1]) war anfangs der ersteren Ansicht, glaubte also dass sie senkrecht zum Strahl vor sich gingen, hat aber sehr bald darauf[2]) die letztere Möglichkeit für die richtigere angenommen. Diese Ansicht, nach der also die Schwingungen bei einem im allgemeinen mit der Wellennormale nicht zusammenfallenden ausserordentlichen Strahl immer senkrecht zur Wellennormale oder parallel zur Wellenebene und nicht senkrecht zum Strahl erfolgen, wollen wir beibehalten.

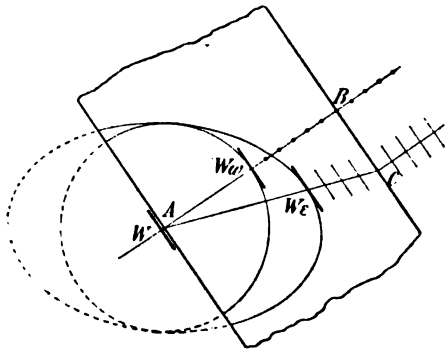


Fig. 39.

1) Oev. compl. 2. 287.

2) In einem Aufsatz, der nur 8 Tage später dem „Institut“ 1821 vorgelegt wurde, Oev. compl. 2. 339.

**48. Wellengeschwindigkeitsfläche und Elastizitätsfläche.** Nach Festlegung der letzten Ansicht lässt sich nunmehr leicht die Fläche konstruieren, deren Halbmesser erstens den Quadratwurzeln aus den Elastizitäten entsprechen und zweitens so gerichtet sind, dass senkrecht zu ihnen die zugehörige Wellennormale (von gleicher Länge) liegt. In Fig. 40 ist im Querschnitt zunächst die zweischalige Wellengeschwindigkeitsfläche eines negativen Krystalls (s. auch Fig. 2 Taf. I, wo das gleiche Gebilde durch die schwarzen runden Punkte dargestellt ist), und daneben der Querschnitt der einschaligen Elastizitätsfläche konstruiert. Zu jedem Punkt $\mathcal{N}$ des ovaloiden Teils der Wellengeschwindigkeitsfläche gehört ein Punkt $\mathcal{R}$ der in einer um 90° gegen die zugehörige Wellennormale $o\mathcal{N}$ befindlichen Richtung $o\mathcal{R}$ liegt. Die Gleichung für die Querschnittskurve der Elastizitätsfläche erhält man folgendermassen:

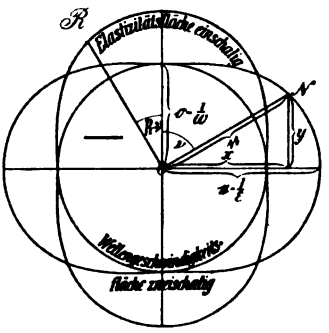


Fig. 40.

Für die Wellengeschwindigkeiten ($\mathcal{N}$-Kurve in Fig. 2 Taf. I) gilt die Gleichung (7) (§ 42):

$$n^2 = e^2 \sin^2 v + o^2 \cos^2 v.$$

Um zur Elastizitätskurve ($\mathcal{R}$-Kurve in Fig. 40 oder in Fig. 2 Taf. I) zu gelangen, setzt man an Stelle von v den Winkel R—v und erhält:

$$n^2 = e^2 \cos^2 v + o^2 \sin^2 v,$$

oder nach Einführung von

$$x = n \sin v$$
$$y = n \cos v$$
$$x^2 + y^2 = n^2$$

die auf Parallelkoordinaten bezogene Gleichung

$$(x^2 + y^2)^2 = e^2 y^2 + o^2 x^2.$$

Diese Gleichung stellt ein Oval vor, welches bei einem negativen Krystall die grösste Dimension in vertikaler, die kleinste Dimension in horizontaler Richtung hat und dessen Halbaxen die Quadratwurzeln aus den Aetherelastizitäten ($o = \sqrt{E_o}$; $e = \sqrt{E_e}$) sind.

Durch Umdrehung des Ovals um die Hauptaxe bildet sich die ovaloide Elastizitätsfläche.

Mit dieser einschaligen, ovaloiden Rotationsfläche lässt sich nun nicht nur jeder Punkt des ausserordentlichen Teils der Wellengeschwindigkeitsfläche, sondern auch des ordentlichen Teils finden, denn das im Mittelpunkt *o* der Fig. 40 auf der Zeichenebene errichtete Lot trifft die Elastizitätsfläche in der Entfernung o und bestimmt also die Geschwindigkeit der ordentlichen Wellennormale. Auch die Schwingungsrichtungen werden durch die Halbmesser angegeben. Das Ovaloid wird durch jede Ebene, ausgenommen die Horizontale, in Ovalen geschnitten; der grösste und der kleinste Halbmesser jedes Ovals sind die Elastizitäten o und $e_1$, welche

für die senkrecht auf dem Oval stehenden Wellennormalen in Frage kommen. Diese beiden Halbmesser stehen immer senkrecht aufeinander (s. § 36).

**49. Optische Charakteristik der einaxigen Systeme.** Wiederholend können wir die Verhältnisse bei optisch einaxigen Krystallen folgendermassen darstellen.

Jeder Schnitt, welcher senkrecht zur Hauptaxe durch das Ovaloid gelegt wird, ist ein Kreis, und in diesem sind alle Durchmesser gleich. Für Wellennormalen, welche demnach parallel der Hauptaxe den Krystall treffen, findet weder eine Zerlegung noch eine Polarisation statt, sondern das Licht durchläuft in dieser Richtung den Krystall ebenso, wie es ein isotropes Medium durchlaufen würde. Die krystallographische Hauptaxe ist also hier eine Richtung einfacher Strahlenbrechung oder eine Axe der Isotropie und wird die optische Axe genannt. Sie ist optisch wie morphologisch eine singuläre Axe.

Jeder andere Schnitt durch das Ovaloid, der also zu irgend einer nicht parallel der Hauptaxe auffallenden Wellennormale senkrecht stehen würde, wird ein Oval werden, dessen Form um so gestreckter sein wird, je grösser der Winkel ist, den die einfallende Wellennormale mit der Hauptaxe macht, und dessen Form sich um so mehr dem Kreise nähert, je kleiner dieser Winkel wird. In allen diesen Ovalen muss der eine Durchmesser sich stets gleich bleiben (es ist der Aequatorialdurchmesser) und gleich sein dem Kreisdurchmesser bei dem Einfall des Lichts parallel der Hauptaxe. Diejenige durch Doppelbrechung entstehende Welle, welche parallel diesem Durchmesser schwingt, pflanzt sich also mit einer von der Durchgangsrichtung unabhängigen, in allen Richtungen gleichen Geschwindigkeit fort, verhält sich demnach wie die Welle in einem isotropen Medium, wenn wir von ihrer Polarisation absehen, und hat einen konstanten Brechungsexponenten; es ist die ordentliche Welle. Nennt man die durch den einfallenden Strahl und die Hauptaxe (optische Axe) gelegte Ebene den optischen Hauptschnitt, so liegen ihre Schwingungen senkrecht zum optischen Hauptschnitt.

Der zweite extreme Durchmesser jedes beliebigen ovalen Schnitts liegt natürlich im optischen Hauptschnitt; seine Länge ist eine von der Neigung des Schnitts gegen die Hauptaxe abhängige, also wechselnde. Die nach diesem Durchmesser, also im optischen Hauptschnitt schwingende Welle wird sich demnach mit wechselnder, von der Einfallsrichtung abhängigen Geschwindigkeit in dem Krystall bewegen, dieselbe hat somit keinen konstanten Brechungsexponenten; vielmehr muss dieser, da er umgekehrt proportional der Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist, wie diese mit der Richtung sich ändern; er wird sich dem Brechungsexponenten der ordentlichen Welle um so mehr nähern, je weniger die Einfallsrichtung von der Hauptaxe abweicht und ein Maximum der Verschiedenheit bei zur Hauptaxe senkrechtem Einfall erreichen. Die im optischen Hauptschnitt schwingende, durch Zerlegung des einfallenden Lichts entstehende Welle

nennt man die ausserordentliche. Wenn man vom Brechungsexponenten der ausserordentlichen Welle spricht, so versteht man darunter den Brechungsexponenten bei einer zur Hauptaxe senkrechten Inzidenz und bezeichnet ihn mit dem Buchstaben $\varepsilon$, während der Brechungsexponent des ordentlichen Strahls $\omega$ genannt wird. Selbstverständlich ist $\omega$ wie $\varepsilon$ abhängig von der Wellenlänge und daher mit der Farbe des Lichts wechselnd, wie n bei den isotropen Medien.

**50. Strahlengeschwindigkeitsfläche und Fresnelsches Ellipsoid.** Mit dem in § 48 besprochenen Elastizitätsovaloid darf das von manchen Mineralogen als Elastizitätsellipsoid bezeichnete Gebilde nicht verwechselt werden. Letzteres (Plückers erstes Ellipsoid bei zweiaxigen Medien) ist das Fresnelsche Ellipsoid, welches dieser Forscher nur vorübergehend in nahen Zusammenhang mit der Aetherelastizität brachte. Beide Flächen — Elastizitätsovaloid und Fresnelsches Ellipsoid — haben in ihren Halbaxen allerdings die gleichen Dimensionen und Lagen, im übrigen ist aber das eine, wie gesagt, ein Ovaloid und das andere ein Ellipsoid. So lange man nun an der Vorstellung festhält, dass die Aetherschwingungen senkrecht zu den Wellennormalen erfolgen und dass die für jeden Strahl in Frage kommende Elastizität in der Richtung seiner Schwingungen wirkt, sollte man dieses Ellipsoid lieber nicht mit dem Ausdruck Elastizität verbinden, sondern es einfach das Fresnelsche Ellipsoid nennen, denn mit der Elastizität des Aethers steht es in keinem so unmittelbaren Zusammenhang, wie dies bei der ovaloiden Elastizitätsfläche der Fall ist. Letztere ist die Fusspunktfläche des Fresnelschen Ellipsoids.

Das Fresnelsche Ellipsoid, welches natürlich auch eine einschalige Fläche ist, kann man zur Erzeugung der zweischaligen Huyghensschen Wellenfläche oder Strahlengeschwindigkeitsfläche ebenso benutzen, wie dies bei dem einschaligen Elastizitätsovaloid in bezug auf die zweischalige Wellengeschwindigkeitsfläche in § 49 geschah.

**51. Indexfläche und Indikatrix.** Schliesslich kann man die zweischalige Fläche der Brechungsexponenten, die man auch Indexfläche nennt, in ganz analoger Weise auf ein einschaliges Gebilde zurückführen, welches wieder ein Ellipsoid ist und nach Plücker „zweites Ellipsoid", nach Fletcher Indikatrix genannt wird.

**52. Uebersicht der sechs Bezugsflächen einaxiger Krystalle.** Wir können uns also nach den Ausführungen der §§ 39—51 die Lichtbewegung — abgesehen von der Zirkularpolarisation — in den tetragonalen und hexagonalen Krystallen durch drei zweischalige und drei einschalige Rotationsflächen verdeutlichen. In Fig. 1 und 2 Taf. I sind diese Flächengebilde in ihren durch die Rotationsaxe gehenden Querschnitten die zweischaligen schwarz, die einschaligen rot gezeichnet; Fig. 1 zeigt die Kurven bei einem positiven, Fig. 2 bei einem negativen Krystall.

## Uebersicht der sechs Bezugsflächen einaxiger Krystalle.

### Zweischalige Flächen.

**1. Strahlengeschwindigkeitsfläche.**

Huyghenssche Strahlenfläche.

Fresnelsche Wellenfläche.

Rotationsellipsoid und Kugel.

(Polarreziproke Fläche von 3)

Gleichung der Meridianellipse:

$$\frac{x^2}{c^2} + \frac{y^2}{o^2} = 1;\ \text{(Kurve 2ten Grades)}.$$

Gleichung der ausserordentlichen Schale:

$$\frac{x^2+z^2}{c^2} + \frac{y^2}{o^2} = 1\ \text{(Fläche 2ten Grades)}.$$

**2. Wellengeschwindigkeitsfläche.**

Rotationsovaloid und Kugel.

Fusspunktfläche von 1.

Inverse Fläche von 3[1]).

Gleichung des Meridianovals:

$$c^2x^2 + o^2y^2 = (x^2+y^2)^2;\ \text{(Kurve 4ten Grades)}.$$

Gleichung der ausserordentlichen Schale:

$$c^2(x^2+z^2) + o^2y^2 = (x^2+y^2+z^2)^2;\ \text{(Fläche 4ten Grades)}.$$

**3. Indexfläche.**

Rotationsellipsoid und Kugel.

Inverse Fläche von 2[1]).

(Polarreziproke Fläche von 1).

Gleichung der Meridianellipse:

$$c^2x^2 + o^2y^2 = 1;\ \text{(Kurve 2ten Grades)}.$$

oder

$$\frac{x^2}{\epsilon^2} + \frac{y^2}{\omega^2} = 1.$$

Gleichung der ausserordentlichen Schale:

$$\frac{x^2+z^2}{\epsilon^2} + \frac{y^2}{\omega^2} = 1;\ \text{(Fläche 2ten Grades)}.$$

### Einschalige Flächen.

**4. Fresnelsches Ellipsoid.**

Rotationsellipsoid.

(Polarreziproke Fläche von 6).

Gleichung der Meridianellipse:

$$\frac{x^2}{o^2} + \frac{y^2}{c^2} = 1;\ \text{(Kurve 2ten Grades)}.$$

Gleichung der Fläche:

$$\frac{x^2+z^2}{o^2} + \frac{y^2}{c^2} = 1;\ \text{(Fläche 2ten Grades)}.$$

Die Halbaxen des Fresnelschen Ellipsoids sind die Hauptstrahlengeschwindigkeiten.

**5. Fresnelsche Elastizitätsfläche.**

Rotationsovaloid.

Fusspunktfläche von 4.

Inverse Fläche von 6[1]).

Gleichung des Meridianovals:

$$o^2x^2 + c^2y^2 = (x^2+y^2)^2;\ \text{(Kurve 4ten Grades)}.$$

Gleichung der Fläche:

$$o^2(x^2+z^2) + c^2y^2 = (x^2+y^2+z^2)^2;\ \text{(Fläche 4ten Grades)}.$$

Die Halbaxen der Fresnelschen Elastizitätsfläche sind die Wurzeln aus den Hauptätherelastizitäten.

**6. Indikatrix.**

Rotationsellipsoid.

Inverse Fläche von 5[1]).

(Polarreziproke Fläche von 4).

Gleichung der Meridianellipse:

$$o^2x^2 + c^2y^2 = 1\ \text{(Kurve 2ten Grades)}.$$

oder

$$\frac{x^2}{\omega^2} + \frac{y^2}{\epsilon^2} = 1.$$

Gleichung der Fläche:

$$\frac{x^2+z^2}{\omega^2} + \frac{y^2}{\epsilon^2} = 1;\ \text{(Fläche 2ten Grades)}.$$

Die Halbaxen der Indikatrix sind die Hauptbrechungsexponenten.

---

1) Invers heissen in der analytischen Geometrie solche zwei Kurven oder Flächen, bei denen die Entfernungen der auf ein und demselben Halbmesser liegenden Punkte vom Zentrum gegenseitig reziproke Werte sind oder bei denen das Produkt dieser Halbmesser gleich der Einheit ist.

Ausser jenen Querschnittskurven ist in jeder Figur noch ein strichpunktierter Kreis gezeichnet, der dem Querschnitt der Einheitskugel entspricht.

Als Grundmasse sind

| bei Fig. 1 Taf. II | bei Fig. 2 Taf. II |
|---|---|
| $\epsilon = 1.8000$; $e = 0.5555$ | $\epsilon = 1.2000$; $e = 0.8333$ |
| $\omega = 1.2000$; $o = 0.8333$ | $\omega = 1.8000$; $o = 0.5555$ |

angenommen. Fig. 2 stellt also die bei Kalkspat auftretenden Verhältnisse etwa dreimal übertrieben dar. Die an die Kurven geschriebenen Zahlen entsprechen der Numerierung in der vorstehenden Zusammenstellung S. 82. Ueber weitere Synonyma gibt die Zusammenstellung bei den zweiaxigen Medien § 67 Aufschluss.

**53. Fletchers Ableitung.** Man kann auch aus der Indikatrix (Fläche 6) die Strahlengeschwindigkeitsfläche (Fläche 1) direkt ableiten, wenn man einen Satz aus der analytischen Geometrie zu Hülfe nimmt, wonach das aus konjugierten Halbmessern einer Ellipse gebildete Parallelogramm konstanten Flächeninhalt besitzt [1]). Konjugierte Halbmesser ($oc$ und $od$) einer Ellipse (Fig. 41) sind Linien, von denen die eine ($oc$) der Tangente ($df$) parallel läuft, die durch den Endpunkt ($d$) der andern ($od$) an die Ellipse gezogen ist. Es ist also $oc$ mal $dg$ konstant, wenn

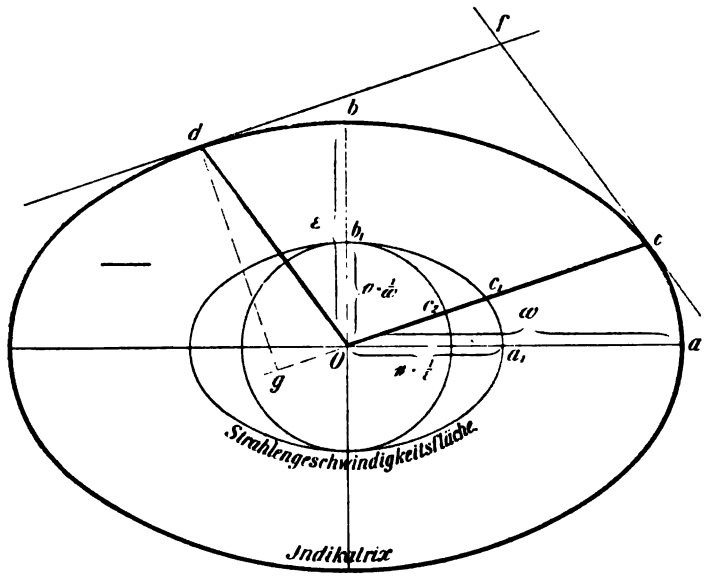



Fig. 41.

$dg$ die Normale auf $oc$ vorstellt. Dieses Produkt ist auch gleich $oa$ mal $ob$ oder, falls in der Querschnittsfigur 41 die grössere Ellipse die

1) L. Fletcher, The optical indicatrix etc. London 1892. Teilweise Uebersetzung von H. Ambronn und W. König, Leipzig 1893.

Indikatrix vorstellt, auch gleich $\varepsilon$ mal $\omega$ (die Halbaxen sind ebenfalls konjugierte Durchmesser). Es ist also auch

$$\frac{oc}{\varepsilon\omega} = \frac{1}{dg}.$$

Setzen wir $oc : \varepsilon\omega = oc_1$, so liegen die Punkte $c_1$ auf einer Querschnittsellipse, deren Halbaxen $\frac{1}{\varepsilon}$ und $\frac{1}{\omega}$ sind und die also mit der Querschnittsellipse der Strahlengeschwindigkeitsfläche nach Lage, Form und Grösse identisch ist.

Aus einem Punkt $d$ der Indikatrix $dbca$ (Fig. 41) erhalten wir den zugehörigen Punkt $c_1$ der Strahlengeschwindigkeitsfläche $b_1\ c_1\ a_1$, wenn wir den Strahl $oc_1$ parallel zur Tangente an den Punkt $d$ ziehen und ihm als Länge den reziproken Wert der Normalen $dg$ geben. (In Fig. 2 Taf. I stehen die gestrichelte rote Linie $QR$ und die dünne schwarze Linie $o\mathscr{S}$ in dieser Beziehung zu einander.)

Die durch den Strahl $oc_1$ und die Normale $dg$ gelegte Ebene bestimmt die Schwingungsebene des ausserordentlichen Strahls. Auch lässt sich durch den Punkt $d$ der Indikatrix die zweite (ordentliche) Schale der Strahlengeschwindigkeitsfläche, sowie Lage und Schwingungsrichtung jedes ordentlichen Strahls eindeutig bestimmen. Die Lage $oc_2$ ist wieder parallel zur Tangente an $d$, die Länge gleich dem reziproken Wert des in $o$ senkrecht auf $od$ und $oc_2$, also senkrecht auf der Ebene der Zeichnung errichteten Halbmessers der Indikatrix. Dieser Halbmesser ist immer $\omega$ und die Länge des ordentlichen Strahls also $\frac{1}{\omega}$. Schliesslich fällt seine Schwingungsebene mit der senkrecht auf $dg$ stehenden Ebene zusammen.

**54. Huyghenssche Konstruktion bei einaxigen Krystallen.** Wie man mit Hülfe der Strahlengeschwindigkeitsfläche den Gang der Lichtstrahlen in einaxigen Krystallen finden kann, möge an Fig. 42 und 43 gezeigt werden. Gegeben sei die Orientierung der Einfallsebene AB, worauf die eingezeichnete optische Axe hinweist, und die Lage der einfallenden Wellenebene AC. Die Eintrittsfläche sei in Fig. 43 eine Spaltungsebene des Kalkspats, in Fig. 42 eine ebenso viel gegen die optische Axe geneigte Fläche am Rutil, die also künstlich angeschliffen zu denken ist. Auch der Einfallswinkel sei in beiden Figuren der gleiche, um die ohne Verzerrung, in natürlichen Verhältnissen gezeichneten Vorgänge mit einander vergleichen zu können. Die Konstruktion der eintretenden Strahlen lehnt sich eng an die in Fig. 27 § 31 gegebene an. Während die ebene Welle $AC$ in Luft von $C$ bis $B$ fortschreitet, wandert die Lichtbewegung in den Krystallen von $A$ teils bis zu einer Kugel mit dem Radius $AD_\omega$, teils bis zu einem Ellipsoid. Legt man an beide Flächen Tangentialebenen, so stellen diese die Lage der gebrochenen Wellenebenen dar. Die Berührungspunkte $D_\omega$ und $D_\varepsilon$ dieser Wellenebenen mit den Strahlengeschwindigkeitsflächen bestimmen die Lage der gebro-

chenen Strahlen. Die von $A$ aus auf $BD_\varepsilon$ gefällte Normale, die in den Figuren nicht gezeichnet ist, bestimmt die Lage der ausserordentlichen Wellennormale, während die ordentliche Wellennormale mit $AD_\omega$ zusammen-

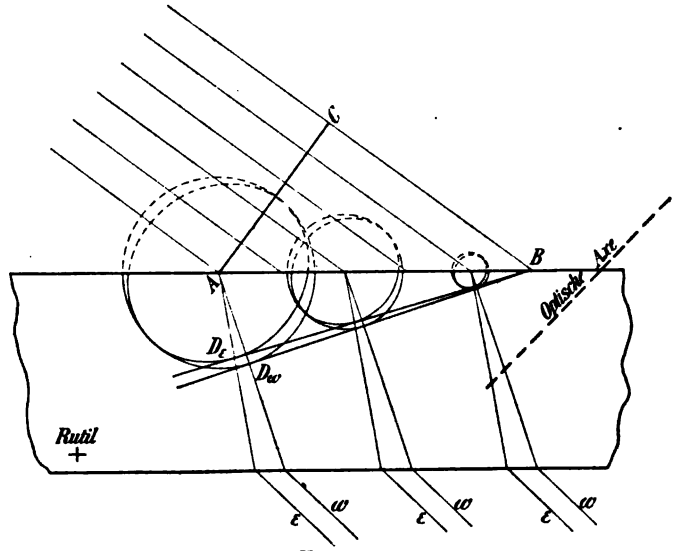



Fig. 42.

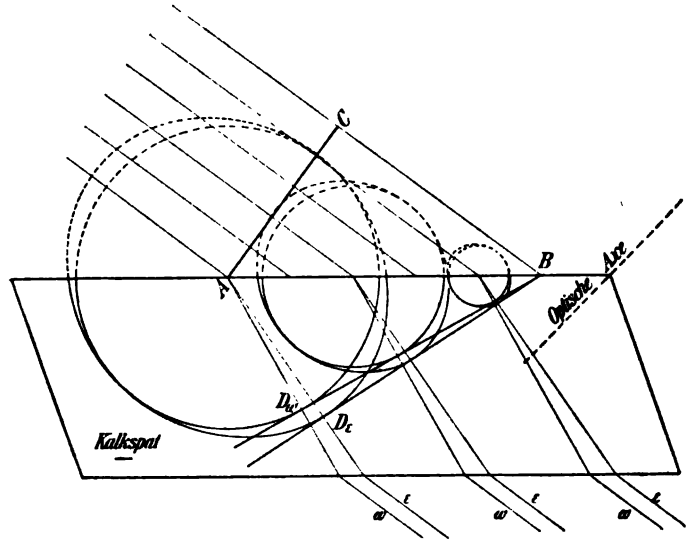



Fig. 43.

fällt. Diese Figuren sind in Hauptschnittsebenen gezeichnet, so dass die Berührungspunkte der Tangentialebenen an Kugel und Ellipsoid in die Ebene der Zeichnung fallen und auch die Strahlen $AD_\varepsilon$ wie auch ihre Wellennormalen in der Einfallsebene liegen. Bei anderer Lage des Schnitts können die Berührungspunkte der Tangentialebenen aus der Einfallsebene heraus-

fallen und dann geschieht das gleiche mit den Strahlen, nicht aber mit den Wellennormalen; letztere folgen immer den fundamentalen Refraktionsgesetzen. Die Konstruktion der Austrittsstrahlen ist sehr einfach, da planparallele Platten, wie hier angenommen, keine Ablenkung, sondern nur eine Parallelverschiebung erzeugen; die austretenden Strahlen sind zwar doppelt vorhanden, aber beide dem Eintrittsstrahl parallel.

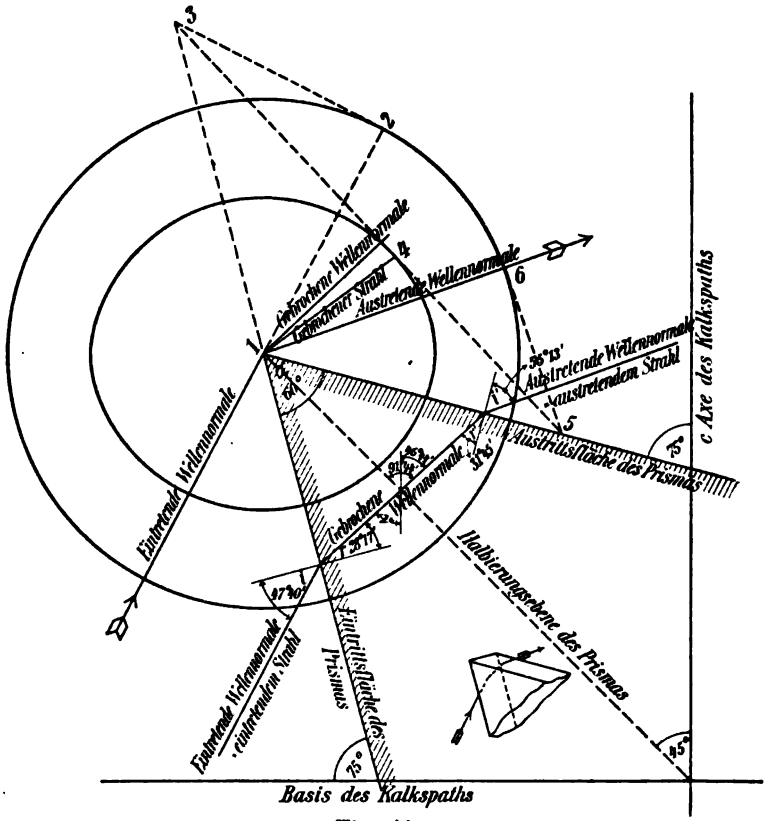



Fig. 44.

**55. Konstruktion und Berechnung der Wellennormalen.** Ist die Austrittsfläche gegen die Eintrittsfläche geneigt, liegt also ein Prisma vor, so kann man am einfachsten das abgekürzte Verfahren benutzen, das schon für isotrope Medien in § 32 Fig. 28 angegeben wurde. Zur Erläuterung wollen wir folgendes Beispiel wählen:

An einem Kalkspatprisma von 60°, dessen brechende Kante der Basis parallel läuft und dessen Halbierungsebene (Fig. 44) unter 45° gegen die c-Axe geneigt ist, soll nach der Methode der Minimal-Ablenkung der Brechungsexponent $\varepsilon_1$ des ausserordentlichen Strahls bestimmt werden. In Figur 44 sind die Verhältnisse richtig dargestellt, wobei nur auf die ausserordentliche Lichtbewegung Rücksicht genommen wurde, um die

Zeichnung durch zu viele Linien nicht undeutlich zu machen. Die Punkte 1, 2, 3, 4, 5, 6 zeigen den Weg an, wie die Konstruktion von der eintretenden zur austretenden Wellennormale erfolgt, nur sind es diesmal nicht zwei Kreise, sondern ein Kreis und eine Ellipse, mit denen die Punkte festgelegt werden. Der grosse Kreis stellt die Strahlengeschwindigkeit in Luft, die kleinere kaum von einem Kreis abweichende Ellipse die Strahlengeschwindigkeit des ausserordentlichen Strahls im Kalkspat dar. Man verlängert zuerst die eintretende Wellennormale — deren genaue Lage bei Minimalablenkung erst durch Messung zu finden ist — bis 2, zieht die Tangente nach 3 und von hier aus eine Tangente 3, 4 an die Ellipse, wobei man gleich bis 5 verlängert und die letzte Tangente 5, 6 an den Luftkreis zieht. 1, 4 ist die Richtung des gebrochenen Strahls, die Normale von 1 auf 3, 4, 5 die gebrochene Wellennormale.

Zur besseren Uebersicht sind die drei Wellennormalen beim Eintritt, innerhalb und beim Austritt noch einmal rechts wiederholt und hier die Einfalls- und Brechungswinkel angegeben. Man sieht, wenn auch nicht aus der Zeichnung, doch aus den Zahlenangaben, dass bei dem Minimum der Ablenkung keineswegs ein symmetrischer Durchgang stattfindet, auch nicht für die gebrochene Wellennormale und noch viel weniger für den nicht wiederholt gezeichneten gebrochenen Strahl, der unter den vorliegenden Verhältnissen einen Winkel von $6^0\,11'$ mit der Wellennormale einschliesst. In einem früheren Beispiel (§ 43) war die Abweichung zu $6^0\,4'$ gefunden worden, es war dort aber auch der Winkel $\nu = 44^0\,36\frac{1}{2}'$, während er hier (Fig. 44) $46^0\,44'$ ist.

Zur Berechnung der Lage der einzelnen Wellennormalen, wie sie zuerst G. G. Stokes[1]) angegeben hat, hat man sich wieder zu erinnern, dass die Wellennormalen streng dem Snelliusschen Brechungsgesetz folgen, so dass also nach Fig. 44 folgt:

$$\sin i = \epsilon_1 \sin r \qquad (1)$$

$$\sin i_1 = \epsilon_1 \sin r_1. \qquad (2)$$

Nennen wir ferner den brechenden Winkel $\alpha$ und den Winkel der Minimalablenkung $\delta$, so folgt aus der Figur:

$$r + r_1 = \alpha \qquad (3)$$

$$i + i_1 = \alpha + \delta. \qquad (4)$$

Aus diesen vier Gleichungen erhält man, wenn man (1) und (2) addiert und subtrahiert, alsdann Summe und Differenz des Sinus zweier Winkel durch Sinus und Cosinus der halben Summe der Winkel ausdrückt und schliesslich die beiden Gleichungen dividiert:

$$\operatorname{tg}\frac{r - r_1}{2} = \operatorname{tg}\frac{r + r_1}{2} \operatorname{tg}\frac{i - i_1}{2} \operatorname{cotg}\frac{i + i_1}{2},$$

woraus man mit Hülfe der Gleichungen (3) und (4) erhält:

$$\operatorname{tg}\left(r - \frac{\alpha}{2}\right) = \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} \operatorname{tg}\left(i - \frac{\alpha + \delta}{2}\right) \operatorname{cotg}\frac{\alpha + \delta}{2}.$$

In dieser Gleichung sind $\alpha$, $\delta$ und $i$ durch Messung bestimmt, $r$ lässt

1) Rep. Brit. Assoc. 32. 1862. 253—274.

sich also daraus berechnen und mit Hülfe von Gleichung (1) zur Ermittlung von $\varepsilon_1$ verwenden. Man findet nach den beobachteten und in Fig. 44 eingeschriebenen Winkeln $\epsilon_1 = 1.5603$, während nach der Theorie (§ 44) für $\nu = 46°44'$ $\epsilon_1 = 1.5604$ sein müsste.

---

## V. Optisch zweiaxige Medien.

**56. Krystalle ohne Axe der Isotropie** oder mit zwei optischen Axen. Ausser den optisch einaxigen Krystallen gibt es noch solche mit zwei optischen Axen, bei denen die Ausbreitung der Lichtbewegung weder nach einer Kugel, noch nach einem Rotationsellipsoid, noch nach einem dreiaxigen Ellipsoid, sondern nach einem viel komplizierteren Gebilde erfolgt. Wir wollen auch hier die Fläche, bis zu der die Strahlen innerhalb einer bestimmten Zeit von einem Punkt aus vorgedrungen sind, die Strahlengeschwindigkeitsfläche nennen und in ähnlichem Sinne, wie bei den einaxigen Krystallen, von einer Wellengeschwindigkeitsfläche und einer Indexfläche sprechen. In der geschichtlichen Entwicklung spielt die erste dieser drei doppelschaligen Flächen, die auch die Fresnelsche Wellenfläche für zweiaxige Medien genannt wird, eine Hauptrolle. Es wurde lange angenommen, dass Fresnel diese Fläche aus allgemein mechanischen Gesetzen heraus abgeleitet habe, bis Verdet bei der Herausgabe der Schriften Fresnels zeigte, dass der berühmte französische Forscher durch eine ähnliche Eingebung wie Huyghens zu seiner Entdeckung geführt wurde. Bei den einaxigen Körpern hatte Fresnel als einschalige Fläche, zu der sich die Strahlengeschwindigkeitsfläche in bestimmte Beziehung bringen liess, ein Rotationsellipsoid (Fläche 4, S. 82) erfunden, bei den zweiaxigen Krystallen legte er nun für diese Ableitung ein dreiaxiges Ellipsoid (Fläche 4, S. 102) zu Grunde und ebenso formte er das Rotationsovaloid (Fläche 5, S. 82) in ein dreiaxiges Ovaloid (Fläche 5, S. 102) um, mit dessen Hülfe er die Wellengeschwindigkeitsfläche (Fläche 2, S. 102) ableitete. Später ist dann von anderen Autoren aus einer dreiaxigen Indikatrix (Fläche 6, S. 103) eine Indexfläche (Fläche 3, S. 103) abgeleitet worden. In § 48 und 49 ist aus der einschaligen Fläche 5 die doppelschalige Fläche 2 entwickelt worden; hier wollen wir zur Abwechslung aus dem dreiaxigen Fresnelschen Ellipsoid die Strahlengeschwindigkeitsfläche wenigstens in den drei Hauptschnitten d. h. in den durch die Axen gelegten Ebenen ableiten.

**57. Fresnelsches dreiaxiges Ellipsoid und Strahlengeschwindigkeitsfläche.** Das dreiaxige Fresnelsche Ellipsoid hat nach unseren Erfahrungen bei allen in Betracht kommenden Medien, also bei rhombischen, monoklinen und triklinen Krystallen, drei aufeinander senkrecht stehende Symmetrieaxen, die mit den Hauptdimensionen des Ovaloids nach Lage und Grösse zusammenfallen.

Mit vorsichtiger Beschränkung auf die Strahlengeschwindigkeitsfläche können wir bei dem Fresnelschen Ellipsoid als von einer Art Elastizitätsfläche reden, bei der aber die Elastizität nicht unmittelbar die Wellengeschwindigkeit bestimmt und bei der dann auch die Inversen der Halbmesser nicht gleich den Brechungsexponenten zu setzen sind. Nur hinsichtlich der Hauptaxen gilt auch bei dem Fresnelschen Ellipsoid diese Beziehung, und wenn nun diese Hauptaxen a, b, c und die Hauptbrechungsexponenten $\alpha, \beta, \gamma$ sind, wo

$$1 > a > b > c,$$

so ist auch $\alpha = \frac{1}{a}$; $\beta = \frac{1}{b}$; $\gamma = \frac{1}{c}$,

wo $1 < \alpha < \beta < \gamma$,

(unter der Voraussetzung dass die Lichtgeschwindigkeit in Luft = 1 ist).

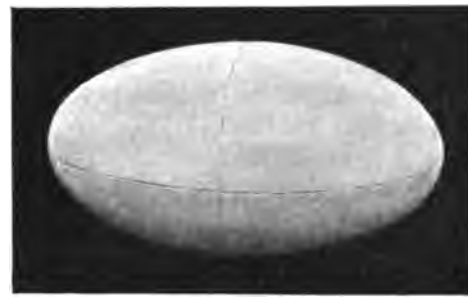


Fig. 45.

In Fig. 45 ist ein Fresnelsches Ellipsoid abgebildet; Fig. 46 zeigt die Hauptdimensionen nach der obigen Bezeichnung. Zur Ableitung der Strahlengeschwindigkeitsfläche denkt man sich von Mittelpunkt *o* aus die Lichtbewegung nach allen Richtungen fortschreiten.

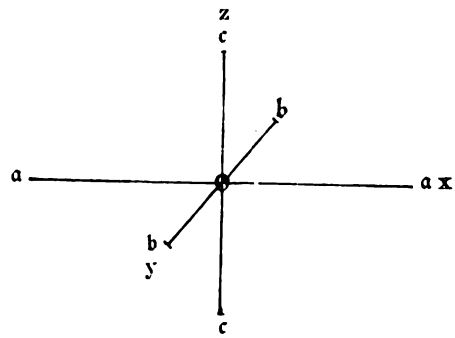



Fig. 46.

Verfolgen wir zunächst die Bewegung in der Ebene bc, so werden sich in der Richtung *o*c zwei Strahlen mit verschiedener Geschwindigkeit fortpflanzen, von denen der eine parallel a schwingend in der Zeiteinheit bis *a* gelangen wird, wenn in Fig. 47 $oa = a$ gemacht wurde, während der zweite Strahl parallel b schwingend, in derselben Zeiteinheit bis *b* gelangen wird, wenn $ob = b$ gemacht wurde. Ebenso werden sich in der Richtung *o*b (Fig. 46) zwei Lichtstrahlen fortpflanzen, von denen der eine parallel a schwingend in der Zeiteinheit den Weg $oa_1 = oa = a$ (Fig. 47) zurücklegt, während der zweite, parallel c schwingend, den Weg $oc = c$ macht. In jeder andern Richtung innerhalb der Ebene bc (Fig. 46) werden sich

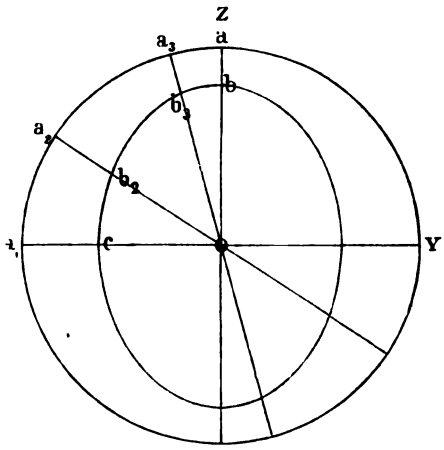



Fig. 47.

ebenfalls zwei Strahlen fortpflanzen, von denen immer der eine, parallel $\mathfrak{a}$ schwingend, einen Weg $oa_2$, $oa_3$ u. s. w. $= oa = \mathfrak{a}$ in der Zeiteinheit zurücklegt, während der zweite, mit einer zwischen $\mathfrak{b}$ und $\mathfrak{c}$ liegenden, zu $oa_2$, $oa_3$ u. s. w. senkrecht gerichteten Elastizität schwingend, einen Weg macht, welcher $= ob_2$, $ob_3$ u. s. w. sein wird, wenn wir um $o$ (Fig. 47) eine Ellipse mit den Halbmessern $ob = \mathfrak{b}$ und $oc = \mathfrak{c}$ beschrieben haben. Die Gleichungen der Schnittkurven sind:

$$\text{Ellipse: } \frac{y^2}{\mathfrak{c}^2} + \frac{z^2}{\mathfrak{b}^2} = 1.$$

$$\text{Kreis: } y^2 + z^2 = \mathfrak{a}^2.$$

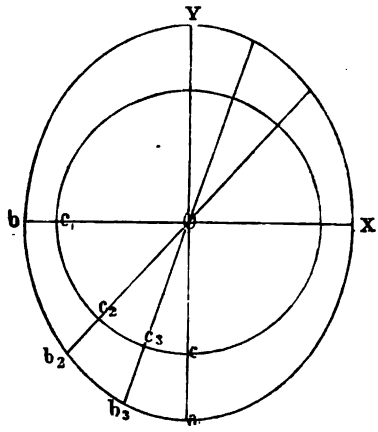



Fig. 48.

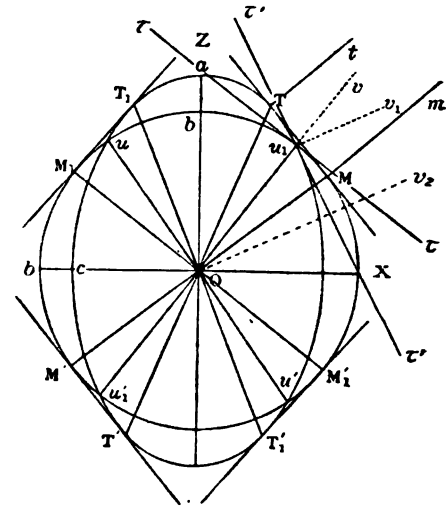



Fig. 49.

Verfolgt man ebenso die Lichtbewegung in der Ebene $\mathfrak{a}\mathfrak{b}$, so werden zunächst in der Richtung $o\mathfrak{b}$ (Fig. 46) zwei Strahlen sich fortpflanzen, von denen der eine parallel $\mathfrak{a}$ schwingend, in der Zeiteinheit den Weg $oa = \mathfrak{a}$ (Fig. 48), der andere parallel $\mathfrak{c}$ schwingend, den Weg $oc = \mathfrak{c}$ zurücklegen wird. Die in der Richtung $o\mathfrak{a}$ (Fig. 46) sich fortpflanzenden Strahlen werden parallel $\mathfrak{c}$ schwingend, den Weg $oc_1 = \mathfrak{c}$ (Fig. 48) und parallel $\mathfrak{b}$ schwingend, den Weg $ob = \mathfrak{b}$ machen. In jeder andern Richtung der Ebene $\mathfrak{a}\mathfrak{b}$ werden gleichfalls je zwei Strahlen sich bewegen, von denen stets der eine parallel $\mathfrak{c}$ schwingend gleiche Wege $oc_2$, $oc_3$ zurücklegt, während der andere mit einer Elastizität $> \mathfrak{b} < \mathfrak{a}$ sich fortpflanzen wird und also, wenn man über $ob = \mathfrak{b}$ und $oa = \mathfrak{a}$ als Halbmesser eine Ellipse konstruiert, die Wege $ob_2$, $ob_3$ u. s. w. zurücklegen muss. Die Gleichungen der Schnittkurven sind:

$$\text{Ellipse: } \frac{x^2}{\mathfrak{b}^2} + \frac{y^2}{\mathfrak{a}^2} = 1$$

$$\text{Kreis: } x^2 + y^2 = \mathfrak{c}^2.$$

Für die Lichtbewegung in der Ebene $\mathfrak{a}\mathfrak{c}$ (Fig. 49) findet man endlich, dass sich vom Punkt $o$ aus in der Richtung $o\mathfrak{a}$ zwei Strahlen fort-

pflanzen werden, von denen der eine parallel b schwingend, in der Zeiteinheit den Weg $ob$ (Fig. 49) zurücklegt, während der zweite, parallel c schwingend, die Strecke $oc$ durchläuft. In der Richtung $oc$ wird der parallel b schwingende Strahl den Weg $ob$, der parallel a schwingende den Weg $oa$ machen. Für die Lichtbewegung in jeder andern Richtung der Ebene ac wird man also die entsprechenden Geschwindigkeiten erhalten, wenn man um $o$ mit $ob = b$ einen Kreis und über $oa = a$ und $oc = c$ eine Ellipse beschreibt und von $o$ aus den der Richtung entsprechenden Radius zieht. Die Gleichungen der Schnittkurven sind:

$$\text{Ellipse: } \frac{x^2}{c^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1.$$

$$\text{Kreis: } x^2 + y^2 = b^2.$$

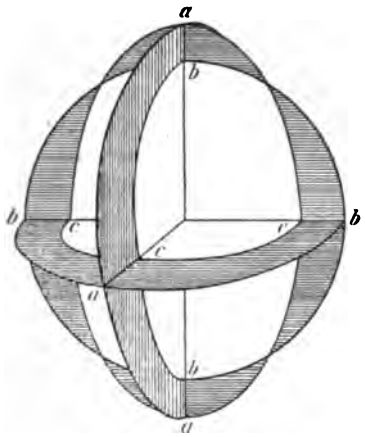



Fig. 50.

Fig. 51.

In Fig. 50 sind die Hauptschnitte der Strahlengeschwindigkeitsfläche zu einem perspektivischen Bild vereinigt, das in der Photographie Fig. 51 eines Gypsmodells der ganzen z. T. aufgeschnittenen Strahlengeschwindigkeitsfläche noch deutlicher spricht.

Die in den Figuren 45, 51 und 52 abgebildeten Modelle sind auf Veranlassung von Prof. Dr. A. Brill in Tübingen angefertigt worden und können von der Verlagshandlung von M. Schilling in Halle a. S. bezogen werden.

**58. Strahlenaxen oder sekundäre optische Axen.** Da der Halbmesser des Kreises $ob$ (Fig. 49) gleich der mittleren Strahlengeschwindigkeit, die Halbaxen der Ellipse gleich der grössten und kleinsten Strahlengeschwindigkeit sind, so müssen sich Kreis und Ellipse in vier Punkten $uu_1u'u'_1$ schneiden. In den Richtungen $ou$ und $ou_1$ pflanzt sich je ein Strahl mit einer einzigen Strahlengeschwindigkeit fort, man nennt diese Richtungen:

Strahlenaxen,
Sekundäre optische Axen,
Biradialen,
Lines of single ray velocity,
Axen der äusseren konischen Refraktion.

Es könnte auf den ersten Blick scheinen, als wenn man in diesen Strahlenaxen Richtungen hätte, die sich mit den optischen Axen der einaxigen Krystalle vergleichen liessen, wie man ihnen denn auch zuweilen den Namen der sekundären optischen Axen beilegt. Und wenn man weiter erkennt, dass diese Strahlenaxen senkrecht auf den beiden einzigen Kreisschnitten stehen, die man mit b oder $ob$ als Radius durch das Fresnelsche Ellipsoid legen kann (s. Fig. 52), so erscheint diese Analogie noch grösser. Indessen muss man, um vor Täuschungen bewahrt zu bleiben, sich des zu Anfang von S. 89 Gesagten erinnern. Wir haben in dem Fresnelschen Ellipsoid keine eigentliche Elastizitätsfläche und dürfen aus dem senkrecht auf einer Strahlenaxe stehenden Kreisschnitt nicht den Schluss ziehen, dass rings um den Strahl herum gleiche Elastizität herrsche. Die Unterschiede lassen sich auch noch auf andere Weise zeigen. Bei der optischen Axe eines einaxigen Krystalls fallen Strahl und Wellennormale zusammen, hier aber hat die Strahlenaxe $ou_1$ schon in dem einen in Fig. 49 gezeichneten Schnitt zwei Strahlenfronten $\tau\tau$ und $\tau'\tau'$ und demnach auch zwei Wellennormalen. Die Fortpflanzung der in der Richtung $ou_1$ stattfindenden Lichtbewegung wird beim Uebergang in Luft durch die Wellennormalen, also durch die vom Mittelpunkt $o$ auf die Strahlenfronten oder ebenen Wellen gefällten Lote $ou_1$ und $ov_2$ (Fig. 49) bestimmt. Diese beiden Wellennormalen haben aber nicht nur verschiedene Richtung, sondern auch verschiedene Länge, daher zeigt der Strahl $ou_1$ beim Uebergang in Luft schon in dem einen Querschnitt Doppelbrechung, die sich allseitig wiederholt, wenn wir aus der Ebene des Querschnitts in den Raum gehen. An die nabelförmig eingesenkten Punkte der Strahlengeschwindigkeitsflächen lassen sich unendlich viele Tangentialebenen und also auch Wellennormalen legen, die den Mantel eines Kegels mit der Spitze in $u_1$ und dem Querschnitt $vu_1v_1$ bilden. Da dieser Lichtkegelmantel ausserhalb des Krystalls erst zustande kommt, so nennt man die Strahlenaxen auch die Axen der äusseren konischen Refraktion.

Fig. 52.

**59. Elastizitätsfläche (dreiaxiges Ovaloid) und Wellengeschwindigkeitsfläche.** Man kann nun die ganzen Ableitungen, die in § 57 und 58

für Fresnelsches Ellipsoid und Strahlengeschwindigkeitsfläche angegeben wurden, für Elastizitätsfläche und Wellengeschwindigkeitsfläche wiederholen. Wir wollen dies hier im einzelnen nicht ausführen und wegen der Form der Wellengeschwindigkeitsfläche nur auf Figur 54 verweisen, die eine zum ersten mal veröffentlichte Abbildung des im Besitz des mathematischen Seminars der Universität Tübingen befindlichen, von dem verstorbenen Rektor Dr. O. Böklen hergestellten Gypsmodells zeigt. Herr Professor Dr. A. Brill hatte die Freundlichkeit, das kostbare Modell dem Verfasser behufs Reproduktion zur Verfügung zu stellen.

Einige wichtige Linien im Hauptschnitt durch die grösste und kleinste Wellengeschwindigkeit mögen eingehender besprochen werden.

**60. Optische Axen (primäre optische Axen).** In dem Hauptschnitt $ac$ (Fig. 53) schneiden sich Kreis und Oval in vier Punkten $MM_1M'M'_1$, deren Verbindung mit dem Mittelpunkt $o$ zu sehr eigentümlichen Richtungen führt. Nach $MM'$ und $M_1M'_1$ kann sich nur eine Wellennormale mit einer einzigen Geschwindigkeit fortpflanzen, denn senkrecht auf einer solchen Richtung $MM'$ und $M_1M'_1$ wird das Elastizitäts-

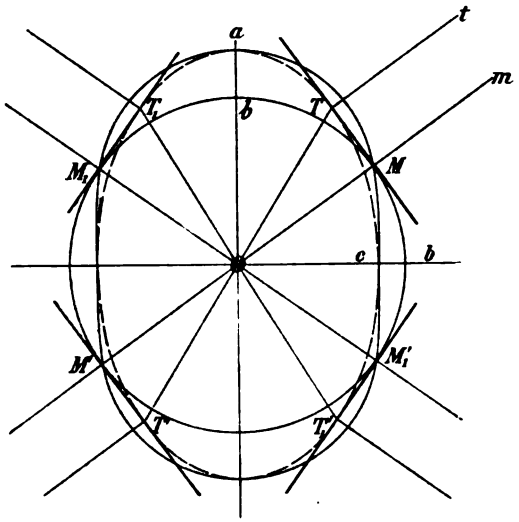



Fig. 53.

Fig. 54.

ovaloid in Kreisen getroffen[1]). Diese Kreisschnitte haben für die Richtungen $MM'$ und $M_1M'_1$ die gleiche Bedeutung wie die Kreisschnitte des Fresnelschen Ellipsoides für die Strahlenaxen. Bei den ersteren herrscht nun in der Tat rund um die Normalen herum die gleiche Elastizität, daher ist hier die Doppelbrechung aufgehoben. Man nennt diese Richtungen:

1) cf. Fresnel, Oev. compl. 2. 339; Neumann, Pogg. Ann. 33. 1834. 265.

Optische Axen,
Primäre optische Axen,
Binormalen,
Lines of single normal velocity,
Axen der inneren konischen Refraktion.

Die letzte Bezeichnung bedarf noch der Erklärung.

Man kann diese optischen Axen auch ohne Oval erhalten, wenn man eine gemeinschaftliche Tangente $TM$ (Fig. 49 oder 53) an Kreis und Ellipse legt und auf diese die Normale fällt. Dies ist ja der Weg, wie die Ovale — die Fusspunktfläche der Ellipse — konstruiert wird. Ausser dieser Normalen $oM$ hat aber noch der Strahl $oT$ die gleiche Wellenoberfläche. Beide Richtungen $oM$ und $oT$ werden daher den Krystall als eine einzige Welle in den parallelen Richtungen $Tt$ und $Mm$ verlassen. Und da eine senkrecht zu $oM$ durch $TM$ gelegte Tangentialebene die Strahlengeschwindigkeitsfläche in einem Kreise berührt (was wir hier nicht weiter beweisen wollen, s. übrigens Fig. 51), so haben alle Strahlen von $o$ nach der Peripherie dieses Kreises dieselbe Wellenebene und verlassen den Krystall unzerlegt als ein hohler Strahlenzylinder, während sie im Krystall auf dem Mantel eines Kegels liegen, dessen Spitze in $o$ sich befindet und dessen Basis der Berührungskreis mit dem Durchmesser $TM$ ist. Umgekehrt wird eine ebene Welle, welche aus einem isotropen Medium in der Richtung senkrecht zu $TM$ den Krystall trifft, innerhalb desselben einen Strahlenkegel erzeugen und aus ihm dann wieder als ein Strahlenzylinder austreten. Wegen dieses inneren Strahlenkegels werden die primären optischen Axen auch die Axen der inneren konischen Refraktion genannt.

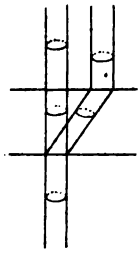


Fig. 55.

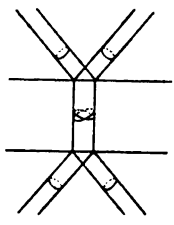


Fig. 56.

Zur nochmaligen Unterscheidung der beiden Arten von optischen Axen mögen die der Mineralogie von H. A. Miers (London 1902) entnommenen Figuren 55 und 56 dienen. Wie diese Erscheinungen der äusseren und inneren konischen Refraktion am besten mittelst des Mikroskopes beobachtet werden, ist bei Th. Liebisch[1]) nachzulesen.

Die beiden primären optischen Axen der zweiaxigen Medien haben mit den optischen Axen der einaxigen Medien weit grössere Aehnlichkeit als die Strahlenaxen. Wenn sie sich auch von ihnen durch die Eigenschaft der inneren konischen Refraktion und ferner dadurch unterscheiden, dass sie keine Symmetrieaxen des Krystalls sind, so ist doch die Wellengeschwindigkeit in ihrer Richtung eine ganz bestimmte, der mittleren Elastizität entsprechende. Die optische Axe wird auf jeder Fläche dem mittleren Brechungsexponenten $\beta$ entsprechend und streng dem Snelliusschen Gesetz folgend, abgelenkt.

1) Phys. Krystallographie 1891. 340—349.

Fig. 53 zeigt, dass die Ebene der optischen Axen in einem zweiaxigen Medium stets in der Ebene der grössten und kleinsten Elastizität dieses Mediums liegen muss und dass die Winkel der beiden optischen Axen von den Axen der grössten und kleinsten Elastizität halbiert werden müssen. Man nennt desshalb diese beiden Elastizitätsaxen gewöhnlich die Bisektrizen und unterscheidet die erste oder spitze Bisektrix, die Halbierungslinie des spitzen Winkels der optischen Axen, von der zweiten oder stumpfen Bisektrix, der Halbierungslinie des stumpfen Winkels der optischen Axen. Die Axe der mittleren Elastizität steht senkrecht auf der Ebene der optischen Axen und wird die optische Normale genannt.

Werden zwei von den drei Elastizitätsaxen eines zweiaxigen Mediums nahezu gleich, so wird der Winkel der optischen Axen kleiner und kleiner; er wird gleich Null und beide Axen fallen zusammen unter sich und mit der dritten Elastizitätsaxe, sobald der Unterschied der zwei Elastizitätsaxen gleich Null geworden ist. Dieser theoretische Uebergang zweiaxiger Medien in einaxige kann dadurch stattfinden, dass $b=c$ oder dadurch, dass $a=b$ wird. Im ersten Fall entstände ein negativer, im zweiten ein positiver optisch einaxiger Krystall; man bezeichnet daher auch bei optisch zweiaxigen Krystallen diejenigen als negativ, bei denen die Axe grösster Elastizität, und diejenigen als positiv, bei denen die Axe kleinster Elastizität spitze Bisektrix ist.

**61. Indikatrix und Indexfläche.** Auch bei den optisch zweiaxigen Medien gibt es schliesslich die zweischalige Indexfläche und die einschalige Indikatrix. Erstere ist ein kompliziertes Flächengebilde, das in den optischen Symmetrieebenen von Ellipsen und Kreisen geschnitten wird, letzteres ein dreiaxiges Ellipsoid von anderen Grunddimensionen als das Fresnelsche Ellipsoid aber, wenn man die Stellung verändert, von ähnlicher Form.

Fig. 57 stellt die Beziehungen dar zwischen Strahlengeschwindigkeitsfläche, Indexfläche und stückweise auch Wellengeschwindigkeitsfläche in dem wichtigsten Hauptschnitt. Die Linien der Strahlengeschwindigkeitsfläche sind dünn, die der Indexfläche dick ausgezogen und ein Stück der Wellengeschwindigkeitsfläche ist nur im Quadranten oben rechts durch eine gestrichelte Linie angedeutet. Es ist hier eine Substanz fingiert mit den Brechungsexponenten:

$$\alpha = 1.350$$
$$\beta = 1.650$$
$$\gamma = 1.900,$$

so dass die Hauptdimensionen der Strahlengeschwindigkeitsfläche sind:

$$a = \frac{1}{\alpha} = 0.741$$
$$b = \frac{1}{\beta} = 0.606$$
$$c = \frac{1}{\gamma} = 0.526.$$

Die Indexfläche ist ein Gebilde, dessen Halbmesser in jeder beliebigen Richtung die Brechungsexponenten der in dieser Richtung verlaufenden Wellennormalen darstellt. Daraus ergibt sich die Konstruktion: Zum Punkt $\mathscr{M}$ der Wellengeschwindigkeitsfläche gehört der Punkt $M$ der Indexfläche, wo $o\mathscr{M} = \frac{1}{oM}$. Oder an anderer Stelle: Zum Punkte $\mathscr{S}$ (Fig. 57) der Strahlengeschwindigkeitsfläche gehört der Punkt $\mathscr{N}$ der Wellengeschwindigkeitsfläche und zu diesem der Punkt $N$ der Indexfläche. Diese Punkte sind so gefunden, dass man durch einen beliebig gewählten Punkt $\mathscr{S}$ eine Tangente an die Ellipse der Strahlengeschwindigkeitsfläche gezogen und auf diese Tangente ein Lot vom Mittelpunkt gefällt hat, worauf dann oN gleich $\frac{1}{o\mathscr{N}}$ gemacht wurde.

Vier Punkte $MM'M_1M'_1$ sind bei der Indexfläche (Fig. 57) wieder hervorzuheben, Punkte, in denen sich der Kreis mit dem Radius $\beta$ und die Ellipse mit den Hauptaxen $\alpha$ und $\gamma$ schneiden. In den Richtungen $MM'$ und $M_1M'_1$ gibt es nur einen einzigen Brechungsexponenten ($\beta$), also keine Doppelbrechung; es sind wieder die Richtungen der primären optischen Axen.

**62. Axenwinkel und Brechungsexponenten.** Der Winkel der primären optischen Axen über der kleinsten Dimension (c) des Elastizitätsovaloids oder über der grössten Dimension ($\gamma$) der Indikatrix werde mit $2V$ bezeichnet. (Zur besseren Orientierung sind die Hauptdimensionen des Ovaloids oben rechts, der Indikatrix oben links beide in halber Grösse der Hauptfigur 57 dargestellt.) Dann lässt sich $V$ aus dem Querschnitt der Indexfläche durch die Grundmasse von Kreis und Ellipse, also durch die Hauptbrechungsexponenten $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ folgendermassen ausdrücken:

Die Gleichung eines Kreises mit dem Radius $\beta$ lautet:

$$x^2+y^2=\beta^2.$$

Die Gleichung einer Ellipse mit den Halbaxen $\alpha$ und $\gamma$ und mit der in Fig. 57 gezeichneten Lage, wo die grösste Axe ($\gamma$) mit der Abszissenaxe $x$, die kleinste ($\alpha$) mit der Ordinatenaxe $y$ zusammenfällt, lautet:

$$\alpha^2x^2+\gamma^2y^2=\alpha^2\gamma^2.$$

In den Schnittpunkten von Kreis und Ellipse müssen die Koordinaten $x$ und $y$ gleiche Werte haben; setzt man daher den Wert von $x$ aus der Kreisgleichung in die Ellipsengleichung ein, so erhält man:

$$\alpha^2\beta^2-\alpha^2y^2+\gamma^2y^2=\alpha^2\gamma^2$$

oder

$$y^2=\alpha^2\frac{\gamma^2-\beta^2}{\gamma^2-\alpha^2}.$$

Nun ist nach Fig. 57

$$\cos V=\frac{y}{\beta}$$

also auch

$$\cos V=\frac{\alpha}{\beta}\sqrt{\frac{\gamma^2-\beta^2}{\gamma^2-\alpha^2}}.$$

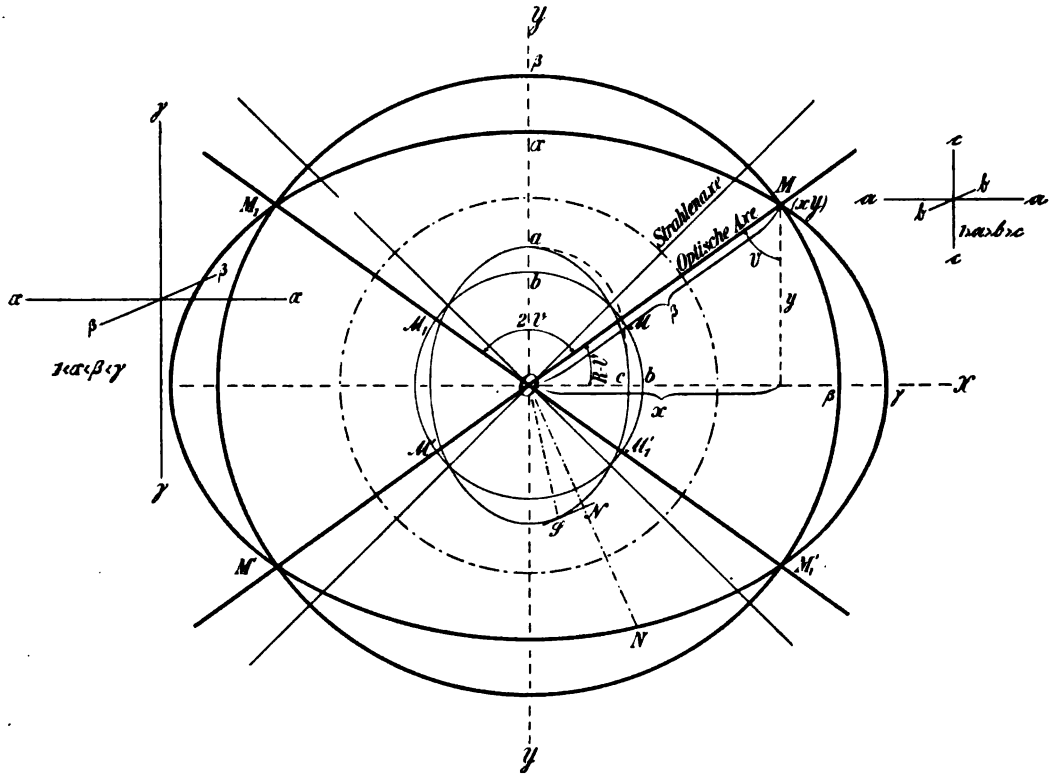



Fig. 57.

Der Wert rechts vom Gleichheitszeichen gilt immer für den Cosinus des Winkels $V$, wie er in Fig. 57 gelegt ist, einerlei, ob derselbe stumpf wie in der Figur, oder spitz wie bei andern Dimensionen von $\alpha$, $\beta$ und $\gamma$ ist.

Zur logarithmischen Berechnung ist die Formel etwas unbequem, daher hat G. Bartalini[1]) folgende Vereinfachung vorgeschlagen:

$$\cos V = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{\operatorname{tg}\varphi_1};\ \text{wo}\ \cos\varphi = \frac{\beta}{\gamma},\ \cos\varphi_1 = \frac{\alpha}{\gamma}.$$

Wie sich aus den drei Brechungsexponenten der Axenwinkel berechnen lässt, so kann man auch aus zwei Exponenten und dem Axenwinkel den dritten Exponenten finden. Folgende[2]) aus den obigen abgeleiteten Formeln können hierzu dienen:

$$\alpha = \gamma . \cos\varphi_1;\ \text{wo}\ \operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{\cos V},\ \cos\varphi = \frac{\beta}{\gamma}$$

1) Z. X. 14. 1888. 525.

2) Ueber eine andere Umformung s. R. Panebianco, Ref. Z. X. 25. 1896. 398—399.

$$\beta = \gamma \cos\varphi; \quad \text{wo } \operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tg}\varphi_1 \cos V, \ \cos\varphi_1 = \frac{\alpha}{\gamma}$$

$$\gamma = \beta \frac{\sin V}{\cos\rho}; \quad \text{„ } \sin\rho = \frac{\beta}{\alpha} \cos V.$$

**63. Dispersion der optischen Axen.** Da die Werte der Brechungsexponenten von der Wellenlänge des angewandten Lichtes abhängen und also auch $\alpha$, $\beta$ und $\gamma$ diesem Wechsel unterworfen sind, so ist zu vermuten, dass der Ausdruck

$$\frac{\alpha}{\beta}\sqrt{\frac{\gamma^2-\beta^2}{\gamma^2-\alpha^2}}$$

für Brechungsexponenten verschiedener Farben bei ein und demselben Körper nicht konstant bleibt. In der Tat zeigt die Erfahrung, dass der Winkel der optischen Axen unter sich oder gegen die Bisektrix sich mit der Wellenlänge ändert. Man bezeichnet dies als die Dispersion der optischen Axen $V\rho \gtrless V\upsilon$, d. h. der Winkel einer optischen Axe mit der Bisektrix ist für rotes Licht grösser oder kleiner, als derjenige für blaues Licht.

**64. Beliebig gerichtete Strahlen.** Für jede Ebene, welche nicht durch zwei Axen des dreiaxigen Ellipsoids geht, würde man die Lichtbewegung in ähnlicher Weise wie in § 57 verfolgen können und würde auch hier für jede vom Mittelpunkt ausgehende Lichtbewegung zwei gleichgerichtete, mit verschiedener Geschwindigkeit sich fortpflanzende Strahlen erhalten. — Umgekehrt muss jeder auf ein anisotrop zweiaxiges Medium gelangende Strahl, der nicht parallel einer optischen Axe einfällt, bei senkrechter oder schiefer Inzidenz in zwei sich mit verschiedener Geschwindigkeit in verschiedener Richtung fortpflanzende Strahlen zerlegt werden. Nur wenn die Fläche des anisotropen Mediums, auf welche die Strahlen auffallen, einer Symmetrieebene des Elastizitätsellipsoides entspricht, werden sich bei senkrechter Inzidenz die beiden durch Doppelbrechung entstehenden Strahlen in paralleler Richtung fortpflanzen.

Vergleicht man die beiden durch Doppelbrechung entstehenden Strahlen in einem anisotrop zweiaxigen mit denen in einem anisotrop einaxigen Medium, so erkennt man, dass keiner dieser Strahlen eine konstante Fortpflanzungsgeschwindigkeit, also auch keinen konstanten Brechungsexponenten mehr hat, vielmehr diese Grösse für beide Strahlen mit der Richtung wechselt; sie sind also beide ausserordentliche Strahlen. Trotzdem nennt man auch hier den einen Strahl den ordentlichen, den andern den ausserordentlichen, nach Analogie der Bezeichnung der Strahlen in einem optisch einaxigen Medium.

Ueber die Ableitung der Geschwindigkeit eines Strahles in beliebiger Richtung oder des Brechungsexponenten der zugehörigen Wellennormalen s. besonders L. Fletcher, Die optische Indikatrix, Leipzig 1893, zweites Kapitel.

**65. Schwingungsebenen beliebiger Wellennormalen.** Auch bei den optisch zweiaxigen Medien liegen die Schwingungsebenen der Wellennormalen immer in senkrechten Ebenen (vergl. § 36, 45 und 48). Um die Spur dieser Schwingungsebenen auf einer beliebigen, an einen zweiaxigen Krystall angeschliffenen Fläche zu erhalten — eine Aufgabe, der man bei der Diagnose der Mineralien sehr häufig begegnet — kann man die primären optischen Axen benutzen und mit ihrer Hülfe die sog. Fresnelsche Konstruktion durchführen. Man legt durch die auf der gegebenen Fläche errichtete Normale (Punkt $P$ auf der Kugel Fig. 58) und jede optische Axe $A$ und $B$ eine Ebene und halbiert den räumlichen Winkel $2\alpha$ dieser Ebenen, dann stellen die Halbierungsebene und die senkrecht dazu durch die Flächennormale gelegte Ebene die beiden Schwingungsrichtungen dar.

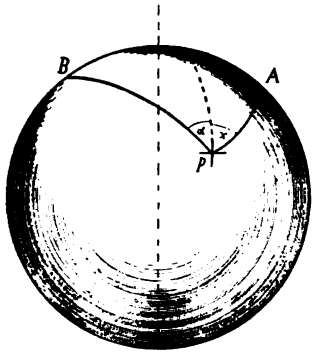



Fig. 58.

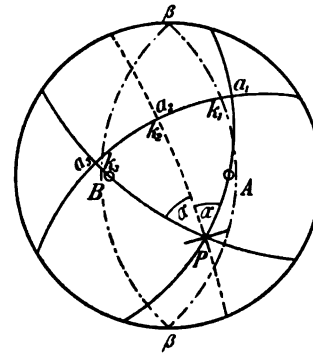



Fig. 59.

Beweis: In Fig. 59 sind in stereographischer Projektion die beiden primären optischen Axen $A$ und $B$ durch kleine Kreise angedeutet, der Projektionspunkt der gegebenen Fläche ist $P$. Es ist zu zeigen, dass der den Winkel bei $P$ halbierende Bogen $Pa_2$ durch die grösste oder kleinste Axe der der Fläche $P$ parallel laufenden Schnittellipse der Indikatrix geht — die Indikatrix spielt hier die Rolle des in § 48 herangezogenen Ovaloids — oder es ist zu zeigen, dass die vom Punkte $a_2$ gleich weit abstehenden Punkte $a_1$ und $a_3$ die Projektionen von gleichgrossen Durchmessern der Schnittellipse sind. (Bei jeder Ellipse liegen gleich grosse Durchmesser symmetrisch zu den Axen.)

Wir konstruieren die Kreisschnitte $\beta k_1 \beta$ und $\beta k_3 \beta$, die die Indikatrix, wie jedes andere dreiaxige Ellipsoid (s. Fig. 52), besitzt. Auf diesen Kreisschnitten stehen die optischen Axen $A$ und $B$ senkrecht, wie $P$ nach Konstruktion auf $a_1 k_1 a_2 (k_2) k_3 a_3$ senkrecht steht.

$k_1$ steht $90^\circ$ ab von $P$ und $B$ also auch von $a_3$; $a_3 k_1 = 90^\circ$
$k_3$ „ $90^\circ$ „ „ $P$ „ $A$ „ „ „ $a_1$; $a_1 k_3 = 90^\circ$
also $a_1 k_1 = a_3 k_3$.

Die Halbmesser der Schnittellipse, die ihre Projektion in $k_1$ und $k_3$ haben, müssen gleich gross sein, weil sie in den beiden Kreisschnitten der Indikatrix liegen, daher stehen $k_1$ und $k_3$ gleich weit von den Axen der Schnittellipse ab und der Halbierungspunkt $k_2$ des Bogens $k_1 k_3$ fällt mit einer dieser Axen zusammen. Da aber $a_1 k_1 = a_3 k_3$ ist, so fällt auch $a_2$ mit $k_2$ zusammen, und die Halbierungsebene $P a_2$ geht durch eine der Ellipsenaxen, welche die Schwingungsebene bestimmt.

Mit Hülfe des Wulffschen Netzes (Taf. XVII) ist die Fresnelsche Konstruktion der Schwingungsrichtungen, oder der Auslöschungsschiefe, wie wir uns später auch ausdrücken werden, sehr leicht auszuführen, was schon in § 8 erwähnt wurde. Die Konstruktion bleibt die gleiche, wie auch die optischen Axen im Projektionsbild liegen mögen.

**66. Optische Charakteristik der Krystallsysteme ohne Axe der Isotropie.** In der Uebersicht in § 38 sind die Krystalle mit zwei optischen Axen nach der Anzahl der optischen Symmetrieebenen unterschieden. Es gibt unter den dreiaxigen Elastizitätsovaloiden — um diese unter den Bezugsflächen herauszugreifen — solche, bei denen die Elastizitätsaxen (a b c) für Licht jeder Wellenlänge die gleiche Richtung haben oder keine Dispersion zeigen; es sind wahre optische Symmetrieaxen. Bei anderen Ovaloiden zeigt nur eine von den drei Axen diesen symmetrischen Charakter und wieder bei anderen sind alle drei Axen mit Dispersion versehen. Nach dem Satz von der Kongruenz der morphologischen mit den physikalischen Symmetrieaxen (§ 38) kommen die ersten Ovaloide nur im rhombischen, die zweiten im monoklinen und die dritten im triklinen Krystallsystem vor.

Im rhombischen Krystallsystem fallen also die drei Elastizitätsaxen (a, b, c) mit den krystallographischen Symmetrieaxen (*a*, *b*, *c*) zusammen, so zwar, dass je irgend eine mit irgend einer andern koinzidiert, ohne dass jedoch irgend welche Beziehung zwischen den relativen Längen der beiden Gruppen von Axen bestände. Eine solche Relation ist schon dadurch ausgeschlossen, dass die Wahl der vertikalen Axe und der Grundform willkürlich ist. Die Ebene der optischen Axen liegt stets in einem der Pinakoide und die optischen Axen für Licht verschiedener Wellenlängen sind symmetrisch um die beiden Bisektrizen dispergiert. Fig. 60 zeigt das optische Schema eines rhombischen Krystalls mit positivem Charakter, dessen Axen im diagonalen Hauptschnitt mit der horizontalen, von vorn nach hinten gerichteten Axe, als erster Bisektrix liegen. Die Dispersion ist $\rho > \upsilon$ (vergl. § 168).

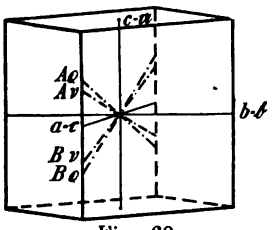


Fig. 60.

Im monoklinen System ist nur noch eine der sog. Krystallaxen, die Orthodiagonale *b*, eine Symmetrieaxe. Dieselbe muss also mit jener unter den drei Elastizitätsaxen zusammenfallen, die keine Dispersion zeigt. Die beiden andern Axen müssen alsdann, weil senk-

recht zu *b*, in der Symmetrieebene, dem Klinopinakoide liegen, und erleiden, weil sie keinen morphologischen Symmetrieaxen entsprechen, eine Dispersion, so dass sie also für Lichtstrahlen verschiedener Farbe eine verschiedene Lage haben. Die Ebene der optischen Axen muss in der Symmetrieebene oder senkrecht zu dieser liegen, da entweder die optische Normale (b) oder eine der Bisektrizen (a oder c) mit *b* zusammenfällt. Man unterscheidet nach dem optischen Werte von *b* zwei Gruppen von Krystallen (vergl. § 169):

1) b=b. Die Orthodiagonale ist Axe mittlerer Elastizität; sie ist es für alle Farben. Die Axen grösster und kleinster Elastizität (Bisektrizen) liegen für verschiedene Farben dispergiert in der Symmetrieebene, in welcher auch die optischen Axen für die verschiedenen Farben symmetrisch um die zugehörigen Bisektrizen dispergiert sind. Es gibt keine gemeinschaftliche Bisektrix mehr für alle Wellenlängen. Man nennt diese Art der Dispersion geneigte Dispersion. Fig. 61 gibt das Schema eines optisch positiven Krystalls mit geneigter Dispersion, worin $c_\varrho$ (die positive Bisektrix für rotes Licht) vorne oberhalb von $c_\upsilon$ (der positiven Bisektrix für blaues Licht) austritt. Die geneigte Dispersion stellt die verbreitetste Form der optischen Orientierung monokliner Krystalle dar: die Krystalle mit symmetrischer Axenlage. Es kann $\varrho \gtrless \upsilon$ sein, in Fig. 61 ist $\varrho > \upsilon$.

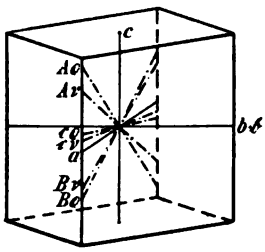



Fig. 61.

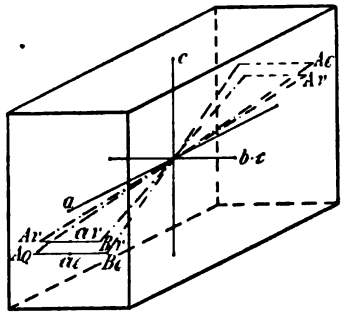



Fig. 62.

2) b=a oder c. Die Orthodiagonale ist Axe der grössten oder kleinsten Elastizität und also eine der beiden Bisektrizen. Dann muss die Ebene der optischen Axen senkrecht zur Symmetrieebene liegen, und man hat die Krystalle mit normal-symmetrischer Axenlage. Dieselben teilen sich in zwei Untergruppen, je nachdem die Orthodiagonale stumpfe oder spitze Bisektrix ist. — Ist die Orthodiagonale stumpfe Bisektrix, so kann eine Dispersion dieser nicht stattfinden; es müssen also die Ebenen der optischen Axen für alle Farben durch die Axe *b* gehen. Die Dispersion beschränkt sich auf die spitze Bisektrix und die Axe mittlerer Elastizität. In der Richtung senkrecht auf eine Fläche der Orthodomenzone gesehen, liegen die Ebenen der optischen Axen für verschiedene Wellenlängen horizontal übereinander, weshalb man diese Form der Dispersion die horizontale Dispersion genannt hat.

# Uebersicht der sechs Bezugsflächen zweiaxiger Krystalle.

## Zweischalige Flächen.

### 1. Strahlengeschwindigkeitsfläche.

Fresnelsche Wellenfläche.
Surface de l'onde. Fresnel.
Surface of ray velocities. Hamilton.
Biaxial surface. Mac Cullagh.
Strahlenfläche. Liebisch.
Bei den ältesten Autoren oft nur die Welle, l'onde, the wave genannt.
(Polarreziproke Fläche von 3.)

Gleichung der doppelschaligen Fläche:

$$\frac{x^2}{x^2+y^2+z^2-a^2}+\frac{y^2}{x^2+y^2+z^2-b^2}+\frac{z^2}{x^2+y^2+z^2-c^2}=1.$$

Von den Hauptebenen wird diese doppelschalige Fläche in Kreisen und Ellipsen geschnitten, deren Gleichungen in § 57 angegeben sind.

Die Halbmesser stellen in ihren Längen und Richtungen die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten von Strahlen dar; die Halbaxen sind die Hauptstrahlengeschwindigkeiten (gleich Hauptwellengeschwindigkeiten bei 2).

### 2. Wellengeschwindigkeitsfläche.

Normalenfläche. Liebisch.
Fusspunktfläche von 1.
Inverse Fläche von 3[1]).

Gleichung der doppelschaligen Fläche:

$$\frac{x^2}{x^2+y^2+z^2-a^2}+\frac{y^2}{x^2+y^2+z^2-b^2}+\frac{z^2}{x^2+y^2+z^2-c^2}=0.$$

## Einschalige Flächen.

### 4. Fresnelsches Ellipsoid.

Zuweilen irrtümlich Elastizitätsellipsoid genannt.
Erstes Ellipsoid. Plücker.
Ergänzungsellipsoid. V. v. Lang.
Ellipsoïde direct. Billet-Verdet, Soret.
Deuxième ellipsoïde. Billet-Verdet.
Ellipsoïde principal. Mallard.
Konstruktionsellipsoid. Plücker.
(Polarreziproke Fläche von 6.)

Gleichung dieses dreiaxigen Ellipsoides:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1.$$

Alle Schnittebenen mit Ausnahme von zweien sind Ellipsen. Die Gleichungen der Ellipsen in den Hauptebenen erhält man aus der obigen Gleichung, wenn man $x=0$ oder $y=0$ oder $z=0$ setzt. Die Halbaxen sind die Hauptstrahlengeschwindigkeiten. Es gibt zwei Kreisschnitte, auf denen die Strahlenaxen senkrecht stehen.

### 5. Elastizitätsfläche.

Surface d'élasticité. Fresnel.
Ovaloid. Neumann.
Elastizitätsovaloid.
Fusspunktfläche von 4.
Inverse Fläche von 6[1]).

Gleichung dieser dreiaxigen ovaloiden Fläche:

$$(x^2+y^2+z^2)^2-(a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2)=0.$$

Von den Hauptebenen wird diese doppelschalige Fläche in Kreisen und Ovalen geschnitten.

Die Halbmesser stellen in ihren Längen und Richtungen die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten von Wellennormalen dar. Die Halbaxen sind die Hauptwellengeschwindigkeiten (gleich Hauptstrahlengeschwindigkeiten bei 1).

### 5. Indexfläche. Liebisch.

Surface charactéristique. Cauchy.
Surface of refraction. Mac Cullagh.
Index surface. Mac Cullagh.
Surface of components of normal slowness. Hamilton.
Brechungsexponentenfläche könnte man sie auch nennen.
Inverse Fläche von 2[1]).
(Polarreziproke Fläche von 1.)

Gleichung der doppelschaligen Fläche:

$$\frac{x^2}{x^2+y^2+z^2-\alpha^2}+\frac{y^2}{x^2+y^2+z^2-\beta^2}+\frac{z^2}{x^2+y^2+z^2-\gamma^2}=1.$$

In den Hauptebenen wird diese doppelschalige Fläche in Kreisen und Ellipsen geschnitten.

Die Halbmesser stellen in ihren Längen und Richtungen die Brechungsexponenten der beiden in ein und derselben Richtung sich fortpflanzenden Wellen dar. Die Halbaxen sind die Hauptbrechungsexponenten.

Alle Schnittebenen mit Ausnahme von zweien sind Ovale. Ableitung der Gleichungen der Ovalen in den Hauptebenen wie bei 4. Die Halbaxen sind die Quadratwurzeln aus den Aetherelastizitäten. Es gibt zwei Kreisschnitte, auf denen die wahren optischen Axen senkrecht stehen.

### 6. Indikatrix. Fletcher.

Indexellipsoid. Liebisch.
Zweites Ellipsoid. Plücker.
Ellipsoïde des élasticités. Fresnel.
Ellipsoid of indices. Mac Cullagh.
Elastizitätsellipsoid. Kirchhoff.
Ellipsoïde de polarisation (Polarisationsellipsoid). Cauchy.
Ellipsoïde inverse (des racines carrées) des élasticités; premier ellipsoïde. Billet-Verdet, Soret.
Ellipsoid der gleichen Arbeit. Stefan.
Inverse Fläche von 5[1]).
(Polarreziproke Fläche von 4.)

Gleichung dieses dreiaxigen Ellipsoides:

$$x^2a^2+y^2b^2+z^2c^2=1 \text{ oder}$$
$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{\beta^2}+\frac{z^2}{\gamma^2}=1.$$

Alle Schnittebenen mit Ausnahme von zweien sind Ellipsen. Die Gleichungen der Ellipsen in den Hauptschnitten leiten sich wie bei 4 ab.

Nur in zwei Richtungen treten Kreisschnitte auf, zu denen senkrecht die wahren optischen Axen liegen. Die Halbaxen sind die Hauptbrechungsexponenten.

1) Ueber die Bedeutung von invers s. Anm. S. 82.

Wenn die Orthodiagonale oder Symmetrieaxe spitze Bisektrix ist, also nur die stumpfe Bisektrix und die optische Normale dispergiert werden können, so müssen sich ebenso wie in dem vorigen Fall die senkrecht auf der Symmetrieebene stehenden Ebenen der optischen Axen durchkreuzen. Diese Durchkreuzung kann man hier, mit den später zu beschreibenden Apparaten, besser überblicken, wenn man in der Richtung der *b*-Axe durch den Krystall sieht; sie tritt dann unmittelbar in die Erscheinung und daher redet man hier von gekreuzter Dispersion. Horizontale und gekreuzte Dispersion sind also nur quantitativ, nicht qualitativ verschieden und es hängt nur von der Grösse des Axenwinkels ab, ob man einer Substanz die eine oder andere Art dieser Dispersionen zuschreibt. Man hebt bei der optischen Charakteristik stets die um die spitze Bisektrix vorhandene Dispersion hervor. Schema 62, welches einen monoklinen Krystall darstellt, zeigt die horizontale Dispersion, wenn man senkrecht zu einer Fläche der Orthodomenzone, die gekreuzte Dispersion, wenn man parallel zu *b* den Blick richtet.

Da im triklinen System die sog. Krystallaxen sämtlich willkürlich gewählte Koordinaten sind, so kann irgend eine gesetzmässige Beziehung zwischen den optischen Elastizitätsaxen und den Krystallaxen nicht mehr bestehen. Das Elastizitätsovaloid hat eine im allgemeinen nicht voraus zu sagende Lage gegen die krystallographischen Richtungen. Es tritt eine Dispersion aller drei Elastizitätsaxen ein, was das gleichzeitige Auftreten mehrerer Axendispersionen bedingt.

**67. Uebersicht der sechs Bezugsflächen optisch zweiaxiger Krystalle.** Einen ausführlichen „Bericht über den gegenwärtigen Stand der Lehre von der Fresnelschen Wellenfläche" hat E. Wölffing kürzlich in der Bibl. Mathem. (3). 3. 1902. 361—382 erscheinen lassen, auf den wir uns hier beziehen.

Die Hauptbrechungsexponenten sind $1 < \alpha < \beta < \gamma$.

(Die Hauptlichtgeschwindigkeiten $1 > a > b > c$.)

Die Quadratwurzeln aus den Hauptätherelastizitäten $1 > \mathfrak{a} > \mathfrak{b} > \mathfrak{c}$.

Es ist gesetzt: $\alpha = \frac{1}{\mathfrak{a}}$; $\beta = \frac{1}{\mathfrak{b}}$; $\gamma = \frac{1}{\mathfrak{c}}$

$(a = \mathfrak{a}; \; b = \mathfrak{b}; \; c = \mathfrak{c})$.

Die Lage der in den Gleichungen auf S. 102 und 103 angegebenen Koordinaten $x$, $y$ und $z$ zu $a$, $a$, $\mathfrak{a}$ u. s. w. ist aus Fig. 46—50 zu ersehen.

---

## Zweiter Abschnitt.

## Herstellung der Präparate.

Ausser Spaltblättchen, Prismen und planparallelen Platten dienen zur optischen Untersuchung Dünnschliffe, lose Massen in feinpulveriger oder körniger Form und orientierte Schliffe.

**68. Steinschneidemaschine (und Quetschmaschine).** Die Herstellung der Präparate wird in hohem Masse erleichtert, wenn man aus dem Mineral oder Gestein mit einer Schneidevorrichtung eine passende Probe herausschneidet. Die einfachste derartige Vorrichtung besteht aus einem Bogen von spanischem Rohr, der eine 0.5 bis 0.7 mm dicke Sehne

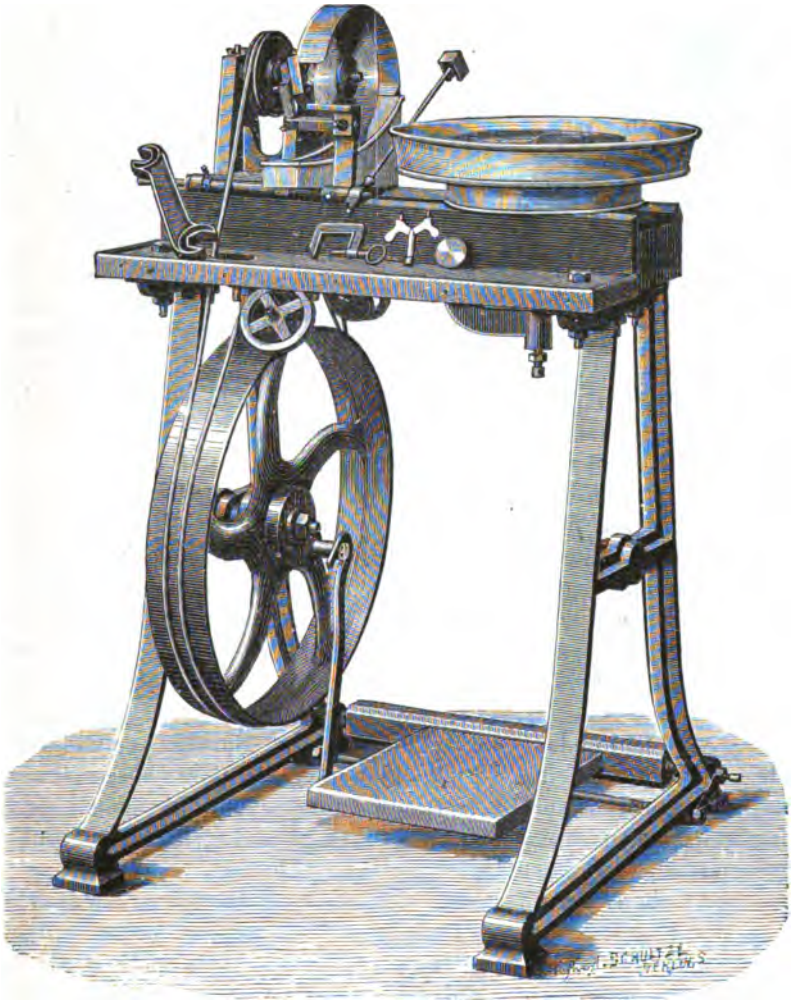


Fig. 63.

aus weichem Eisendraht (sog. Blumendraht) hat, die fortdauernd mit Smirgelbrei bestrichen auf dem Objekt hin und her bewegt wird. Auf diese primitive Art liess sich an einem frischen Triberger Granit ein Schnitt von 10 : 15 mm Grösse innerhalb 22 Minuten herstellen. So kann man alle, ausgenommen korundreiche Gesteine, ziemlich schnell und vor allem mit sehr geringem Schnittverlust durchschneiden. Eine nach

diesem Prinzip gebaute Maschine hat J. Rumpf 1881 beschrieben [1]). Viel schneller wirken die verschiedentlich konstruierten Zirkularsteinschneidemaschinen, bei denen der Schnitt durch eine einmal mit Diamantpulver besetzte oder fortdauernd mit Smirgel bestrichene Scheibe aus Weissblech erfolgt. Eine derartige, von der Maschinenfabrik C. Benz in Mannheim ausgeführte, Konstruktion hat G. Steinmann [2]), eine andere von M. Wolz in Bonn hergestellte hat H. Rauff [3]) bekannt gemacht; wieder andere werden von den Firmen R. Fuess in Steglitz bei Berlin und Voigt und Hochgesang in Göttingen in den Handel gebracht. Fig. 63 zeigt ein vollständig aus Eisen gefertigtes Modell der Fuessschen Werkstatt, das auch für Motorbetrieb hergerichtet werden kann. An dem Support, der zur Herstellung mehrerer Parallelschnitte durch eine links vom Schnurlauf befindliche Schraube senkrecht zur Schnittebene verschoben werden kann, lassen sich verschiedenartige, der Maschine beigegebene Vorrichtungen zum Befestigen und Orientieren des Materials anbringen [4]). Neben dem Schneidewerk, dessen Scheibe einen Durchmesser bis 150 mm (bei dem grösseren Modell bis zu 220 mm) haben kann, besitzt die Maschine auch noch eine Schleifeinrichtung, die abwechselnd mit dem Schneidewerk gebraucht wird. Die in dem Gefäss (rechts in der Figur) horizontal laufende Schleifscheibe hat einen Durchmesser bis 250 mm und lässt sich aus verschieden hartem Material herstellen.

Bei der Ausführung des Schnittes mittelst Diamantscheibe kommt es immer darauf an, dass die Scheibe vollkommen eben ist, sich genau in dieser Ebene — also ohne schlagende Bewegung — dreht, und dass der zu schneidende Stein ebenso genau senkrecht zur Drehaxe und ohne wackelnde Bewegung vorgeschoben wird. Die geringste Abweichung von dieser Vorschrift hat zur Folge, dass die meisten kleinen Diamantsplitter aus der Eisenplatte herausgedrückt werden und dann nicht mehr wirken. Man sollte daher nie eine alte Maschine mit ausgenutzten Lagern zu diesem Zweck verwenden, da auch der beste Support den durch die schlecht laufende Scheibe verursachten Fehler nicht beseitigen kann. Alte ausgelaufene, mit noch gutem Support versehene, Maschinen sind nur dann zu gebrauchen, wenn man die sorgfältig zentrierte Scheibe auf einer isolierten, zwischen Spitzen laufenden Axe befestigt.

Einige Uebung erfordert das sich übrigens nur selten wiederholende Besetzen der Eisenscheibe mit Diamant. Man schlägt zuerst mit einem Taschenmesser, das dabei allerdings verdorben wird, viele etwa $^1/_2$ mm tiefe Kerben in die Scheibe, pulvert darauf etwa $^1/_{20}$ g Diamantbort in einem kleinen Stahlmörser unter Zugabe von einem Tropfen Oel äusserst fein und streicht das dickliche Oel mit dem Finger in die Kerben. Das

1) T. M. P. M. 4. 1881. 409—414.

2) N. J. 1882. II. 46—54.

3) Verh. Naturh. Ver. Rheinl. u. Westf. 43. 1886. 130—139. N. J. 1888. II. 230—246.

4) C. Leiss, Die opt. Instr. Leipzig 1899. S. 268.

Festsetzen eines kleinen Teils der Diamanten erfolgt beim ersten Schnitt von selbst. Gewaltsames Drücken des Steins gegen die Scheibe ist immer zu vermeiden, da die Diamanten nur ein ganz bestimmtes, ihrer Grösse und Zahl entsprechendes, Quantum Material abhobeln können, und dieses Quantum durch Druck nicht erheblich vergrössert wird, während das Einbiegen der dünnen Scheibe nur zu leicht zu befürchten ist.

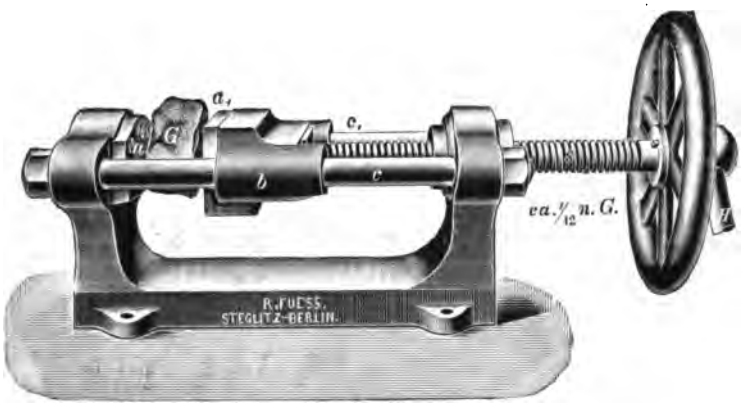



Fig. 64.

Wenn auch eine solche Schneidemaschine die Präparation erleichtert, so wird man sich doch häufig, besonders wenn es auf die Richtung nicht ankommt, ohne dieselbe behelfen können und dann an dem zu untersuchenden Material mit dem Hammer dünne Splitter absprengen. Bei Stufen, die eine Erschütterung nicht ertragen können, gebraucht man zuweilen die von R. Fuess zu beziehende, in Fig. 64 abgebildete Quetschmaschine, die ihre hauptsächliche Verwendung zum Formatisieren von Sammlungsstücken findet. Das Gesteinsstück wird zwischen die beiden, aus bestem Stahl gefertigten, kräftigen Schneiden $a$ und $a_1$ gebracht, von denen die letztere durch Schraube $s$ und Führungsstück $b$ bewegt wird. Bei Stücken, die einen grösseren Kraftaufwand erfordern, benutzt man noch eine längere (in der Figur abgebrochen gezeichnete) Stange $H$.

**69.** Unter **Dünnschliff** versteht man eine planparallele Platte von in der Regel 0.02 bis 0.05 selten 0.01 mm Dicke, deren Herstellung auf sehr mannigfaltige Art geschehen kann [1]). Hier mögen einige Mängel und Vorzüge derjenigen Methoden angegeben werden, die eine längere eigene Erfahrung kennen gelehrt hat. Aus einem Gestein schlägt man möglichst frische Handstücke — falls es sich nicht gerade um das Studium der Verwitterungsprodukte handeln sollte — und an diesen wählt man wieder die Stellen ohne Spuren von Verwitterung aus. Ist man im Besitz einer gut funktionierenden Schneidemaschine, so fertigt man immer zuerst eine Platte so dünn an, wie es die Festigkeit des

1) Mit die frühesten Angaben über ihre Anfertigung gaben F. Zirkel, S. W. A. 47. 1863. 227—229, und H. Vogelsang, Philosophie d. Geol., Bonn 1867, 225—228. Vergl. ferner H. C. Sorby, Monthly Microscop. Journal. 7. Febr. 1877. J. Ern. Ady, Min. Magaz. 6. 1885. 127—132. — Wegen Oschatz s. S. 3 Anm. 1.

Gesteins erlaubt, oder man stellt mit dem Hammer möglichst dünne Splitter von wenigstens 3□cm grossem Querschnitt her. Splitter oder Platten seien ohne Risse und Sprünge, denn sonst zerreissen sie bei den weiteren Manipulationen und man hat vergebliche Arbeit gehabt. Eine der breiten Flächen eines solchen Splitters wird nun aus freier Hand eben und glatt geschliffen. Man kann sich hierbei eines festliegenden Schleifsteins irgend welcher Art (Gusseisenplatte mit Smirgel, Smirgelstein, Sandstein, Wetzstein etc.) bedienen, doch ist es bequemer, eine von den in § 68 genannten Maschinen [1]) mit Fuss- oder Motorbetrieb zu benutzen, da sonst die Arbeit recht langsam vorwärts schreitet. Auch kann man im Anfang der Operation einen rotierenden Messerschleifstein gewöhnlichster Konstruktion verwenden.

Hat man auf diese Weise eine durch den ganzen Splitter sich erstreckende, ebene Schlifffläche hervorgebracht, — und es empfiehlt sich, diesen ganzen Teil der Operation so vollständig und so vollkommen wie irgend möglich durchzuführen — so glättet man dieselbe am einfachsten auf einer mattgeschliffenen ebenen Glastafel unter Anwendung feinen Smirgels oder anderer Poliermittel [2]). Darauf wasche man den Splitter und zumal die angeschliffene Fläche mit einem harten Pinsel in Spiritus säuberlichst ab, spüle ihn in reichlichem Wasser, trockne ihn mit einem leinenen Tuche und bürste ihn wieder mit einem harten Pinsel in Spiritus, um anhängende Tuchfäserchen zu entfernen. Man befestige alsdann den Splitter mit der angeschliffenen Fläche auf einem etwa 4×6 cm grossen Schleifglas vermittelst Canadabalsams oder eines anderen geeigneten Kittes. Dieses Schleifglas darf nicht zu dünn sein, weil es sich sonst unter dem Druck der Finger etwas biegt und man in den späteren Stadien des Schleifprozesses die Ränder des Schliffes wegschleift, während die Mitte dick bleibt. Von manchen wird auch ein etwa 2 cm dicker Glasblock mit abgerundeten Ecken empfohlen, da dieser beim Schleifen besser festzuhalten ist. Den Canadabalsam wendet man entweder in zähflüssiger Form an und hebt die notwendige Quantität vermittelst eines in den Kork des Aufbewahrungsgefässes eingesteckten Glasstabes heraus oder man benutzt erhärteten Balsam und vermeidet dadurch die sehr widerwärtige Beschmutzung des Arbeitstisches mit der klebrigen Substanz. Man erhärtet den Canadabalsam einfach in einem Porzellantiegel durch Erwärmung über sehr kleiner Flamme und steckt gegen Ende des Prozesses einen Glasstab in die zähflüssige Masse. Nach Erkaltung hebt man den harten Balsamkegel mit diesem Glasstabe aus dem Tiegel. — Einen vorzüglichen, dem Canadabalsam entschieden vorzuziehenden Kitt erhält man durch Zusammenschmelzen von Balsam und Schellack. 200 g gebleichter und gepulverter Schellack und 70 g

---

1) Ueber ältere Konstruktionen s. L. G. und J. B. Bornemann, Z. D. G. G. 1873. 367—373.

2) Ueber den Unterschied zwischen Abschleifen und Polieren s. J. Thoulet, Bull. Soc. Min. Fr. 3. 1880. 63—66.

Canadabalsam werden in einer geräumigen Porzellanschale auf dem Wasserbade erwärmt und so lange mit einem Glasstabe durcheinander gerührt, bis der Schellack sich im Balsam gelöst hat. Nach dieser 1 bis 2 Stunden dauernden Operation lässt man so weit erkalten, dass man die Faden ziehende Masse eben anfassen und durch Rollen zwischen den Händen zu handlichen Stäben von etwa 1 cm Durchmesser und 20—30 cm Länge formen kann.

Das Aufkitten des Splitters geschieht in folgender Weise. Man bestreiche das wohl gereinigte und auf einem kleinen Kittofen erwärmte Schleifglas mit einer kontinuierlichen, nicht allzu dünnen Haut des zur Verwendung bestimmten Kittes. Dieser Kittofen Fig. 65, der aus einer vorsichtig zu erwärmenden Eisenplatte besteht, wird immer bei der Erbitzung von Objektträgern benutzt. Gleichzeitig erwärme man an der Lampe in einer Pinzette den Splitter mit der angeschliffenen Fläche nach oben, um die dünne daran kondensierte Feuchtigkeits- und Gasschicht zu entfernen, und lege dann den unter der Lupe untersuchten und rein befundenen Splitter mit der angeschliffenen Fläche auf den Balsam.

Fig. 65.

Bei manchen wasserhaltigen Mineralien, zumal bei manchen Zeolithen, muss man den Canadabalsam allein kochen und erst nach eintretender Temperaturerniedrigung den Splitter auflegen, weil das Mineral sonst leicht Wasser verlieren und undurchsichtig werden würde; oder aber man bedient sich zum Festkleben des Präparats einer Auflösung von Canadabalsam in Aether und lässt diese durch, sich allerdings nur langsam vollziehende, vollständige Verdunstung des Aethers erstarren. Dann lasse man erkalten, indem man den Schliff mit einer Messer- oder Ahlenspitze am Herabschwimmen vom Canadabalsam hindert. Stets hat es sich bewährt, erst dann den Schliff fest auf die Glasplatte zu drücken, wenn im Balsam keine Blasenentwicklung mehr stattfand; drückt man noch während derselben den Schliff fest auf, so haften gar oft beim Erkalten Luftbläschen unter demselben, die fast mit Gewissheit bei fortgesetzter Operation ein Abreissen des Schliffes vom Objektträger bewirken. Sind trotz aller Vorsichtsmassregeln nach dem Erkalten noch Luftbläschen unter der Schlifffläche, so muss man eben geduldig wieder erwärmen und die Operation wiederholen, bis keine Bläschen mehr da sind. Ungeduld in diesem Falle wird sich fast ausnahmslos durch noch grösseren Verlust an Zeit und Arbeit rächen. — Ist das Schleifglas mit dem Schliff nun vollständig erkaltet, so beginnt man mit der Herstellung der zweiten Schlifffläche, welche in derselben Weise wie die erste ausgeführt wird. Man setze diese Operation so lange fort, wie es unbeschadet der Sicherheit des Präparates geschehen kann; es gelingt meistens schon hier, das Präparat annähernd bis ganz durchsichtig zu machen. Dann

behandle man den Schliff zuletzt wieder auf der Glasplatte mit feinem Smirgel und Wasser. Die Schleiffläche der Glasplatte soll womöglich ganz eben und keinesfalls konkav sein, damit die Mitte des Präparates nicht dicker bleibe, als die Ränder desselben. Da eine Glasplatte sich stark abnutzt und sehr bald konkav wird, so ist ein oftmaliges Abschleifen erforderlich.

Das Ende der Schleifoperation hängt von der Feinkörnigkeit des Gesteins und den damit anzustellenden Beobachtungen ab. Im allgemeinen kann man den Schliff als vollendet ansehen, wenn man durch denselben nach Befeuchtung mit Wasser feine Schrift deutlich lesen kann, — ein Stadium, das selbstverständlich je nach dem Grade der Durchsichtigkeit der Substanz früher oder später eintritt. Liegt ein grobkörniges Gestein vor, so darf der Schliff für vorläufig orientierende Untersuchungen allenfalls eine Dicke von 0.05 mm haben. Ist aber ein feinkörniges Gestein zu präparieren, so muss der Schleifprozess bis zur Grenze der Haltbarkeit des Schliffes fortgesetzt werden — eine Grenze, welche man zu seinem Unheil allerdings sehr leicht überschreitet. Ein eigentliches Polieren des Schliffes etwa auf Leder mit Caput mortuum ist nicht nur nicht nötig, sondern hier und da geradezu misslich. — Wenngleich ein solches Präparat nach gehöriger Reinigung bereits ein leidliches Beobachtungsobjekt abgibt, so ist es doch in allen Fällen schon der Aufbewahrung wegen ratsam, es auf ein neues, durch Schleifen nicht verletztes Objektglas zu übertragen. Zu diesem Zwecke reinige man den fertigen Schliff durch Waschung mit einem harten Pinsel wieder in Spiritus, nachdem man zuvor den überflüssigen Canadabalsam mit einer heissen Messerspitze entfernt hat; spüle dann rasch in reichlichem Wasser ab, trockne mit einem leinenen Tuche und fahre wieder mit einem harten Pinsel darüber her. Ränder des Schliffes, welche etwa nicht dicht und fest auf dem Objektglas auflagen und unter welche also beim Schleifen Schmutz kommen konnte, opfert man besser auf, indem man sie mit einem Messer absprengt. Hat man so den Schliff vollständig gereinigt, so bringt man auf ein neues Objektglas, das frei von allen Schlieren, Punkten und Rissen sein muss, ein Tröpfchen Canadabalsam, den man gelinde erwärmt, damit er ein wenig zerfliesse. Nun erwärmt man wieder auf dem Kittofen gelinde das alte Objektglas mit dem Schliffe bis zum Flüssigwerden der Canadabalsamschicht, durch welche derselbe anhaftet, indem man sich dabei der linken Hand bedient, hält es über das neue Objektglas und schiebt vermittelst einer Messerspitze mit der rechten Hand das Präparat vom alten auf den neuen Objektträger. Zerreisst dasselbe unglücklicherweise beim Uebertragen, so berücksichtige man vorläufig nur das grösste oder beste Stück desselben. Liegt dieses auf dem Canadabalsam des neuen Trägers, so erwärme man ein wenig, so dass es hafte und lasse dann etwas erkalten, bringe darauf ein neues Tröpfchen Canadabalsam auf dasselbe, wobei jeder Ueberschuss zu vermeiden ist, und bedecke es mit einem möglichst dünnen Deckgläschen, dessen Grösse der des Schliffes entspreche. Nun erwärme man wieder das Ganze und

drücke das Deckgläschen vermittelst einer federnden Pinzette fest an. Man setze dabei die zusammengedrückten Spitzen derselben auf die Mitte des Präparates und lasse sie dann durch Nachgeben der Finger nach den Seiten sich wiederholt in verschiedener Richtung über das Deckgläschen hin öffnen. So wird man es leicht erreichen, dass kein Luftbläschen unter dem Präparate bleibe; widrigenfalls muss man die Operation wiederholen. — Zwei Stückchen eines zerrissenen Präparates unter ein Deckgläschen zu bringen, ist stets eine missliche, selten gelingende Arbeit. — Wünscht man eine möglichste Eleganz der Präparate, so entfernt man den an den Rändern des Deckgläschens überflüssigen Canadabalsam mit einer heissen Messerspitze, wäscht in Spiritus und spült in reichlichem Wasser ab.

Gelegentlich wird man die Bedeckung mit Canadabalsam besser vermeiden, wenn es z. B. gilt, die Begrenzung von Hohlräumen gut zu sehen, welche durch Auswittern von Radiolarien, Spongiennadeln u. s. w. in Hornsteinen zurückbleiben. Man bedeckt dann den Schliff mit Wasser und legt das Deckglas auf[1]) oder man verwendet an Stelle des Canadabalsams ein Oel von annähernd gleichen Brechungsverhältnissen, wenn man die Beobachtung ähnlich der in Canadabalsam ausführen und nachher irgend eine chemische Reaktion an dem Schliff vornehmen will. Von Objektträgern sind solche des Heidelberger Formats 30×30 mm, oder des Giessener Vereinsformats 28×48 mm (nicht aber des englischen Formats 26×76 mm) zu empfehlen, damit man ohne Hindernis auf dem Mikroskoptisch eine volle Drehung vornehmen kann.

Endlich etikettiert man das fertige Präparat, indem man den Namen der Spezies, Fundort und Nummer des Handstücks, von welchem es herstammt, etwa mit einem Diamant in das Objektglas einschneidet. Die Aufbewahrung der Präparate geschieht am bequemsten in Holzkistchen mit gekerbten Einsätzen von einer Breite und Weite, die den gebrauchten Objektgläsern entspricht oder in einem andern, besonders von Th. Schröter in Leipzig-Connewitz fabrizierten, Etui zur Aufbewahrung mikroskopischer Präparate.

Uebrigens ist seit vielen Jahren die Herstellung von Gesteins- und Mineraldünnschliffen auch Gegenstand industrieller Tätigkeit geworden, und es verdient die hohe Eleganz und Vollkommenheit der Präparate, wie sie z. B. in Deutschland die Firma Voigt und Hochgesang in Göttingen liefert, alle Anerkennung. Immerhin muss man nicht vergessen, dass, ganz abgesehen von den möglichen Verwechslungen in den Werkstätten, dem Forscher eine nicht unbedeutende Anzahl von oft sehr willkommenen Beobachtungen über Härte, Strichpulver etc. entgeht, wenn er die Herstellung seines Beobachtungsmaterials nicht selbst übernimmt.

Bei lockerem Material, welches zwar einigen Zusammenhang besitzt, aber dem Schleifprozess nicht genügend standhalten würde, kocht man

---

1) Vergl. Th. Wisniowski, Verhdl. k. k. geol. Reichsanstalt. 1889. 195.

die Splitter vorher in Canadabalsam und behandelt sie, nachdem sich alle Höhlungen mit Balsam angefüllt haben, wie oben.

**70. Präparation von losen Massen.** In manchen Fällen, wo die Natur die zu untersuchenden Stoffe im Zustande loser Massen liefert (Sande, vulkanische Aschen etc.), oder wo die lockere Zusammensetzung derselben die Herstellung eines Dünnschliffs nicht erlaubt (Ton, Lehm etc.), oder endlich, wo man behufs Einzeluntersuchung der Mineralelemente eines Gesteins diese künstlich auf chemischem oder mechanischem Wege getrennt hat, kommt es bei der Wahl des einen oder des andern Verfahrens zur Herstellung des Beobachtungsmaterials vorzüglich darauf an, ob man mehr die äussere Form oder mehr die innere Struktur erforschen will. In jedem Fall empfiehlt es sich, nur Pulver von sehr annähernd gleichem Korn zur Untersuchung zu verwenden; man erhält solches leicht dadurch, dass man das gesamte Pulver, nach Abscheidung des feinsten Staubes durch wiederholtes Aufrühren in Wasser und Abgiessen desselben, durch eine Reihe von Sieben mit abnehmender Maschenweite laufen lässt.

Will man in erster Linie die äussere Form des Pulvers studieren, so empfiehlt es sich, die losen Massen in einem Medium aufzubereiten, dessen Brechungsexponent bedeutend unter demjenigen der festen Körper liegt; man wird sich also zunächst des Wassers bedienen. Stets trage man Sorge, dass in dem Wassertropfen auf dem Objektglase nicht zu viel Pulver suspendiert werde und gebe dem Wasser durch ein lose aufgelegtes Deckgläschen eine ebene Oberfläche. Eine zu starke Anhäufung des zu untersuchenden Pulvers in dem Wasser führt immer zu einer lästigen, die Beobachtung sehr erschwerenden Zusammenballung.

Wenn dagegen vorwiegend die innere Struktur Gegenstand des Studiums ist, so wird man die bei Anwendung des Wassers vielfach auftretende Totalreflexion zu vermeiden haben und daher ein Medium anwenden, dessen Brechungsexponent demjenigen der betreffenden festen Körper möglichst gleich ist. Man wird also Tetrachlorkohlenstoff ($n = 1.466$), Bromoform ($n = 1.588$), Jodmethylen ($n = 1.740$) oder eine der weiter unten in § 138 genannten Flüssigkeiten benutzen. Sehr häufig bedient man sich auch in diesem Falle des Canadabalsams ($n = 1.54$) in geschmolzenem oder gelöstem Zustande und rührt das Pulver in denselben ein. Doch empfiehlt sich dieses Verfahren wenig, da sich bei dem Kochen des Balsams das Pulver regelmässig zusammenballt. Man vermeidet diesen Uebelstand, wenn man das Objektglas mit einer dünnen Haut gekochten Canadabalsams überzieht und nach deren Erkaltung das Pulver darüber streut. Ist man mit der Verteilung zufrieden, so erwärmt man das Objektglas ein wenig, damit die Körnchen eben fest am Balsam haften, bedeckt darauf das Ganze mit einem oder mehreren Tropfen einer dickflüssigen Lösung von Canadabalsam in Aether oder Chloroform und drückt auf das Ganze ein Deckgläschen.

Für sehr weiche und lockere Gesteine empfiehlt A. Wichmann[1]) folgendes Verfahren. Man schabt ein Stück mit einem Messer eben und reibt die so hergestellte Fläche auf einer trockenen Glasplatte glatt, klebt sie vermittelst gekochten Canadabalsams, den man auf dem Objektträger bis zur Zähflüssigkeit hat abkühlen lassen, auf diesem fest und schabt nun wieder mit dem Messer so viel von dem Stück ab, dass nur ein dünnes Blättchen übrig bleibt. Das gut gereinigte Präparat wird mit einigen Tropfen einer Lösung von Canadabalsam in Chloroform bedeckt und das Deckgläschen darauf gedrückt. Das Präparat erscheint alsdann hinreichend durchsichtig.

Sehr einleuchtend ist das von Steenstrup angegebene Verfahren[2]) zur Herstellung von Dünnschliffen aus Tonen. Er klebt eine an dem Ton hergestellte ebene Fläche vermittelst einer Lösung des oben angegebenen Kittes in Aether-Alkohol auf Glas und bricht nach dem Erhärten des Kittes den Ton einfach ab. Dabei bleibt eine äusserst dünne Tonhaut am Kitt haften, die man unter einem Wasserstrahl noch dünner machen kann. Da durch das Schleifen der zuerst aufgekitteten Tonfläche die Struktur des Tongesteins natürlich unkenntlich geworden ist, so kittet man, wo dieses vermieden werden soll, die durch das Abbrechen des Tonstücks erhaltene Bruchfläche auf ein neues Objektglas, bricht wieder ab, macht die hängen bleibende Tonschicht dünner unter einem Wasserstrahl und legt das Deckglas auf. So hat man ein zweites Präparat ohne jede wirkliche Schlifffläche. Die Mineralpartikel im Ton liegen genau so, wie sie von der Natur gelegt wurden. Geschliffene Tonflächen darf man nicht mit einem Pinsel, sondern nur durch einen Luftstrom von den lose aufliegenden Teilchen reinigen.

**71. Dünnschliffe von Mineralpulver.** Für manche Beobachtungen und Bestimmungen sind unregelmässig eckige Körner auch bei Anwendung von stark lichtbrechenden Medien nicht geeignet und man bedarf durchaus planparalleler Blättchen. Man kann diese nach Thoulets Angaben[3]) dadurch erhalten, dass man das zu untersuchende Pulver etwa mit dem zehnfachen Volum Zinkoxyd innig mengt und dann so viel einer konzentrierten Lösung von Kalisilikat zufügt, dass man einen dicken Brei erhält. Diesen Brei formt man in einem wenige mm hohen Bruchstück einer Glasröhre mit ebenen Rändern, das man auf ein Blatt Papier stellt und nach Füllung oben mit Papier zudeckt, zu einem Kuchen. Nach 2—3 Tagen ist die Masse eingetrocknet und fest genug, um daraus einen Dünnschliff herstellen zu können.

Nach einer Angabe von P. Mann[4]) kann man auch das Mineralpulver in einer aus Zinkoxyd und Phosphorsäure gekneteten Kugel schleifen.

---

1) T. M. P. M. 5. 1883. 33, Anmerkung.
2) Tyndpröver af lér. G. F. i Stockh. Förhdl. 12. 1890. 647—648.
3) Bull. Soc. Min. Fr. 2. 1879. 188—189.
4) N. J. 1884. II. 187.

Ein weit besseres, viel weniger Material erforderndes Verfahren, bei welchem die kleinen Dünnschliffe der Körner in Canadabalsam eingebettet liegen und demnach unter den gewöhnlichen Bedingungen beobachtet werden, hat F. Stöber angegeben[1]). Er erwärmt auf einem Deckglas, das auf einem Objektträger lose aufliegt, einen Tropfen Canadabalsam, der während des Erwärmens auch zwischen Deckglas und Objektträger sich ausbreiten darf, und bestreut diesen Balsam mit den zu schleifenden Körnern. Bevor der Balsam noch ganz erhärtet ist, wird er mit einem kleinen Stück Pauspapier bedeckt und mit einem sehr eben geschnittenen Stück Kautschuk (wenig gebrauchter Radiergummi oder Gummistopfen tun auch gute Dienste) ziemlich stark gedrückt. Damit der Kautschuk vollkommen eben bleibt, legt man auf seine Oberfläche einen Objektträger oder irgend eine ebene Platte. Nach der Erhärtung des Balsams wird der Kautschuk entfernt und das Pauspapier durch Abreissen ebenfalls möglichst beseitigt. Darauf schleift man den Canadabalsam mit feinem Smirgel so weit herunter, bis eine genügende Zahl der zu untersuchenden Körner angeschnitten ist. Nun entfernt man das Deckglas vom Objektträger durch schnelles Erwärmen des letzteren und erwärmt auf einem andern Objektträger einen Tropfen Canadabalsam, der in möglichst dünner Lage ausgebreitet wird, indem man mit der Kante eines anderen Objektträgers darüber streicht. Auf diese dünne Balsamschicht legt man die angeschliffene Fläche des ersten Präparates, erwärmt vorsichtig und drückt beide Gläser — Objektglas und Deckglas — mit dem Kautschuk aufeinander. Nach dem Erkalten wird das Deckglas entfernt, indem man eine Messerklinge zwischen beide Gläser einklemmt, wobei die Körner mit ihrer angeschliffenen Fläche auf dem Objektglas liegen bleiben. Um diese Berührung ganz innig zu machen, wiederholt man die Operation mit Pauspapier und Kautschukstempel und schleift dann die Körner von der oberen Seite bis zur erforderlichen Feinheit herunter.

**72. Orientierte Schliffe.** In manchen Fällen erfordert es der Gang der Untersuchung, Schliffe durch ein Mineralkorn in bestimmter Richtung auszuführen. Zur Lösung dieser Aufgabe muss das Fragment Begrenzungselemente besitzen, welche eine Orientierung möglich machen; es muss also im allgemeinen zwei Flächen tragen, gegen welche unter vorgeschriebenen Winkeln eine dritte Fläche anzuschleifen ist. Mehrere Konstruktionen sind von Wolz, Fuess, Brunnée, Halle und Stöber vorgeschlagen, doch löst nur ein von Tutton und ein anderes von dem Verfasser erfundenes Instrument die Aufgabe in allgemeiner Form[2]).

Das Tuttonsche Instrument ist eine sehr sorgfältig ausgeführte Vereinigung von Goniometer, Schleifscheibe und Orientierungsapparat, welch' letzterer sich in seiner Konstruktion eng an die bei Goniometern

1) Bull. Soc. Min. Fr. 22. 1899. 61—66.
2) N. J. 1901. II. 1—22, wo auch die übrige Literatur verzeichnet ist.

gebräuchliche Justierungsvorrichtung anlehnt. Man stellt zuerst die beiden gegebenen Flächen ein, wie wenn man ihren Winkel mit dem Goniometer messen wollte; in dieser Lage stehen die beiden Flächen genau senkrecht zur Schleifscheibe. Darauf dreht man mittelst der mit Gradteilung versehenen Justiervorrichtung um geeignete Winkel, so dass die beiden gegebenen Flächen jetzt die vorgeschriebenen Winkel mit der Schleifscheibe bilden und bei Parallelverschiebung des Krystalls gegen diese Schleifscheibe die neue Fläche erzeugt wird. Dieses Instrument ist eigentlich für künstliche Krystalle gebaut und gibt bei diesen ausserordentlich genaue Resultate. Es liesse sich in massiverer Form auch für harte Mineralien ausführen, was aber eine weitere Verteuerung des jetzt schon sehr hoch im Preise stehenden Instruments zur Folge hätte.

Das andere, für harte und weiche Körper zu gebrauchende Instrument ist in Fig. 66 abgebildet. Es setzt sich im wesentlichen aus zwei Teilen zusammen: dem Schleif- und dem Libellendreifuss. Der erstere besteht aus einer dicken Messing- (oder Aluminium-) Platte von rechteckig-gleichschenkliger Form, die an den Enden der Hypotenuse zwei Stellschrauben $T$ und $R$ im Abstand von etwa $7^1/_2$ cm trägt. Zur Vermeidung von Verwechslungen sind diese Buchstaben auch auf dem Apparat eingraviert. Der dritte Stützpunkt wird von dem Krystall selbst gebildet, der auf den mit der Mutter $M$ festschraubbaren Krystallträger $k_1$ aufgekittet ist. Dem Apparat sind vier solcher Krystallträger beigegeben, deren Endflächen unter 0°, 10°, 20°, 30°, 40°, 50°, 60°, 70° und 80° gegen die Vertikale geneigt sind ($k_2$ trägt ausser der horizontalen Fläche noch zwei unter 70° und 80° geneigte, was in der Figur nicht berücksichtigt ist). Auf dem Schleifdreifuss steht auf drei vorstehenden Stahlpfannen der mittelst des Griffes $B$ abnehmbare Libellendreifuss $L$, welcher die empfindliche, durch die Mikrometerschrauben $r$ und $t$ einstellbare Dosenlibelle $l$ trägt. Diese Mikrometerschrauben sind in Steighöhe und Abstand vom dritten Stützpunkt so bemessen, dass eine einmalige Umdrehung beider Schrauben eine Neigung von 1° zur Folge hat. Denkt man sich also den Libellenfuss in symmetrischer Lage vor sich aufgestellt, so dass die eine Schraube rechts, die andere links und der dritte Stützpunkt gerade vor dem Beschauer, ihm zu- oder abgewendet liegt, so wirken die Schrauben $r$ und $t$

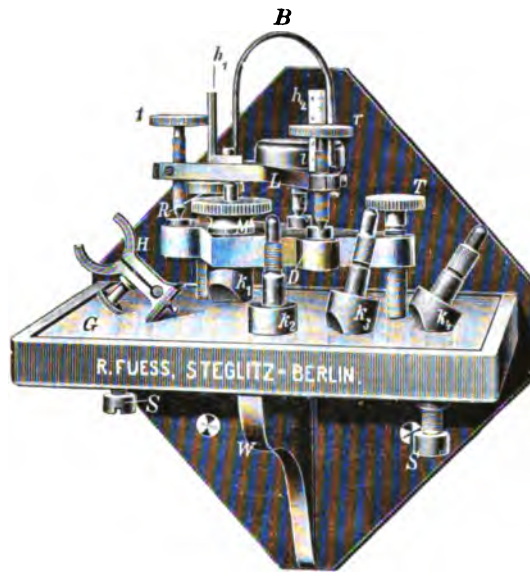


Fig. 66.

in der Weise, dass bei einmaliger Umdrehung beider Schrauben im gleichen Drehungssinn eine Neigung der Libelle von 1° um eine von rechts nach links laufende Axe erfolgt, während bei einmaliger Umdrehung beider Schrauben im entgegengesetzten Sinn, bei welcher also die eine Schraube rechts, die andere links herumgedreht wird, diese Neigung der Libelle von 1° um eine von vorne nach hinten laufende Axe erfolgt.

Die Arbeitsmethode mit diesem Apparat besteht nun darin, dass man an den auf einem der vier Träger nach Augenmass bestmöglich aufgekitteten Krystall eine kleine Fläche anschleift und poliert, alsdann die fehlerhafte Lage dieser Fläche auf einem Goniometer — auf welches der ganze Apparat mittelst des Halters *H* aufgesetzt wird — bestimmt, und nun die Korrekturen anbringt. Angenommen, die Messung habe ergeben, dass an dem Krystall *K* (Fig. 67) die zuerst angeschliffene Fläche um $\alpha^0$ falsch liege und dass man eine richtige Lage erhielte, wenn man die Schraube *R* diesem Winkel $\alpha$ entsprechend verlängerte, so bemerkt man bald, dass sich hierzu die Schraube *R* nicht eignet, weil der Abstand des Krystalls *K* von *R* mit jedem neuen Präparat wechselt und auch das Ende von *R* durch den Schleifprozess stets verändert wird. Stellt man aber den ganzen Apparat auf eine horizontale Fläche, *G* in Fig. 66 oder 67, und bringt die Libelle durch Bewegung der Schrauben *r* und *t* (nicht etwa *R* und *T*!) zum Einspielen, so kann man nun die erforderliche Winkelbewegung an der Libelle in umgekehrtem Sinne ausführen und dann auf den Schleiffuss übertragen, wenn man jetzt mit den Schrauben *R* und *T* die Libelle wieder zum Einspielen bringt.

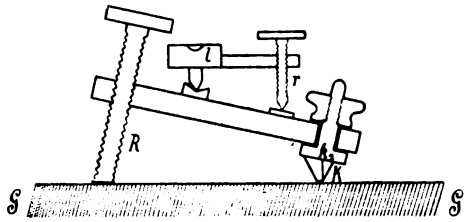


Fig. 67.

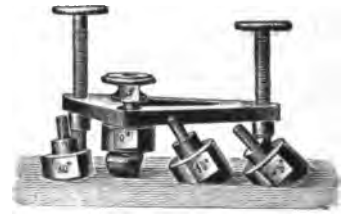


Fig. 68.

Bei einfacherer Aufgabe, wenn z. B. an einen Krystall mit gut ausgebildeter Zone eine Fläche genau in diese Zone, sonst aber beliebig zu legen ist, empfiehlt es sich zur Schonung des obigen Instruments, den einfacheren, in Fig. 68 in $^1/_3$ der wirklichen Grösse abgebildeten Dreifuss zu benutzen.

Zur Herstellung planparalleler Platten wählt man unter den Krystallträgern den mit gerader Endfläche ($k_2$ in Fig. 66) und bringt die Enden der Schrauben *T*, *R* mit dieser Fläche genau in eine Ebene. Man erreicht diese Einstellung sehr annähernd, wenn man den Dreifuss auf ein Spiegelglas stellt und unter dem Krystallträger, auf welchem jetzt noch kein Krystall aufgekittet ist, durchvisiert. Für die höchste Genauig-

keit schleift man diese Endfläche, ohne zu polieren, noch einmal neu an, was in einer Minute geschehen ist. Alsdann stellt man den so hergerichteten Dreifuss, also immer noch ohne Krystall, auf die Niveauplatte, bringt die aufgesetzte Libelle zum Einspielen und weiss nun, dass diese Einspielung der Libelle wieder erreicht werden muss, wenn die zweite Fläche eines Präparates der ersten, auf den Krystallträger gekitteten, parallel laufen soll.

Eine andere von R. Fuess konstruierte Vorrichtung, die ebenfalls zum Parallelschleifen dient, ist in Fig. 69 abgebildet. Die drei Schrauben $s_1$ $s_2$ $s_3$ werden so gestellt, dass ihre unteren Enden der unteren Fläche des verschiebbaren Zylinders $C$, auf die der Krystall gekittet wird, parallel laufen. Diese Einstellung soll erfolgen, wenn $a_1$ $a_2$ $a_3$ gleich weit von der Schleifplatte abstehen, was durch einen Messkeil $k$ leicht zu kontrollieren ist.

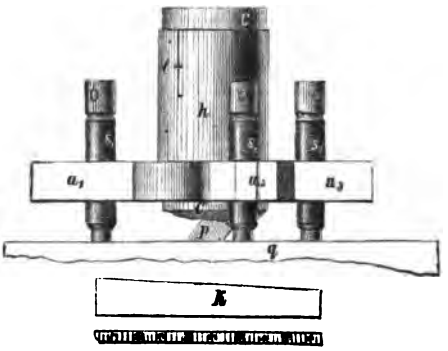


Fig. 69.

**73. Herstellung ebener und polierter Flächen.** Der grosse Vorzug des einen oder anderen Dreifusses besteht — auch bei ganz beliebig an einen Krystall zu legenden Flächen — in der Sicherheit, mit der man selbst bei geringer Uebung vollkommen ebene Präparate erhält. Zur schnellen Erzeugung ebener Polituren ist es aber auch hier unbedingt erforderlich, dass die zum Schleifen wie zum Polieren dienenden Eisen-, Glas-, Harz- oder Pechplatten eine vollkommen ebene Oberfläche besitzen, eine Vorschrift, die nicht streng genug befolgt werden kann. Aus diesem Grunde eignen sich die üblichen Schleifplatten von 30 cm □ und mehr nicht zur Herstellung ebener Flächen, weil sie wegen ihrer Grösse nicht leicht eben zu schleifen sind und dieses Egalisieren sehr oft — manchmal schon nach Herstellung einer Fläche — geschehen muss; am besten sind Platten von 12 bis 15 cm Seitenlänge. Die Politur erfolgt bei harten Mineralien am einfachsten auf Glas durch Zinnasche, Diamantine (No. 2 pour brillanter. A. Guyot-Lupold, Locle, Suisse), Pariser Rot, Chromoxyd u. s. w.

Allerdings erreicht man bei dieser harten Glasunterlage nicht so leicht eine von allen Ritzen und Schrammen vollkommen freie Oberfläche, aber es ist für die messenden optischen Untersuchungen viel wichtiger, eine ebene, nicht in höchster Politur erstrahlende, als eine krumme oder auch nur geknickte und sehr hoch polierte Fläche zu erhalten. Für weiche Mineralien werden zuweilen Polierunterlagen von Tuch, Seide, Leder, Papier und dergl. vorgeschlagen. Solche Unterlagen sind zur Herstellung grösserer Flächen sicherlich recht brauchbar, für unsere Zwecke sind sie aber nicht zu verwenden, da man wegen des Eindrucks der kleinen Krystalle in dem weichen Material nur zu leicht gekrümmte Flächen erhält. Ganz ausgezeichnet sind für weiche, wie übrigens auch für harte Mineralien, Polierunterlagen aus Pech, nur ist es in Ermangelung einer

guten Drehbank nicht leicht, solche Platten vollkommen eben zu erhalten. Am einfachsten gelingt die Herstellung von Polierplatten für weiche Körper durch Lackieren einer eben geschliffenen Glastafel. Die dünne Lackschicht hält lange genug, um auf einer Platte mehrere Polituren auszuführen. An Stelle des früher vorgeschlagenen Mastixfirniss'[1]) ist vielleicht ein Kopallack, der als Tischlack im Handel bekannt ist, mehr zu empfehlen. — Wertvolle Angaben über die Anfertigung von Schliffpräparaten von Metalllegierungen finden sich auch in der „Mikrochemischen Technik" von H. Behrens, 1900. 57—61.

---

## Dritter Abschnitt.

## Einiges aus der geometrischen Optik und über fundamentale Linsenkombinationen.

**74. Objekt und Bild.** Ein leuchtender Gegenstand sendet Lichtstrahlen[2]) nach allen Richtungen des Raumes, so dass das Auge von jedem Punkt des Gegenstandes eine Anzahl Strahlen empfängt. Die Grösse eines solchen Strahlenbüschels wird durch den Abstand des Auges und den Durchmesser seiner Pupille bestimmt. Die Einzelstrahlen jedes Büschels schneiden sich in einem Punkte $P$ des Gegenstandes, eben deshalb sehen wir in $P$ etwas von dem Gegenstand. Wenn aber durch irgend eine Spiegel- oder Brechungsvorrichtung diese vielen, von $P$ ausgehenden Strahlen so abgelenkt werden, dass sie nach dieser Ablenkung bei gehöriger Verlängerung nach vor- oder rückwärts wieder alle durch einen Punkt $P_1$ (Fig. 70) gehen, so können wir den Gegenstand $P$ auch im Punkte $P_1$ sehen; wir sagen dann, dass $P_1$ ein Bild des Punktes $P$ sei.

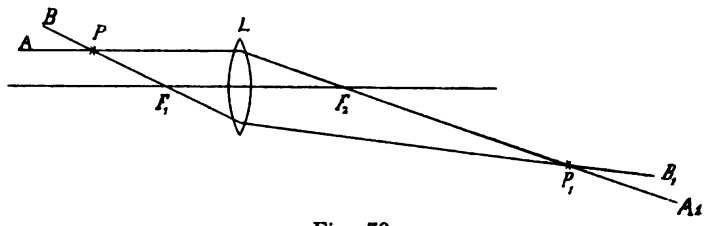



Fig. 70.

Diese gebrochenen oder abgelenkten Lichtbüschel stellen gewöhnlich Kegel von sehr geringer Oeffnung dar, daher muss das Auge am richtigen Ort stehen, um das Bild wahrzunehmen. Ist $L$ (Fig. 70) eine Vorrichtung (Linse), welche von Punkt $P$ ein Bild $P_1$ erzeugt, so können wir dieses Bild — falls wir es nicht auf einem Schirm auffangen — nur sehen, wenn wir das Auge in den Raum $A_1 P_1 B_1$ bringen. Ist $P$ ein durchsichtiger, von links her beleuchteter Gegenstand, so kommen für die Erzeugung des Bildes $P_1$ nur die innerhalb des Winkelraumes $APB$ auf-

1) N. J. 1901. II. 22.

2) In diesem Abschnitt sind Lichtstrahlen und Wellennormalen identische Begriffe.

fallenden Strahlen in Betracht. Um den für die Bilderzeugung durch optische Vorrichtungen so wichtigen Unterschied zwischen selbstleuchtenden und nicht selbstleuchtenden Punkten hervorzuheben, kann man die ersteren idiophosphor, die letzteren allophosphor nennen. Wir haben es fast immer mit allophosphoren Punkten zu tun und müssen deren beschränkte Beleuchtungsverhältnisse sorglich beobachten.

Fallen von einem leuchtenden Punkt Strahlen auf einen sphärischen Hohlspiegel, so werden dieselben um so unvollkommener nach einem Punkt vereinigt, je grösser die Oeffnung des Spiegels im Verhältnis zu seinem Krümmungsradius ist. Nimmt man aber an Stelle eines sphärischen einen parabolischen Hohlspiegel, so werden alle Strahlen, welche von einem in sehr grosser Entfernung liegenden Punkt auf der Axe kommen, genau nach ein und demselben Punkt hingeleitet; oder lässt man Strahlen auf einen linsenartigen Glaskörper fallen, der von einer in der analytischen Geometrie als kartesisches Ovaloid bezeichneten Fläche begrenzt ist, so findet infolge der Brechung ebenfalls punktförmige Vereinigung statt. Flächen, welche einen Gegenstand genau Punkt für Punkt abbilden, wie das Paraboloid oder das kartesische Ovaloid, nennt man aplanatische, d. h. „nicht abweichende" Flächen. Die Herstellung solcher Flächen bietet der Technik noch z. T. unüberwindliche Hindernisse. Aber selbst wenn diese Schwierigkeit überwunden wäre, so dürfte man das vielgestaltige Problem der Bilderzeugung nicht für allseitig gelöst ansehen, denn aplanatische Flächen geben streng genommen nur von kleinen Objekten gute Bilder und diese wieder nur in ganz bestimmten Abständen. — Körper mit sphärischer Begrenzung lassen sich in ausserordentlicher Vollkommenheit herstellen und werden, aus Glas gefertigt, als Linsen bezeichnet. (Ausser Glas kommt in seltenen Fällen nur Flussspat und für besondere Zwecke auch Quarz und Steinsalz in Betracht.)

**75. Die Teile einer Linse.** Bei einer in Fig. 71 im Querschnitt abgebildeten Linse unterscheidet man folgende Teile.

a) Die Krümmungsradien $r_1$ und $r_2$, die in der Figur so gewählt sind, dass eine beiderseitig verschieden gekrümmte bikonvexe Linse entsteht. Durch andere Wahl dieser Krümmungsradien erhält man die verschiedenen Formen der konvexen oder Sammellinsen und konkaven oder Zerstreuungslinsen; die ersteren sind in der Mitte, die anderen randlich am dicksten.

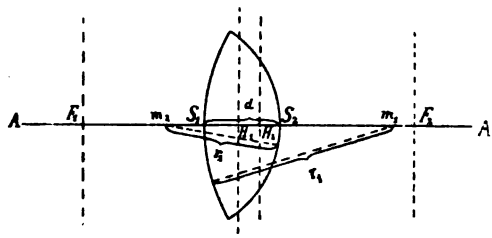


Fig. 71.

b) Die Axe $AA$, welche die Krümmungsmittelpunkte $m_1$ und $m_2$ verbindet.

c) Die Scheitel $S_1$ und $S_2$, die in den Schnittpunkten der Axe mit der Linsenoberfläche liegen.

d) Die Dicke d gleich dem Abstand der Scheitel. In vielen Fällen kann man bei der Berechnung der durch Linsen entworfenen Bilder die Dicke der Linse vernachlässigen oder die Grösse d in den weiter unten abgeleiteten Formeln gleich Null setzen; in andern Fällen aber — besonders bei den zusammengesetzten Linsensystemen der Mikroskop-Objektive — darf dies nicht geschehen, ohne die Resultate stark zu beeinflussen.

e) Die Brennpunkte $F_1$ und $F_2$, in denen sich alle parallel der Axe auffallende Strahlen vereinigen. Die Brennpunkte sind die Bildpunkte unendlich weit entfernter Objekte, die auf der Axe liegen. (Wegen der Einschränkung des Begriffes „unendlich" für die Praxis siehe § 29, S. 56.)

f) Die Brennebenen sind die durch die Brennpunkte gehenden, auf der Axe senkrecht stehenden Ebenen.

g) Hauptpunkte $H_1$ und $H_2$
h) Hauptebenen } werden in § 78 definiert werden.

i) Die Brennweiten sind bei Vernachlässigung der Linsendicke die Längen $F_1S_1$ und $F_2S_2$ und mit Berücksichtigung dieser Grösse $F_1S_1 + S_1H_1$ und $F_2S_2 + S_2H_2$.

**76. Die fundamentale Linsenformel.** Die wichtigste Aufgabe der geometrischen Optik besteht in der Ermittelung des zu einem bestimmten Objektabstand gehörigen Bildabstandes und in der Konstruktion des zu einem bestimmten Objekt gehörigen Bildes.

Wir wollen den Gang der Strahlen zunächst bei der Brechung durch die erste Kugelfläche verfolgen und also annehmen, der Glaskörper der Linse dehne sich von der linken Fläche beliebig weit nach rechts aus. $C$ (Fig. 72) sei der Krümmungsmittelpunkt.

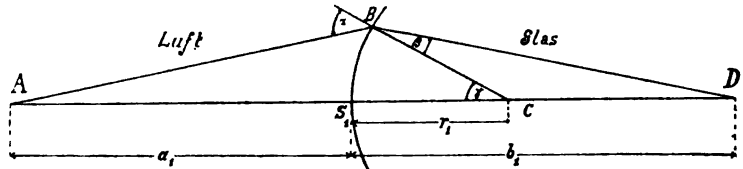



Fig. 72.

Der Strahl $AB$ werde nach $BD$ abgelenkt; dann folgt aus $\Delta ABC$ und $\Delta BCD$:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\gamma} = \frac{a_1 + r_1}{AB}; \quad \frac{\sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{b_1 - r_1}{BD}.$$

Beide Gleichungen durcheinander dividiert, ergeben:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{a_1 + r_1}{b_1 - r_1} \cdot \frac{BD}{AB} = n,$$

wenn n der Brechungsexponent des Glases ist. Machen wir einstweilen die beschränkende Annahme, dass die auffallenden Strahlenbüschel kleine Oeffnungswinkel (etwa unter $1^0$) haben, dann können wir mit grosser Annäherung $AB = AS_1 = a_1$, $BD = DS_1 = b_1$ setzen, so dass die Formel folgende Gestalt annimmt:

$$n = \frac{a_1 + r_1}{b_1 - r_1} \cdot \frac{b_1}{a_1};$$

oder

$$a_1 = \frac{b_1 r_1}{b_1(n-1) - n r_1}; \quad b_1 = \frac{a_1 r_1 n}{a_1(n-1) - r_1}.$$

Der Abstand der Vereinigungspunkte aller parallel zur Axe auf das Glas auffallenden oder aus dem Glase austretenden Strahlen ergibt sich, wenn wir in den letzten Formeln $a_1$ oder $b_1$ unendlich gross annehmen und demnach erhalten:

Brennweite in Luft oder links vom Scheitel

$$f_1 = \frac{r_1}{n-1};$$

Brennweite in Glas oder rechts vom Scheitel

$$f_1' = \frac{r_1 n}{n-1}.$$

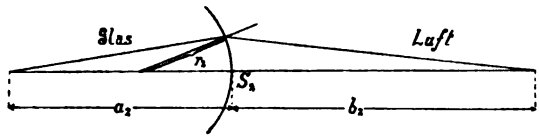



Fig. 73.

Verfolgen wir nun ebenso einen Strahlenverlauf an der zweiten Fläche der (in Fig. 71 gezeichneten) Linse, wie er in Fig. 73 angegeben ist, so übernimmt $a_2$ die Rolle von $b_1$ und $b_2$ die Rolle von $a_1$ in den letzten Formeln.

Es wird also: $$a_2 = \frac{b_2 r_2 n}{b_2.(n-1)-r_2}; \quad b_2 = \frac{a_2 r_2}{a_2.(n-1)-nr_2}$$

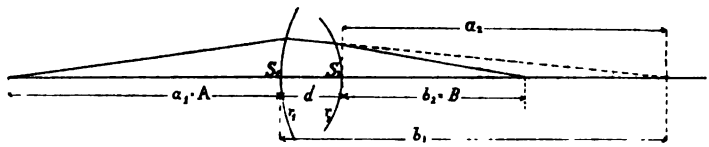



Fig. 74.

Vereinigen wir alsdann die beiden in Fig. 72 und 73 gezeichneten Strahlengänge auf eine Glasmasse (Fig. 74), so soll zur Objektweite $a_1$, die mit A bezeichnet werden möge, die Bildweite $b_2$, die wir hinfort B nennen wollen, gefunden werden. Die erste Fläche mit dem Radius $r_1$ lenkt die Strahlen in der Weise ab, dass sie in der Entfernung $b_1 = \frac{A.r_1.n}{A.(n-1)-r_1}$ hinter $S_1$ zum Schnitt kommen würden. Diese Bildweite ist nach Verminderung um d als Objektweite $a_2$ für die zweite Oberfläche $r_2$ anzusehen. Sie liegt diesmal rechts vom Scheitel $S_2$ im Gegensatz zu den Verhältnissen in Fig. 73 und muss daher mit umgekehrtem Vorzeichen in die Formeln eingesetzt werden. Man erhält dann:

$$b_2 = \frac{-(b_1-d).r_2}{-(b_1-d)(n-1)-nr_2} \quad \text{oder} \quad B = \frac{\left(\frac{Ar_1n}{A(n-1)-r_1} - d\right) r_2}{\left(\frac{Ar_1n}{A(n-1)-r_1} - d\right)(n-1)+nr_2};$$

oder
$$B = \frac{[Ar_1n - Ad(n-1) + r_1d]r_2}{[Ar_1n - Ad(n-1) + r_1d](n-1) + [A(n-1)-r_1]nr_2} \qquad (1)$$

Wird B unendlich gross, so muss A gleich der vom Scheitel $S_1$ aus gemessenen Brennweite $F_1S_1$ (Fig. 71) werden. Bezeichnet man diese Strecke mit $F_a$ und setzt in der letzten Formel $B = \infty$ so muss auch der Bruch unendlich gross, oder der Nenner gleich Null werden. Es ist also:

$$F_a r_1 n(n-1) - F_a d(n-1)(n-1) + r_1 d(n-1) + F_a n r_2 (n-1) - nr_1 r_2 = 0$$

oder
$$F_1S_1 = F_a = \frac{-r_1d(n-1) + nr_1r_2}{(n-1)[n(r_1+r_2) - d(n-1)]}. \qquad (2)$$

Für die Brennweite rechts vom Scheitel $S_2$ erhält man eine analoge Formel, in welcher nur $r_2$ gegen $r_1$ ausgetauscht ist.

$$F_2S_2 = F_b = \frac{-r_2d(n-1) + nr_1r_2}{(n-1)[n(r_1+r_2) - d(n-1)]}. \qquad (3)$$

Diese Formeln (2) und (3) lassen die Brennweite jeder Linse leicht berechnen, wenn Brechungsexponent des Glases, Linsendicke und Krümmungsradien bekannt sind. Vernachlässigen wir zunächst die Dicke der Linse und setzen in der Gleichung (1) $d=0$, so folgt:

$$B = \frac{Ar_1r_2n}{Ar_1n(n-1)+Ar_2n(n-1)-nr_1r_2} = \frac{Ar_1r_2}{A(n-1)(r_1+r_2)-r_1r_2},$$

woraus sich durch einfache Umformung ergibt:

$$\frac{1}{A}+\frac{1}{B}=\frac{(n-1)(r_1+r_2)}{r_1.r_2}. \quad (4)$$

Setzen wir ebenso in den Gleichungen (2) und (3) $d=0$, so ist die Brennweite

$$F=F_1S_1=F_2S_2=\frac{r_1r_2}{(n-1)(r_1+r_2)}. \quad (5)$$

Geben wir Gleichung (5) die Form $\frac{1}{F}=(n-1)\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)$, so lässt sich leicht erkennen, dass bei einer plankonvexen Linse ($r_1=\infty$) von gewöhnlichem Glas ($n=1.5$) die Brennweite doppelt so gross wie der Radius ist und dass bei einer symmetrisch bikonvexen Linse ($r_1=r_2$) die Brennweite dem Radius an Länge gleich kommt. Aus Gleichung (4) und (5) erhält man, immer unter der Annahme, dass die Dicke der Linse vernachlässigt werden darf, eine sehr einfache Beziehung zwischen Objekt-, Bild- und Brennweite.

Diese fundamentale Linsenformel, mit deren Hülfe man bei jeder Linse von bekannter Brennweite (F) die zu einer gegebenen Objektweite A gehörige Bildweite B finden kann, lautet:

$$\frac{1}{A}+\frac{1}{B}=\frac{1}{F}. \quad (6)$$

Immer ist dabei zu berücksichtigen, dass diese Formel nur für kleine Oeffnungswinkel der auffallenden oder austretenden Strahlen und mit Vernachlässigung der Linsendicke Gültigkeit hat. Die Längen A, B und F werden auf der Linsenaxe gemessen. Will man zu einem ausserhalb der Axe liegenden Objektpunkt den zugehörigen Bildpunkt finden, so sucht man zuerst die senkrecht darüber oder darunter liegenden Axenpunkte, errichtet in diesen Lote auf der Axe und zieht vom Objektpunkt eine Gerade durch den Mittelpunkt der Linse. Zur Uebung ist das von F. Lippich übersetzte Werkchen von G. Ferraris „Die fundamentalen Eigenschaften der dioptrischen Instrumente", Leipzig 1879, zu empfehlen.

Punkte, die in der durch die Fundamentalformel angegebenen Beziehung stehen, nennt man konjugierte Punkte; die zugehörigen Strahlen werden ebenfalls konjugiert genannt.

**77. Gesamtbrennweite zweier Linsen.** Mittelst der Fundamentalformel (6) kann man die Gesamtbrennweite zweier (und beliebig vieler) Linsen aus den Einzelbrennweiten und dem Abstand der Linsen finden. Es sei:

$f_1$ die Brennweite der ersten Linse,
$f_2$ „ „ „ zweiten Linse,
F „ „ „ vereinigten Linsen,
D der Abstand der beiden Linsen,
$A_1$ der Objektabstand von der ersten Linse,

$B_1$ der Bildabstand nach der Brechung durch die erste Linse allein,

$B_2$ der Bildabstand nach der Brechung auch durch die zweite Linse,

$\varphi$ der Abstand des gemeinsamen Brennpunktes hinter der zweiten Linse.

Dann ist nach (6)

$$\frac{1}{A_1}+\frac{1}{B_1}=\frac{1}{f_1} \text{ oder } B_1=\frac{A_1 f_1}{A_1-f_1}. \tag{7}$$

Der im Abstand $B_1$ hinter der ersten Linse befindliche Bildpunkt liegt um $D-B_1$ oder $B_1-D$ vor oder hinter der zweiten Linse. Im ersten Fall ist:

$$\frac{1}{D-B_1}+\frac{1}{B_2}=\frac{1}{f_2}$$

oder nach Einsetzung des Wertes für $B_1$ aus Formel (7)

$$\frac{1}{B_2}=\frac{1}{f_2}-\frac{1-\frac{f_1}{A_1}}{D-f_1-D\frac{f_1}{A_1}}.$$

Lässt man $A_1$ unendlich gross werden, so geht $B_2$ über in den Abstand des Brennpunktes des vereinigten Systems hinter der zweiten Linse, den wir mit $\varphi$ bezeichnen.

$$\frac{1}{\varphi}=\frac{1}{f_2}-\frac{1}{D-f_1} \text{ oder } \varphi=\frac{f_2(f_1-D)}{f_1+f_2-D}. \tag{8}$$

Die Brennweite F der dem Doppelsystem äquivalenten Linse ergibt sich aus der Betrachtung von Fig. 75 folgendermassen. Es folgt aus der Aehnlichkeit der Dreiecke:

$$\frac{mq}{oq}=\frac{mr}{ot}=\frac{ns}{ot}=\frac{np}{op}$$

$$\frac{f_1}{f_1-D}=\frac{F}{\varphi}$$

und nach Einsetzung von $\varphi$ aus (8)

$$F=\frac{f_1 f_2}{f_1+f_2-D}. \tag{9}$$

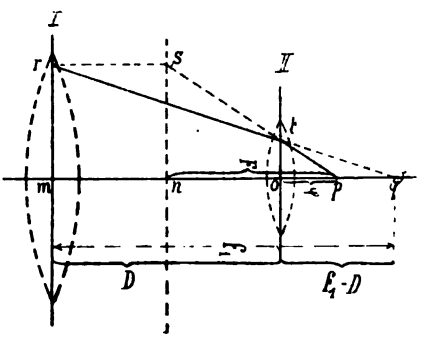


Fig. 75.

Der Abstand der beiden Linsen kann zuweilen vernachlässigt werden, dann ist:

$$F=\frac{f_1 f_2}{f_1+f_2} \text{ oder } \frac{1}{F}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}; \tag{10}$$

z. B. wirken zwei aneinander gelegte Linsen von gleicher Brennweite wie eine Linse von halber Brennweite.

Formel (10) erlaubt eine sehr bequeme Ausrechnung, wenn man von den Linsen nicht die Brennweiten, sondern deren inverse Werte angibt; so erklärt sich wohl die Einführung des Begriffes der Dioptrie. (Als Einheit der Diop-

trieen gilt jetzt eine Linse von 1 m Brennweite. Eine Linse von 2 m Brennweite hat die Dioptrie $^1/_2$, eine solche von 50 cm Brennweite die Dioptrie 2; beide nebeneinander gelegt haben vereint die Dioptrie $2^1/_2$.)

**78. Hauptpunkte und Hauptebenen.** Die wichtigste Eigenschaft der Linse ist, — um dies noch einmal hervorzuheben — dass alle Strahlen, welche auf der einen Seite der Linse einfallen und durch einen Punkt gehen, auch nach der Brechung durch die Linse wieder in einem Punkt vereinigt werden. Dabei ist nicht notwendig, dass die von links einfallenden Strahlen ihren Schnittpunkt auch links von der Linse haben, oder die rechts austretenden Strahlen sich auch rechts von der Linse schneiden; diese Schnittpunkte können durch Vorwärts- oder Rückwärts-Verlängerung erst zu Stande kommen. Wir wollen einen besonderen Fall herausgreifen, und uns zwei einfallende Strahlen *I* und *II* denken (Fig. 76), die sich innerhalb der Linse schneiden und von denen *I* parallel

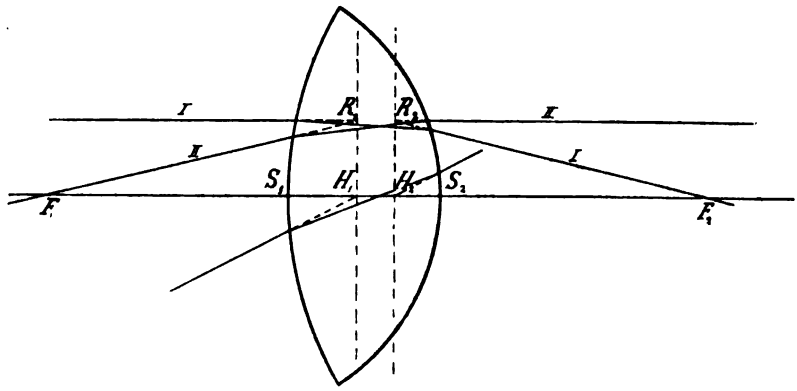



Fig. 76.

zur Axe eintritt, *II* parallel zur Axe austritt. Die Schnittpunkte $R_1$ und $R_2$ dieser rückwärts und vorwärts verlängerten Strahlen liegen innerhalb der Linse und nach Konstruktion gleichweit von der Axe entfernt, $H_1R_1 = H_2R_2$. Der Punkt $R_1$ wird in $R_2$ gleichsam abgebildet oder ein innerhalb der Linse gedachter Gegenstand $H_1R_1$ hat sein Bild in $H_2R_2$; es sind also in diesen beiden Ebenen, die man Hauptebenen oder Gauss sche Ebenen nennt, Objekt und Bild gleich gross und gleich gerichtet. Die Axe durchsticht die Hauptebenen in den Hauptpunkten. Mit Hülfe der Hauptebenen kann man die Fundamentalformel (6) auch auf beliebig dicke Linsen anwenden; man hat nur so zu verfahren, als wenn das zwischen den Hauptebenen befindliche Glasstück nicht vorhanden wäre und als wenn die Ablenkung nur an diesen Hauptebenen stattfände; man hat jeden auf die Linse fallenden Strahl bis zur ersten Hauptebene zu verlängern und seine unter dem Gesetz der Formel (6) stehende Fortsetzung in dem gleich weit von der Axe abstehenden Punkt der zweiten Hauptebene beginnen zu lassen. Im mittleren Teil von Fig. 76 ist eine derartige Konstruktion angegeben.

Die zu dieser Konstruktion erforderlichen Lagen der Hauptebenen oder die Längen $S_1H_1$ und $S_2H_2$ lassen sich wieder aus Krümmungsradien, Brechungsexponenten und Linsendicke berechnen. Wir wollen hier wegen der etwas umständlichen Ableitung auf Müller-Pouillet, 9. Aufl. 1897, S. 153 verweisen und nur das Resultat mitteilen. Mit Berufung auf die Bezeichnung von Fig. 71 ist:

$$S_1H_1 = \frac{r_1 d}{n(r_1 + r_2) - d(n-1)}; \quad S_2H_2 = \frac{r_2 d}{n(r_1 + r_2) - d(n-1)}, \qquad (11)\ (12)$$

wo n wieder der Brechungsexponent des Glases ist.

Man sieht aus den Gleichungen (11) (12), dass bei symmetrischem Bau der Linse ($r_1 = r_2$) die Hauptebenen gleichweit und zwar für $n = 1.5$ um $^1/_3 d$ von den Scheiteln abstehen, vorausgesetzt, dass man die Grösse d gegen 6r vernachlässigt; man sieht ferner, dass bei einer plankonvexen Linse ($r_1 = \infty$) gewöhnlichen Glases ($n = 1.5$) die eine Hauptebene im Scheitel der gekrümmten Fläche, die andere um $^1/_3 d$ hiervon entfernt innerhalb der Linse liegt.

Für die Bildkonstruktionen mag man sich noch merken, dass alle durch $H_1$ gehenden einfallenden Strahlen parallel durch $H_2$ austreten, dass also bei Vernachlässigung der Linsendicke alle durch den Mittelpunkt der Linse gehenden Strahlen dieselbe ungebrochen passieren (s. § 76 gegen Schluss). Hieraus folgt die Proportionalität der Grössen und Abstände von Bild und Objekt; also die Beziehung

$$\frac{\text{Objektgrösse}}{\text{Bildgrösse}} = \frac{\text{Objektabstand}}{\text{Bildabstand}} = \frac{A}{B}. \qquad (12a)$$

**79. Als Aequivalentbrennweite** bezeichnet man die Längen $F_1H_1$ und $F_2H_2$ (Fig. 71 oder 76), also die Abstände der Brennpunkte von den zugehörigen Hauptebenen. Unter Voraussetzung, dass auf beiden Seiten der Linse dasselbe Medium — hier immer Luft — liegt, ergibt sich auch eine beiderseitige Gleichheit der Aequivalentbrennweite, was eine der Einführung der Hauptebenen zu verdankende sehr wesentliche Vereinfachung ist.

Der Beweis für die Gleichheit von $F_1H_1$ und $F_2H_2$ ergibt sich durch Einsetzung der aus Formel (2) und (11) oder (3) und (12) zu erhaltenden Werte für die Teilstrecken

$$F_1S_1 + S_1H_1 = F_1H_1 = \frac{nr_1r_2 - r_1d(n-1)}{(n-1)[n(r_1+r_2) - d(n-1)]} + \frac{r_1 d}{n(r_1+r_2) - d(n-1)}$$
$$= \frac{nr_1r_2 - r_1d(n-1) + r_1d(n-1)}{(n-1)[n(r_1+r_2) - d(n-1)]}$$
$$= \frac{nr_1r_2}{(n-1)[n(r_1+r_2) - d(n-1)]}.$$

Der gleiche Ausdruck wird für $F_2S_2 + S_2H_2 = F_2H_2$ gefunden.

Rechenbeispiel: $r_1 = 50$ mm; $r_2 = 30$ mm; $n = 1.5$; $d = 20$ mm.

| | |
|---|---|
| $F_1S_1 = 31.82$ mm | $F_2S_2 = 35.46$ mm |
| $S_1H_1 = 9.09$ „ | $S_2H_2 = 5.45$ „ |
| $F_1H_1 = 40.91$ mm | $F_2H_2 = 40.91$ mm. |

Wie für jede Kombination von n-Linsen eine einzige Linse gesetzt werden kann, so lassen sich auch an Stelle der 2n Hauptebenen schliesslich nur zwei neue Hauptebenen und nicht mehr finden, die dann mit der ihnen zukommenden Aequivalentbrennweite an Stelle aller andern Hauptebenen und Brennweiten zu setzen sind.

Besondere Bedeutung gewinnt die Einführung der Hauptebenen noch dadurch, dass, wenn man alle Abstände von ihnen aus rechnet, nicht nur die Formel (12a) für die Vergrösserung, sondern auch die fundamentale Linsenformel (6) S. 122 für jede beliebig dicke Linse oder Linsenkombination genau ist.

Bezeichnen wir nämlich mit A und B Objekt- und Bildabstand von den beiden Hauptebenen an gemessen, so ist bei Benutzung der Formeln von § 76:

$$A = a_1 + S_1H_1\,, \qquad B = b_2 + S_2H_2\,,$$

oder nach Formel (11) und (12)

$$A = a_1 + \frac{r_1 d}{n(r_1 + r_2) - d(n-1)}\,, \quad B = b_2 + \frac{r_2 d}{n(r_1 + r_2) - d(n-1)}\,.$$

Führen wir die in § 76 gefundenen Ausdrücke für $a_1$ und $b_2$ ein und setzen noch $a_2 = d - b_1$, so folgt:

$$A = \frac{nr_1[r_2b_1 - r_1(d-b_1)]}{[n(r_1+r_2)-d(n-1)][b_1(n-1)-nr_1]}\,, \quad B = \frac{nr_2[r_2b_1 - r_1(d-b_1)]}{[n(r_1+r_2)-d(n-1)][nr_2-(d-b_1)(n-1)]}\,.$$

Hieraus ergibt sich

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{(n-1)[n(r_1+r_2)-d(n-1)]}{nr_1r_2}\,.$$

also:

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{F}\,.$$

**80. Die Ermittelung der Aequivalentbrennweite** einer vorliegenden Linse durch Bestimmung der Krümmungsradien, des Brechungsexponenten und der Dicke ist in der Praxis eine recht umständliche Aufgabe, die noch viel komplizierter wird, wenn es sich um zusammengesetzte Linsen oder gar um ganze Systeme zusammengesetzter Linsen, wie sie in den Mikroskopobjektiven vorliegen, handelt.

Viel leichter und mit sehr geringen Hülfsmitteln lässt sich dagegen die Aequivalentbrennweite einer Linse auf andere Weise ermitteln. Am einfachsten liegen natürlich die Verhältnisse, wenn man die Linsendicke vernachlässigen darf und also nur den Abstand des Brennpunktes von einer der Oberflächen der Linsen zu ermitteln hat. Grössere Linsen von mehreren cm Brennweite hält man bei einer roh auszuführenden Bestimmung vor eine Wand, so dass auf dieser das Bild eines fernen Gegenstandes — etwa des gegenüber liegenden Fensters — scharf entworfen wird, worauf man durch einen seitlich gehaltenen Massstab den der Brennweite entsprechenden Abstand misst. Genauere Messungen lassen sich mit dem in Fig. 77 abgebildeten Fokometer ausführen. Bei kleineren Dimensionen der Linse führt man diese Messung mittelst eines Mikroskops aus, indem man zuerst auf die ev. durch ein winziges Staubfäserchen kenntlich gemachte Linsenoberfläche und dann auf das Bild eines fernen Gegenstandes scharf einstellt. Die beiden Stellungen des Tubus werden auf irgend eine Weise am Tubushalter markiert und am einfachsten mit dem Zirkel abgegriffen. Bei den Zeissschen Mikroskopen kann man das Hülfsobjektiv an den unteren Rand des inneren Tubus anschrauben und dann die Teilung, welche sonst zur Bestimmung der Tubuslänge dient, verwenden. Bei den Fuessschen Mikroskopen

wird auf Vorschlag des Verfassers die durch Trieb bewegliche Zahnstange mit Teilung und Nonius versehen.

Etwas weniger einfach ist die Ermittlung der Aequivalentbrennweiten, also der Brennpunktsabstände nicht von den Linsenscheiteln, sondern von den Hauptebenen.

Wenn man die zu einer bestimmten Objektweite A gehörige Bildweite B messen würde, so könnte es auf den ersten Blick scheinen, als wenn mittelst der Fundamentalformel (6) die Aequivalentbrennweite F zu berechnen wäre, aber diese Längen A, B und F reichen bei Berücksichtigung der Linsendicke bis zu den Hauptebenen, deren Lage vorläufig nicht bekannt ist. Durch folgenden von Abbe ausgedachten Kunstgriff[1]) kann man indessen diese Schwierigkeit umgehen. Nach Formel (6) ist für zwei verschiedene Objekt- und Bildweiten:

$$A_1 = F\left(1 + \frac{A_1}{B_1}\right) \text{ und } A_2 = F\left(1 + \frac{A_2}{B_2}\right),$$

woraus man durch Subtraktion erhält:

$$F = \frac{A_1 - A_2}{\frac{A_1}{B_1} - \frac{A_2}{B_2}} \tag{13}$$

oder in Worten:

$$\text{Aequiv. Brennweite} = \frac{\text{Verschiebung des Objekts}}{\frac{\text{Objektgrösse}}{\text{Bildgrösse}} \text{ bei Stellung I} - \frac{\text{Objektgrösse}}{\text{Bildgrösse}} \text{ bei Stellung II}}.$$

Um F zu finden, hat man also bei zwei verschiedenen Objektweiten, die nicht selbst, sondern nur in ihrem Unterschied bekannt sein müssen, die Vergrösserung (oder Verkleinerung) zu messen.

Bei Linsen von 10—50 mm Brennweite kann man sich der in Fig. 77 abgebildeten kleinen optischen Bank von etwa 50 cm Länge bedienen. Als Objekt verwendet man eine schwarze, auf weissem Celluloid oder dergl. eingravierte Millimeterskala, und zur Messung des Bildes dient eine mit Lupe abzulesende photographierte Skala, wie solche in $^1/_{10}$ mm geteilt von J. Möller, Wedel in Holstein, sehr schön und billig hergestellt werden.

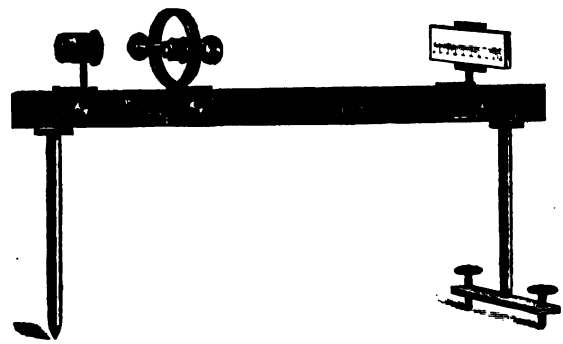


Fig. 77.

Die Linse bleibt während der ganzen Bestimmung fest an einem Platz. Eine Art Universalklammer, die Objektive, Okulare und auch Linsen ohne Fassung zu halten erlaubt, befindet sich innerhalb des Ringes in Fig. 77 abgebildet. An den Schraubenenden sind tief gekerbte Metallklötzchen so befestigt, dass sie sich wie die Schraubenaxen aber unabhängig hiervon drehen können. Hat man also eine Linse nicht zentrisch eingeklemmt, so bewegt man beide Schrauben

1) cf. S. Czapski, Zeitschr. f. Instr. 1892. 189—191.

gleich stark in der gleichen Richtung, wobei die Linse sich mit dreht und in der richtigen Zentrierung eventuell horizontal zu liegen kommt. Die drehbaren Klötzchen erlauben dann eine Aufrichtung ohne Aenderung der Zentrierung. Fig. 78 zeigt schematisch die erste Stellung, bei der man die Objektskala auf einen möglichst weit entfernten Skalenteil $a_1$ der Schiene einstellt und alsdann das in $\beta_1$ entworfene Bild mit der Bildskala misst. Der Abstand des Bildes von der Linse oder vom Objekt bleibt unbekannt. In der zweiten Stellung (Fig. 79) wird die Objektskala um eine bestimmte Länge $A_1$—$A_2$, die recht gross zu wählen ist, der Linse genähert und ihr Bild bei $\beta_2$ abermals gemessen. Hat man auf diese Weise die Werte für die Formel (13) und damit die Aequivalentbrennweite $F = F_1H_1 = F_2H_2$ (Fig. 71) gefunden, so muss man noch den Abstand der beiden Brennpunkte vor und hinter der Linse von den zugekehrten Glasflächen messen ($F_1S_1$ und $F_2S_2$ in Fig. 71), um durch Subtraktion $S_1H_1$ und $S_2H_2$ und damit die Lage der für alle genaueren Bildkonstruktionen erforderlichen Hauptebenen zu erhalten. Diese Fokalabstände lassen sich, wie schon oben bemerkt, mit dem Fokometer (Fig. 77) ebenfalls sehr schnell bis auf 0.1 mm bestimmen. Man bringt die Linse zuerst mit der Bildskala in Berührung und stellt dann — Linse und Bildskala-Lupe als Fernrohr verwendet — auf einen fernen Gegenstand scharf ein. Beide Lagen der Linse an der Teilung der Schiene abgelesen und von einander abgezogen ergeben die Fokaldistanz für eine Seite der Linse. An Stelle der zwischen dicken Glasplatten eingeschalteten photographierten Skala ist es hier bequemer, ein auf Glas graviertes Kreuz zu wählen, damit man die Linse in unmittelbaren Kontakt mit diesem Kreuz bringen kann und keine weiteren Korrekturen auszuführen hat.

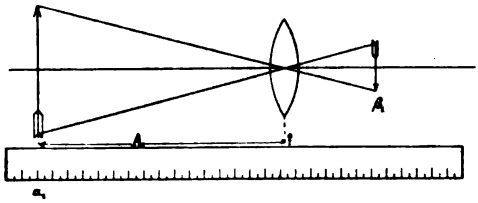


Fig. 78.

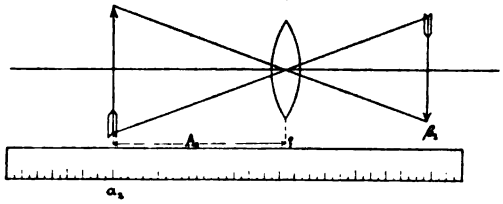


Fig. 79.

Zur Bestimmung der Aequivalentbrennweite der stärkeren Mikroskopobjektive und dergl. kann man ein gewöhnliches mit Okularmikrometer (s. § 106) versehenes Mikroskop verwenden, wenn man es rechts und links durch zwei Kästchen unterstützt, etwa 20 cm über dem Tisch aufstellt und unten auf die Tischplatte zwischen die Kästchen eine ebene Metall- oder Spiegelglasplatte legt. Das auf die Aequivalentbrennweite zu untersuchende Objektiv liegt mit der Frontlinse nach oben oder nach unten (zur Kontrolle führt man Messungen in beiden Stellungen aus) auf einem Objektträger auf dem Mikroskoptisch. Als anzuvisierendes Objekt dient wieder der Celluloidmassstab, den man bei der ersten Messung ($a_1$ in Fig. 78) unten auf den Tisch auf die Spiegelglasplatte legt und bei der zweiten ($a_2$ in Fig. 79) um ein bestimmtes Stück heben muss. Diese Hebung lässt sich sehr einfach und genau ausführen, wenn man ein beiderseits gerade abgeschnittenes und der Länge nach genau bestimmtes Rohr von etwa 3 cm Dicke und 15 bis 20 cm Länge auf die Glasplatte stellt und hierauf die Skala legt. Als Okularmikrometer dient eine Möllersche Skala, die wegen der aufgeschriebenen Zahlen eine sehr sichere Ablesung gestattet; y mm (also 10y Teilstriche) dieser Skala mögen bei einem durch das Mikroskop betrachteten Gegenstand x mm entsprechen; x:y wollen wir $\kappa$ nennen (s. auch § 106 über Messungen mit dem Okularmikrometer). Bei der unteren Lage der Celluloidskala sollen $s_1$ mm von dieser mit $o_1$ mm der Okularskala, bei der oberen

Lage $s_2$ mm mit $o_2$ mm sich decken, dann kann man die Formel (13) S. 127 auch schreiben:

$$F = \frac{A_1 - A_2}{\frac{s_1}{o_1 \kappa} - \frac{s_2}{o_2 \kappa}} = \frac{\kappa(A_1 - A_2)}{\frac{s_1}{o_1} - \frac{s_2}{o_2}}.$$

Ein Schema für die Aufzeichnung der Ablesungen ist etwa folgendermassen anzulegen:

| Okularmikrometerwert | Celluloidskala unten ($A_1$) | Celluloidskala oben ($A_2$) | $(A_1 - A_2)\kappa$ = (Rohrlänge) $\kappa$ |
|---|---|---|---|
| Gegenstand von x mm hat bei Betrachtung mit dem Mikroskop im Okularmikrometer eine Länge von y mm | Celluloidskala $s_1$ mm entsprechen Okularmikrometerskala $o_1$ mm | Celluloidskala $s_2$ mm entsprechen Okularmikrometerskala $o_2$ mm | $\frac{s_1}{o_1} - \frac{s_2}{o_2}$ |
| $\frac{x}{y} = \kappa$ | $\frac{s_1}{o_1}$ | $\frac{s_2}{o_2}$ | F |

**81. Oeffnung der Linsen und numerische Apertur.** Die Oeffnung einer Linse steht in engstem Zusammenhang mit der Lichtstärke der durch sie entworfenen Bilder und ist bei den Mikroskopen von hervorragender Bedeutung für das Definitionsvermögen eines Systems. Das Verhältnis der Oeffnung $2r$ (Fig. 80) einer Linse zu ihrer Brennweite $f$, also $\frac{2r}{f}$ nennt man die relative Oeffnung, und den Winkel $2u$ den Oeffnungswinkel. Bei einer Linse, welche von einem fernen Objekt ein Bild entwirft, also bei einem Fernrohrobjektiv, ist die Lichtstärke der Bilder direkt proportional der Linsenfläche und umgekehrt proportional dem Quadrat der Brennweite. Die erste Beziehung ist wohl unmittelbar verständlich, da eine grössere Linse ihrer Grösse entsprechend mehr Strahlen aufnimmt. Die zweite Beziehung kann durch ein Rechenbeispiel leicht verdeutlicht werden. Man denke sich zwei Linsen mit der gleichen Oeffnung $2r = 10$ mm und vor jeder ein Objekt in 100 m Entfernung. Die Brennweiten der Linsen seien 100 mm und 50 mm und die Objekte seien Flächen von 1 □m und 2×2 □m Grösse. Die von den beiden Linsen entworfenen Bilder sind alsdann gleich gross, das Bild von Linse II enthält aber viermal mehr Licht, da es von einer viermal grösseren Fläche stammt.

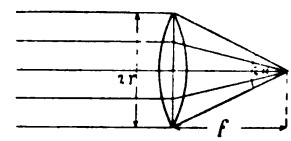


Fig. 80.

| Linse | I | II |
|---|---|---|
| Brennweite . . | 100 mm | 50 mm |
| Objektgrösse . | 1 □m | 2×2 □m |
| Bildgrösse . . | 1 □mm | 1 □mm |

Bei dem Versuch, eine Beziehung zwischen Lichtstärke und Oeffnungswinkel aufzustellen, könnte man auf den Gedanken kommen, dass $r:f = tg\,u$ und demnach die Lichtstärke eines Fernrohrobjektivs proportional dem Quadrat der Tangente des halben Oeffnungswinkels sei; dieser Ausdruck wäre aber nicht exakt. Nur bei Fernrohren mit kleinen Oeffnungswinkeln, also bei im allgemeinen langen Rohren käme man der Wahrheit recht nahe, weil hier die in den §§ 75—80 fortwährend gemachte Einschränkung, dass nämlich die zur Verwendung kommenden Strahlen nur kleine Winkel mit den Linsenaxen bilden, zutrifft. — Anders liegen die Verhältnisse bei kurzen Fernrohren oder solchen mit grossem Oeffnungswinkel und ganz besonders bei Mikroskop-Objektiven, wo nicht die Tangente, sondern der Sinus des halben Oeffnungswinkels für die Lichtstärke in Betracht kommt. Diese Grösse nennt Abbe (1873) die numerische Apertur. Für Trockensysteme ist

$$\text{num. Ap.} = \sin u,$$

für Immersionssysteme

$$\text{num. Ap.} = n \sin u,$$

wo n der Brechungsexponent des zwischen Deckglas und Frontlinse des Objektivs befindlichen Mediums ist. Diese Ersetzung der Tangente durch den Sinus hängt mit einem Fundamentalsatz der geometrischen Optik zusammen, der als Sinussatz bezeichnet wird und etwa folgendermassen lautet: Ist S ein von einem Punkte P des Objektes ausgehender Strahl, $S_1$ der aus ihm in dem optischen System durch Brechung oder Reflexion hervorgehende Bildstrahl, sind ferner u und $u_1$ die Winkel, die diese beiden Strahlen mit der optischen Axe bilden, sind endlich y und $y_1$ die entsprechenden Längen von Objekt und Bild ($y_1 : y$ = linearer Vergrösserung), n und $n_1$ die Brechungsexponenten im Objektraum und Bildraum, so ist bei aplanatischer Abbildung (s. § 83) $\sin u : \sin u_1 = n_1 y_1 : n y$. Nur bei den Immersionssystemen sind n und $n_1$ verschieden; bei Trockensystemen ist $n = n_1 = 1$. Wegen der Ableitung dieses Sinussatzes (aus dem Satz vom ausgezeichneten Lichtweg) sei wieder auf das mehrfach erwähnte Lehrbuch der Optik von P. Drude verwiesen.

**82. Sphärische und chromatische Aberration.** Wenn ein mit monochromatischem Licht leuchtender Axenpunkt seine Strahlen auf eine Sammellinse von grosser Oeffnung fallen lässt, so liegen die durch zentrale und durch peripherische Teile der Linse entworfenen Bilder zwar immer auf der Axe, aber hier nicht an der gleichen Stelle: es zeigt sich die sphärische Aberration. Die Bilder der unter grösserem Winkel gegen die Axe einfallenden oder austretenden Strahlen liegen der Linse etwas näher, als dies bei mehr zentralen Strahlenbündeln der Fall ist. Ein solches, durch eine Sammellinse entworfenes Bild zeigt sphärische Unterkorrektion (s. Fig. 97 S. 145), während eine Zerstreuungslinse sphärische Ueberkorrektion aufweist.

Auch die Farbenzerstreuung des weissen Lichtes macht sich störend bemerkbar. Wenn ein mit weissem Licht leuchtender Axenpunkt seine

Strahlen auf eine Sammellinse von noch so kleiner Oeffnung fallen lässt, so wird das durch die blauen Strahlen erzeugte Bild der Linse näher liegen als das Bild der roten Strahlen und das Umgekehrte wird bei einer Zerstreuungslinse eintreten. Man nennt dies die chromatische Aberration.

**83. Aplanatische und anastigmatische Systeme.** Die fundamentale Linsenformel ist, wie schon gesagt, im allgemeinen nur bei kleinen Oeffnungswinkeln der in der Nähe der Linsenaxe auffallenden Strahlenbüschel gültig. In der Tat erhält man durch gewöhnliche einfache Linsen, wenn man jene Einschränkung ausser acht lässt, ganz ausserordentlich verzerrte Bilder; und das Bestreben der Optiker geht seit alters dahin, durch geeignete Kombinationen von Linsen verschiedener Krümmung und verschiedener Lichtbrechung diese Verzerrungen so klein wie möglich zu machen. Uebrigens wird es niemals gelingen, eine Linsenkombination derartig herzustellen, dass sie einen Gegenstand Punkt für Punkt innerhalb und ausserhalb der Axe und auch in verschiedenen Objektweiten genau abbildet. Es lassen sich mit andern Worten beliebig ausgedehnte Objekte mit beliebig weiten Strahlenbüscheln nicht scharf abbilden.

Dagegen ist es gelungen, kleine auf der Axe gelegene Objekte, deren Abstand von den Hauptebenen vorgeschrieben ist, mit sehr weiten Strahlenbüscheln scharf abzubilden, d. h. die sphärische (und chromatische) Aberration so klein zu machen, dass nur die infolge der Beugung unvermeidliche Unklarheit übrig bleibt. Solche Linsensysteme finden bei den Mikroskop- und Fernrohrobjektiven Anwendung und werden aplanatisch genannt.

Auch ist es gelungen, beliebig grosse Objekte durch sehr enge Strahlenbüschel nahezu fehlerfrei abzubilden, wie dies in den photographischen Linsensätzen und in den Okularen sowohl der Fernrohre wie der Mikroskope geschieht. Bei diesen Linsenkombinationen hat man ausser auf die Verzerrung der Bilder — d. h. die Verkürzung oder Verlängerung weit von der Axe abstehender Objektteile — noch darauf zu achten, dass die einfachen Linsen alle weit von der optischen Axe abstehenden Objektpunkte nicht wieder als Punkte abbilden, sondern durch zwei Linienstückchen darstellen, die in senkrecht zu einander liegenden Ebenen sich befinden. Diese Linseneigenschaft nennt man Astigmatismus, und Linsenkombinationen, welche die Auflösung eines Punktes in linienförmige Gebilde vermeiden, heissen anastigmatisch.

Bei der Berechnung solcher Systeme kommt man mit der fundamentalen Linsenformel (6) S. 122 nicht aus, und es müssen neue Eigenschaften der Linsen aufgedeckt werden, um eine Erweiterung des Problems der Bilderzeugung möglich zu machen. Die Aufgaben, die sich hier der optischen Technik bieten, können sehr kompliziert werden, und schon der Raum erlaubt uns nicht, näher darauf einzugehen. Nur an einigen Beispielen möge der Weg angedeutet werden, auf dem man dem Ziele zustrebt.

Zunächst kann man die sphärische Aberration verkleinern und damit einen Aplanatismus anbahnen, wenn man die Krümmungsradien möglichst gross wählt und um an Brennweite nicht zu verlieren, möglichst hoch brechende Gläser nimmt, oder wenn man an Stelle einer Linse von vorgeschriebener Brennweite mehrere Linsen anwendet, die zusammen die gleiche Aequivalentbrennweite wie die eine Linse haben. Auch lässt sich durch passende Wahl der Krümmungsradien schon mit einer einzigen Linse eine Verringerung der Aberration herbeiführen, wie dies aus folgenden, Drude's Lehrbuch der Optik (Leipzig, 1900, 53) entnommenen Beispielen zu ersehen ist. Hier soll jede Linse eine freie Oeffnung von 10 mm und für zentrale Strahlen eine Brennweite von 100 mm haben. Für randliche Strahlen verringert sich dann diese Brennweite um den in der Kolonne unter „sphär. Aberr." angegebenen Betrag.

| Form | $n = 1.5$ | | $n = 2.0$ | |
|---|---|---|---|---|
| | $r_1 : r_1$ | sphär. Aberr. | $r_1 : r_2$ | sphär. Aberr. |
| 1. Plankonvexe Linse, Planfläche dem weit entfernten Objekt zugekehrt. | $\infty$ | 4.5 mm | $\infty$ | 2.0 mm |
| 2. Bikonvexe Linse, beide Radien gleich. | 1 | 1.67 „ | 1 | 1.0 „ |
| 3. Plankonvexe Linse, Planfläche dem nahen Bild zugekehrt. | 0 | 1.17 „ | 0 | 0.5 „ |
| 4. Günstigste Form. Bei $n = 1.5$ bikonvex, bei $n = 2.0$ konkav-konvex. Die stärker gekrümmten konvexen Flächen dem fernen Objekt zugekehrt. | 1:6 | 1.07 „ | 1:5 | 0.44 „ |

Aus dieser Tabelle ersieht man, dass bei Erhöhung des Brechungsexponenten von 1.5 auf 2.0 die sphärische Aberration auf den halben Betrag reduziert wird und dass durch Verteilung der Brechung auf zwei Flächen eine noch stärkere Reduktion eintritt. Plankonvexe Linsen zeigen eine viel geringere Aberration, wenn die konvexe Fläche dem fernen Objekt zugewendet ist (Beispiel 3) als umgekehrt (Beispiel 1). Im ersten Fall sind beide Flächen der Linse an der Brechung beteiligt, im letzteren findet an der Planfläche keine Ablenkung statt, die ganze Brechung erfolgt vielmehr durch die konvexe Fläche.

Wenn man aus verschiedenen Glassorten Linsen herstellen kann, die bei gleicher Brennweite verschiedene Aberration zeigen, so kann man auch derartige Linsen bei gleicher Aberration von verschiedener Brennweite erhalten und wenn man nun weiter die eine Linse konvex, die andere konkav wählt, so wissen wir aus dem vorigen Paragraphen, dass die Aberration bei solchen Linsen umgekehrt liegt und können deshalb leicht zu dem Schluss geführt werden, dass durch die Kombination von zwei solchen Linsen die sphärische Aberration aufgehoben wird. Ein solches „korrigiertes System" wird aplanatisch genannt.

Nach Beispiel 2 der obigen Tabelle hat eine bikonvexe Linse mit $n = 1.5$, $f_1 = 100$ mm die Aberration 1.67 mm. Eine bikonkave Linse mit

$n = 2.0$ würde die gleich grosse (aber umgekehrt liegende) Aberration bei einer (negativen) Brennweite von $f_1 = -167$ mm haben. Durch Aneinanderlegung dieser beiden Linsen erhält man nach Formel (10) S. 123 ein korrigiertes System mit der Gesamtbrennweite

$$1 : F = {}^1/_{100} - {}^1/_{167} = {}^1/_{249} \text{ mm}.$$

Hebt man die sphärische Aberration der Konvexlinse nicht vollständig auf, dann heisst ein solches System „unterverbessert", überwiegt aber die Wirkung der Konkavlinse, so wird ein derartiges System „überverbessert" genannt.

Auch durch Kombination zweier Linsen der gleichen Glassorte lässt sich die Aberration verringern, wie das kurz an Fig. 81 erläutert werden möge. Von den beiden Strahlen $abc$ und $a_1 b_1 c_1$ — die wir uns einstweilen als einfarbig denken — trifft der erstere die grössere Linse am Rande, die kleinere mehr nach der Mitte hin, während es bei dem zweiten Strahl umgekehrt ist. $abc$ erhält also die stärkere sphärische Aberration durch die grössere, $a_1 b_1 c_1$ durch die kleinere Linse, womit eine teilweise Beseitigung der Aberration des Systems angebahnt ist.

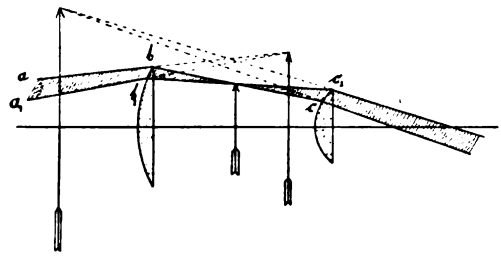


Fig. 81.

Bei sehr grossen Oeffnungswinkeln, wie sie bis nahe an 180° steigend bei Mikroskopobjektiven vorkommen, nimmt man zur Herstellung möglichst aberrationsfreier Bilder eine von Amici zuerst angewandte Eigenschaft der kugelförmigen Linsen zu Hülfe. In jeder Glaskugel gibt es nämlich einen Punkt $A$ (Fig. 82, wo die eine Hälfte der Kugel ausgezogen, die andere gestrichelt ist), von welchem aus die Strahlen so gebrochen werden, dass sie bei Rückwärtsverlängerung genau — also ohne irgend welche sphärische Aberration — durch einen Punkt $B$ gehen, und zwar findet dies bei jeder beliebig grossen Oeffnung des Strahlenbüschels statt. Der Radius der Kugel sei r, ihr Brechungsexponent n, dann liegen nach der Weierstrassschen Konstruktion die beiden Punkte $A$ und $B$ so, dass $o_1 A = r : n$ und $o_1 B = r . n$ ist. In der Tat lässt sich zeigen, dass

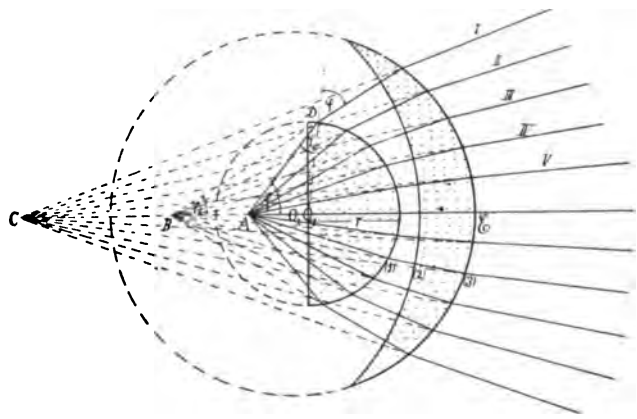


Fig. 82.

nach der Konstruktion $BD$ die Rückwärtsverlängerung des bei $D$ nach dem Snelliusschen Gesetz austretenden Strahls bildet.

Nach Konstruktion ist in $\triangle o_1AD$: $o_1A : o_1D = \frac{r}{n} : r$

" " " " $\triangle o_1BD$: $o_1D : o_1B = r : rn$.

Hieraus folgt die Aehnlichkeit der beiden Dreiecke und daher

$$o_1AD = BDo_1.$$

Aus $\triangle o_1AD$ folgt ferner:

$$\frac{o_1D}{o_1A} = \frac{r}{\frac{r}{n}} = \frac{\sin o_1AD}{\sin ADo_1}.$$

Da nun die linke Seite gleich $n$ ist, so muss auch $o_1AD$ gleich dem Austrittswinkel des Strahles $I$ sein. Für alle Strahlen $I$, $II$, $III$ u. s. w. gilt das gleiche; sie schneiden sich, wenn sie von einem Punkt $A$ ausgehen, in einem Punkt $B$. Auf diese Weise ist aus dem stark divergenten, von $A$ ausgehenden Strahlenbüschel ein weniger stark divergentes Büschel, das in $B$ seinen virtuellen Ursprung nimmt, geworden.

Bringt man nun hinter der Kugel eine konkav-konvexe Linse an, von welcher die der Kugel zugekehrte Krümmung (2 in Fig. 82) ihren Mittelpunkt in $B$ hat, so findet an dieser Fläche für die aus der ersten Kugel austretenden Strahlen senkrechte Inzidenz und also keine Ablenkung statt. Die Strahlen treten in die zweite Linse ein, wie wenn links von der Fläche 2 alles aus Glas bestände, und diese im Querschnitt mondförmige Linse ist in ihrer optischen Wirkung einer Kugel gleich zu setzen. Nimmt man für die Strecke $BE$ und den Abstand des neuen Bildpunktes $C$ irgend passende Längen an, so dass also $BE$ und $CB$ gegeben sind, so ist der Radius $r_1$ der durch $E$ gehenden Krümmung 3 leicht zu finden:

$$Bo_2 + r_1 = BE$$

$$Bo_2 = \frac{r_1}{n}$$

$$CB + Bo_2 = r_1 n.$$

Durch die beiden Gläser — Kugel und konkav-konvexe Linse — werden die von einem Punkt $A$ unter sehr grossen Winkeln ausgehenden Strahlen auf einen Bildpunkt $C$ zurückgeführt, der durch weitere konkav-konvexe Linsen immer weiter hinausgeschoben werden kann, so dass die austretenden Strahlen schliesslich nur einen kleinen Oeffnungswinkel haben und dem gewöhnlichen Linsengesetz annähernd gehorchen. Bei Anwendung des Amicischen Prinzips bettet man natürlich die Objekte nicht in eine Glaskugel ein, sondern man schneidet die Kugel etwa in der Mitte durch (s. Fig. 82) und ersetzt die weggeschnittene Hälfte durch eine Flüssigkeit. Das Brechungsvermögen dieser Flüssigkeit (Zedernholzöl mit $n = 1.52$ ist sehr beliebt) ist der Frontlinse des Objektivs genau anzupassen, daher legen die optischen Firmen grossen Wert darauf, dass bei den starken Immersionssystemen von hohem Auflösungsvermögen nur die von diesen Firmen präparierten Oele verwendet werden. Auch bei

den Trockensystemen findet das Amicische Prinzip Anwendung (Fig. 83). Hier fallen die vom Objekt in Luft ausgehenden, in die Halbkugel eintretenden Strahlen so auf deren gekrümmte Fläche, als wenn sie vom Punkt $A$ (Fig. 82) kämen (s. auch Wirkung des Deckglases S. 145). Das Amicische Prinzip erlaubt also einen Punkt aberrationsfrei, nicht aber ein auf der Axe senkrecht stehendes Flächenstück scharf und unverzerrt abzubilden, denn für Punkte, welche über oder unter $A$ liegen, ist der Strahlenverlauf etwas anders. Immerhin kann man bei kleineren Objekten — und um solche handelt es sich ja hier — eine wesentliche Verbesserung der Bilder erreichen und zu dem gelangen, was Abbe aplanatische Systeme nennt.

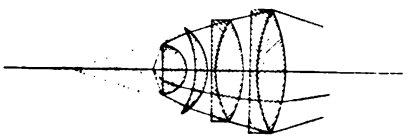


Fig. 83.

**84. Achromatische Systeme.** Will man Systeme konstruieren, welche für blaues und rotes Licht gleiche Brennweite haben, welche also in bezug auf die Brennweite achromatisch sind (wobei sie durchaus nicht für andere Objekt- und Bildweiten achromatisch zu sein brauchen), so muss man sie aus zwei Gläsern von sehr verschiedener Brechbarkeit und Dispersion (Flint- und Crownglas im allgemeinen) zusammensetzen und z. B. durch Kombination einer Sammellinse und einer Zerstreuungslinse herstellen (s. Schluss von § 82). Zunächst gelingt es nur für zwei Farben, die Achromasie zu erhalten, z. B. für das Licht der Fraunhoferschen Linien $C$ und $F$. Damit ist die Achromasie für andere Farben im allgemeinen nicht verbunden; die Bilder zeigen noch schwache Farbensäume oder das sog. sekundäre Spektrum.

Bei der Berechnung achromatischer Linsen, die hier mit Vernachlässigung der Linsendicke kurz angedeutet werden möge, hat man die Brennweiten und Radien ihrem absoluten Betrag nach in die Formeln einzusetzen; man hat sich also zu erinnern, dass die Zerstreuungslinsen eine negative Brennweite etc. haben.

Linse I (Sammellinse) habe für rotes und blaues Licht die Brennweiten und Brechungsexponenten $f_{1C}$, $f_{1F}$, $n_{1C}$, $n_{1F}$; Linse II (Zerstreuungslinse) die analogen Werte $f_{2C}$, $f_{2F}$, $n_{2C}$, $n_{2F}$; die Krümmungsradien der Linsen seien $r_1$, $r_2$, $r_3$, $r_4$ und zur Vereinfachung werde gesetzt:

$$R_1 = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}; \quad R_2 = \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4}.$$

Dann ist nach Formel (5), S. 122:

$$\frac{1}{f_{1C}} = (n_{1C} - 1).R_1; \qquad \frac{1}{f_{1F}} = (n_{1F} - 1).R_1;$$

$$\frac{1}{f_{2C}} = (n_{2C} - 1).R_2; \qquad \frac{1}{f_{2F}} = (n_{2F} - 1).R_2.$$

Die Gesamtbrennweite der zusammengesetzten Linse ist dann nach Formel (10) S. 123:

$$\frac{1}{f_C} = (n_{1C} - 1).R_1 + (n_{2C} - 1).R_2; \quad \frac{1}{f_F} = (n_{1F} - 1).R_1 + (n_{2F} - 1).R_2.$$

Soll die Linse achromatisch für C und F sein, so muss sie für diese beiden Farben die gleiche Brennweite haben, also muss sein:

$$\frac{1}{f_C}=\frac{1}{f_F} \text{ oder } (n_{1C}-1).R_1+(n_{2C}-1).R_2=(n_{1F}-1).R_1+(n_{2F}-1).R_2$$

$$R_1.(n_{1F}-n_{1C})+R_2(n_{2F}-n_{2C})=0.$$

Für eine mittlere Farbe (z. B. für gelbes Licht) seien die Brechungsexponenten der beiden Gläser $n_1$ und $n_2$, dann ist auch:

$$\frac{1}{f_1}=(n_1-1).R_1; \qquad \frac{1}{f_2}=(n_2-1).R_2.$$

Setzt man die hieraus sich ergebenden Werte für $R_1$ und $R_2$ in die vorige Gleichung ein, so erhält man

$$\frac{(n_{1F}-n_{1C})}{f_1.(n_1-1)}+\frac{(n_{2F}-n_{2C})}{f_2.(n_2-1)}=0.$$

Hier findet sich die auf S. 62 erklärte relative Dispersion, welche wir mit $\nu_1$ und $\nu_2$ bezeichnen wollen, so dass also schliesslich die Bedingung für die Achromasie des Systems lautet:

$$\frac{\nu_1}{f_1}+\frac{\nu_2}{f_2}=0.$$

Man kann in vielen Fällen ein achromatisches System auch dadurch herstellen, dass man nicht wie hier eine Sammellinse mit einer Zerstreuungslinse kombiniert, sondern dass man 2 Sammellinsen in bestimmten Entfernungen von einander aufstellt, wie das bei den in § 86 S. 143—144 besprochenen Okularen häufig geschieht.

Formel (9) S. 123 gibt an, wie die Gesamtbrennweite zweier Linsen im Abstand D durch die Einzelbrennweiten ausgedrückt wird. Man bildet unter Benutzung der obigen, abkürzenden Bezeichnung analoge Ausdrücke für $f_C$ und $f_F$, die bei einem achromatischen System einander gleich sein müssen, so dass man erhält:

$$(n_{1C}-1).R_1+(n_{2C}-1)R_2-D.(n_{1C}-1).(n_{2C}-1).R_1.R_2=$$
$$(n_{1F}-1).R_1+(n_{2F}-1)R_2-D.(n_{1F}-1)(n_{2F}-1).R_1.R_2.$$

$$(n_{1F}-n_{1C})R_1+(n_{2F}-n_{2C})R_2-D.R_1.R_2(n_{1F}n_{2F}-n_{1C}n_{2C}-n_{1F}+n_{1C}-n_{2F}+n_{2C})=0.$$

Setzt man hier wieder die Werte für $R_1$ und $R_2$ ein, so erhält man:

$$\frac{n_{1F}-n_{1C}}{f_1.(n_1-1)}+\frac{n_{2F}-n_{2C}}{f_2.(n_2-1)}-\frac{D}{f_1.f_2(n_1-1).(n_2-1)}(n_{1F}.n_{2F}-n_{1C}n_{2C}-n_{1F}+n_{1C}-n_{2F}+n_{2C})=0.$$

Addiert und subtrahiert man in der letzten Klammer

$$n_1n_{2F}+n_2n_{1F}+n_1n_{2C}+n_2n_{1C}+n_1n_2$$

und führt die kurze Bezeichnung für die relative Dispersion ein, so erhält man

$$\frac{\nu_1}{f_1}+\frac{\nu_2}{f_2}-\frac{D}{f_1f_2}\times$$
$$\frac{n_{2F}(n_{1F}-n_1)-n_2.(n_{1F}-n_1)-n_{2C}.(n_{1C}-n_1)+n_2.(n_{1C}-n_1)+n_2.(n_{1F}-n_{1C})+n_1.(n_{2F}-n_{2C})-(n_{1F}-n_{1C})-(n_{2F}-n_{2C})}{(n_1-1).(n_2-1)}=0.$$

$$\frac{\nu_1}{f_1}+\frac{\nu_2}{f_2}-\frac{D}{f_1f_2}\times$$
$$\frac{(n_{2F}-n_2).(n_{1F}-n_1)-(n_{2C}-n_2)(n_{1C}-n_1)+(n_{1F}-n_{1C}).(n_2-1)+(n_{2F}-n_{2C}).(n_1-1)}{(n_1-1).(n_2-1)}=0.$$

Der erste Teil des langen Zählers, nämlich $(n_{1F}-n_2).(n_{1F}-n_1)-(n_{2C}-n_2).(n_{1C}-n_1)$ ist eine sehr kleine Grösse, die genau gleich Null wird, wenn die mittleren Brechungsexponenten $n_1$ und $n_2$ gerade in der Mitte zwischen $n_C$ und $n_F$ angenommen werden und die Spektren der beiden Gläser genau proportional gebaut sind. Diese Grösse kann also vernachlässigt werden, so dass man schliesslich als Bedingung für die Achromasie zweier im Abstand D befindlichen Linsen erhält:

$$\frac{\nu_1}{f_1}+\frac{\nu_2}{f_2}-\frac{D}{f_1f_2}(.\nu_1+\nu_2)=0.$$

Hier ist die einzige Unbekannte die Grösse

$$D=\frac{\nu_1f_2+\nu_2f_1}{\nu_1+\nu_2}.$$

Bestehen die beiden Linsen aus der gleichen Glassorte, so dass also die relative Dispersion bei beiden dieselbe und demnach $\nu_1 = \nu_2$ ist, so bilden sie in der Entfernung

$$D = \frac{f_1 + f_2}{2} \qquad (14)$$

in bezug auf die Brennweite, aber nicht genau in bezug auf andere Bildweiten ein achromatisches System.

Aus Fig. 84 kann man sich auch ohne Rechnung eine Vorstellung machen, wie durch eine derartige Kombination die Farbenzerstreuung vermindert wird. Ein Strahl auf die erste Linse auffallenden weissen Lichtes $w$ wird spektral zerlegt; der stärker gebrochene violette Teil $v$ trifft die zweite Linse mehr nach der Mitte zu und wird daher weniger stark abgelenkt als der peripherisch auffallende rote Teil $r$, so dass nach dem Durchgang durch die zweite Linse beide Strahlen etwa parallel austreten.

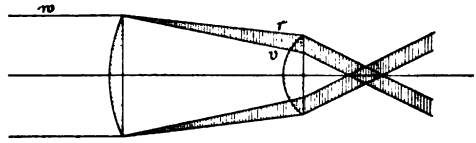


Fig. 84.

**85. Der Strahlengang in der Lupe.** Die Lupe, auch zuweilen „einfaches Mikroskop" genannt, besteht aus einer oder mehreren Linsen, welche das Bild eines innerhalb ihrer Gesamtbrennweite befindlichen Gegenstandes dem nahe an die Linse gebrachten Auge vergrössert erscheinen lässt. Bei Vergrösserungen, welche das Dreifache nicht übersteigen, kann man schon mit einfachen, bikonvexen Linsen ganz leidliche Bilder erhalten, wenn nur die Objekte im Verhältnis zur Brennweite nicht zu gross sind.

Auch bei grosser relativer Oeffnung (§ 81) und also durchaus nicht aplanatischer Linse (§ 83) können die Bilder brauchbar sein, da die Pupille des Auges nur einen kleinen Teil aller durch die Linse tretenden Strahlenbüschel ausschneidet und zum Bilde vereinigt; achromatisch sind aber solche Bilder niemals. Bei grösseren Objekten macht sich bald auch der Astigmatismus störend bemerkbar, und wenn man ein Gesichtsfeld von etwa der Hälfte der Brennweite der Linse ohne Verzerrung übersehen will, muss man gut korrigierte, d. h. aus mehreren Linsen zusammengesetzte Lupen verwenden. Bei der Herstellung solcher achromatischer und aplanatischer Systeme hat man zu bedenken, dass der achromatische Charakter mit dem aplanatischen keineswegs in einem derartigen Zusammenhang steht, dass etwa die Achromasie den Aplanatismus (oder umgekehrt) zur Folge hätte. Erst durch recht umständliche, sich an die in den vorigen §§ erörterten Grundgedanken anlehnende Rechnungen gelangt man zur Konstruktion von Systemen, die in der Ebenflächigkeit der Bilder nichts zu wünschen übrig lassen und auch für zwei Farben achromatisch gebaut sind. Eine sehr gute, wenn nicht die beste Lupe beruht auf Steinheilscher Berechnung und wird von den optischen Firmen als verbesserte aplanatische Lupe oder als Steinheilsche Lupe erweiterter Konstruktion in den Handel gebracht. Bei manchen Typen setzt sich die Lupe aus einer von zwei Flintglasmenisken (konvexkonkaven

Linsen) eingeschlossenen Crownglaskugel zusammen (Fig. 85), bei anderen ist innerlich keine Kugel, sondern eine dicke Linse vorhanden, wie bei dem in Fig. 86 abgebildeten Durchschnitt eines Zeissschen Modells.

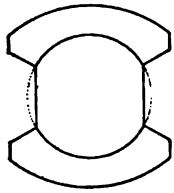
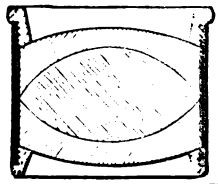


Fig. 85.



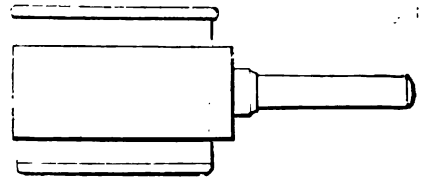


Fig. 86.

Nach Heaths Lehrbuch der geometrischen Optik [1]) sollen die inneren Flächen ungefähr doppelt so stark gekrümmt sein wie die äusseren; hiernach ist die Zeichnung 85 entworfen. Im übrigen hat eine solche von Zeiss bezogene Lupe, die in ihrer eigentümlichen Form an eine Garnspule erinnert, folgende Grundmasse:

| | | |
|---|---|---|
| Dicke | 24 | mm |
| Freie Oeffnung | 19 | „ |
| Aequivalentbrennweite | 24 | „ |
| Brennpunkt vor der Glasfläche | 13.3 | „ |
| Abstand der Hauptebenen | 3.8 | „ |
| Gesichtsfeld | 15 | „ |
| Vergrösserung | 10 | fach. |

Aequivalentbrennweite und Vergrösserung stehen immer in dem Verhältnis, dass beide mit einander multipliziert, die deutliche Sehweite geben.

Als Lupen, die dem Mikroskopiker jederzeit zur Verfügung stehen, sind die Objektive für stärkere Vergrösserungen, die Okulare für schwächere Vergrösserungen ganz ausgezeichnet zu verwenden. Bei dem Ramsdenschen Okular (s. Fig. 94 S. 144) kann man jede der beiden Linsen dem Auge zukehren, bei den Huygheusschen Okularen (s. oberen Teil von Fig. 89) muss man umgekehrt hineinsehen; übrigens lassen sich für kurzsichtige Augen nur die stärkeren Huygheusschen Okulare als Lupen verwenden.

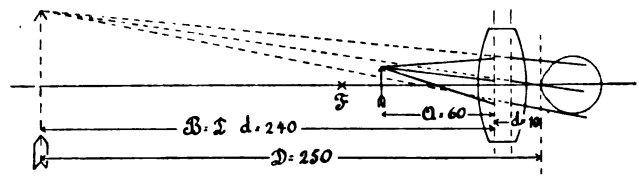



Fig. 87.

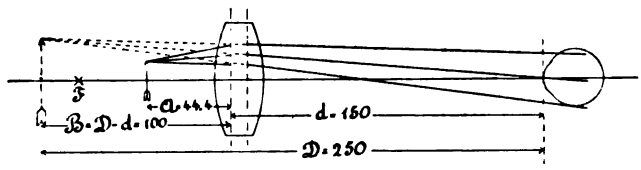



Fig. 88.

Will man die vergrössernde Kraft der Lupe voll ausnutzen, so muss man das Glas möglichst dem Auge nähern und also nicht etwa die Lupe nahe über das Objekt halten und das Auge auf 10 bis 20 cm entfernen. Ueber die hier auftretenden Verhältnisse bezüglich des Strahlenganges geben die Figuren 87 und 88 Aufschluss. Es sei

1) Berlin 1894, S. 278.

| | Auge nahe | Auge fern |
|---|---|---|
| D die deutliche Sehweite | 250 mm | 250 mm |
| d der Abstand des Auges von der Linse | 10 „ | 150 „ |
| A der Abstand des Objektes von der Linse | 60 „ | 44,4 „ |
| B der Abstand des Bildes von der Linse | 240 „ | 100 „ |
| F die Aequivalentbrennweite der Linse | 80 „ | 80 „ |

Nach Formel (6) S. 122 ist, da Gegenstand und Bild auf der gleichen Seite der Linse liegen und demnach hier B mit negativem Vorzeichen eingesetzt werden muss:

$$\frac{1}{A}-\frac{1}{B}=\frac{1}{F}.$$

Nennt man das Verhältnis von Bildgrösse zu Objektgrösse, nämlich die durch die Lupe erreichte Vergrösserung, V, so ist nach Fig. 87 und 88, wenn man den Abstand der Hauptebenen verschwindend klein annimmt:

$$V=\frac{B}{A}. \qquad (15)$$

Nach der Fundamentalformel ist auch:

$$\frac{B}{A}=\frac{B}{F}+1.$$

Setzen wir B=D—d ein, wie dies nach den Figuren gestattet ist, so folgt:

$$V=\frac{D-d}{F}+1. \qquad (16)$$

Der Wert für V wird ein Maximum, wenn d ein Minimum wird oder wenn die Lupe möglichst dicht an das Auge gehalten wird. Für die in den beiden obigen Figuren in $^1/_4$ der wirklichen Grösse abgebildeten Verhältnisse erhält man für V bei Augennähe eine 4fache und bei Augenferne nur eine $2^1/_4$fache Vergrösserung. — Es können auch Verhältnisse eintreten, bei denen die Entfernung der Lupe vom Auge notwendig wird. Hierüber s. § 114 bei Laspeyresscher Lupe.

**86. Der Strahlengang im Mikroskop.** Bei dem Mikroskop liegt das zu betrachtende Objekt $PQ$ (Fig. 89) nur wenig **ausserhalb** der Brennweite des Objektivs, so dass ein reelles — ev. durch ein eingeschobenes Schirmchen aufzufangendes — Bild $P_1Q_1$ in etwa 15 bis 20 cm Entfernung über dem Objektiv entsteht oder doch entstehen würde, wenn nicht das Kollektivglas des Okulars es vorher auffinge und die Strahlen zu einem andern reellen Bild $P_2Q_2$ vereinigte. Dieses Bild $P_2Q_2$ wird durch das Augenglas des Okulars wie durch eine gewöhnliche Lupe betrachtet und erscheint dann als virtuelles Bild in der deutlichen Sehweite bei $P_3Q_3$. In Fig. 89, in der alle horizontalen Dimensionen der Deutlichkeit wegen stark übertrieben gezeichnet wurden, sind die Strahlenbüschel, die bei der Abbildung des axialen Punktes $P$ wirken, nicht schraffiert; dagegen kann man an der Schraffierung leicht übersehen, welche Büschel bei der Abbildung des peripherischen Objektpunktes $Q$ in Wirksamkeit treten.

Für das Zustandekommen guter Bilder sind die Linsen der Objektive und Okulare nicht allein verantwortlich zu machen; es müssen auch Blenden von geeigneter Grösse an geeigneter Stelle vor, hinter oder zwischen den Linsen eingeschaltet werden, um alle schädlichen Strahlen zurückzuhalten. Zu diesen gehören die durch unregelmässige Zerstreuung an den niemals absolut staubfrei zu haltenden Linsenoberflächen diffus verbreiteten Lichtstrahlen, und ferner auch alles Licht, welches von den Innenwänden der Tuben trotz sorgfältiger Schwärzung reflektiert wird. Man kann aus Fig. 89 vor allem den Zweck der Beleuchtungslinse und die Lage der Blenden erkennen. Hier sind die Verhältnisse so gezeichnet, dass jeder Objektpunkt von einem Lichtbüschel bestrahlt wird, das die ganze Objektivöffnung erfüllt. Die Grösse eines solchen Beleuchtungskegels hängt schliesslich von dem Spiegel oder von der Eintrittsblende *B B* des Beleuchtungsapparates ab und wird sehr wesentlich durch die Brennweite der Beleuchtungslinse bedingt. Das durch die letztere Linse entworfene Bild der Eintrittsblende wird Eintrittspupille, das durch den ganzen optischen Apparat — Beleuchtungslinse, Objektiv und Okular — entworfene Bild jener Blende wird Austrittspupille genannt. Das erste Bild kommt wegen des zwischentretenden Objektivs nicht zustande,

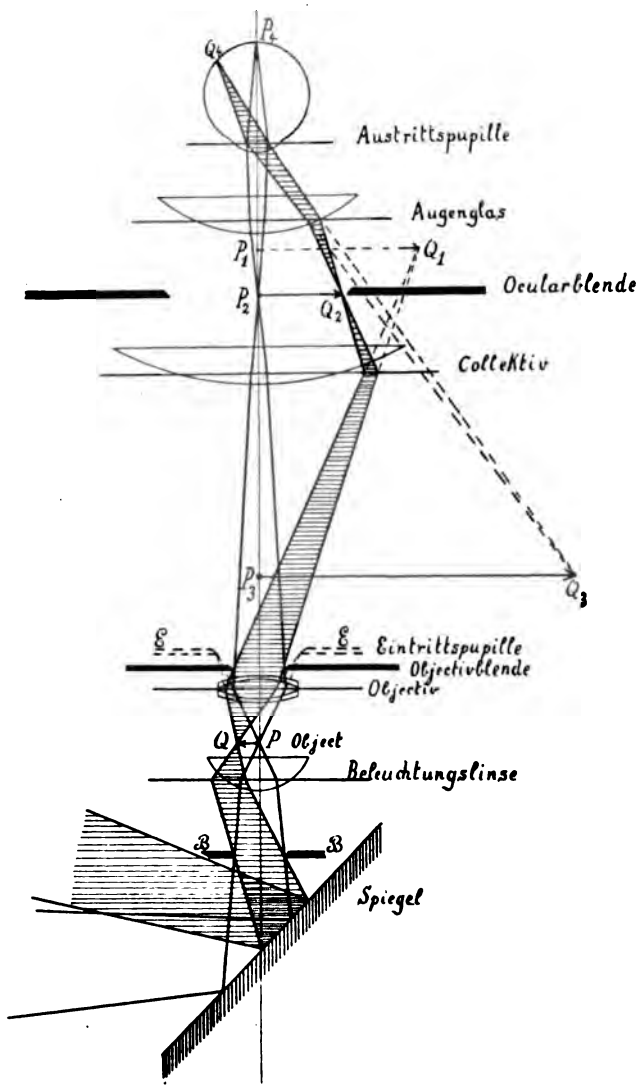



Fig. 89.

sondern wandelt sich in ein anderes Bild um, mit dem die Objektivblende zusammenfällt. Man sieht aus der Figur, dass in der Tat diese Blende an der richtigen Stelle liegt, denn schöbe man sie etwas höher, so würde man rechts das Strahlenbüschel eines Randpunktes $Q$ beschneiden, und läge sie tiefer, so würde das Strahlenbüschel des Axenpunktes $P$ allseitig und das Büschel des Punktes $Q$ links beschnitten werden. Die Okularblende liegt in der Ebene des Bildes $P_2Q_2$, die gleichzeitig die Objektebene des Augenglases ist.

Der wertvollste optische Teil des Mikroskops ist das Objektiv, zu dessen Herstellung, wie bei den Lupen, die in § 83 und 84 erörterten Grundvorstellungen Verwendung finden; nur sind die Rechnungen bei den stärkeren Systemen von hoher Apertur sehr viel komplizierter.

Früher kannte man nur Achromate, d. h. Objektive, die für Strahlen mittlerer Brechung aplanatisch und für Strahlen der $C$ und $F$ Linie achromatisch konstruiert waren. Die nachstehenden Figuren 90, 91 und 92 zeigen drei Typen der von E. Leitz in Wetzlar angefertigten achromatischen Objektive.

Fig. 90.

Fig. 91.

Fig. 92.

Fig. 90 stellt ein schwaches Trockensystem von 18 mm Aequivalentbrennweite und 0.28 num. Apertur dar; es besteht aus einer dreifachen und einer doppelten Linse, auf die sich die Korrektionen verteilen. Fig. 91 zeigt den Typus der stärkeren Trockensysteme mit 4.4 mm Aequivalentbrennweite und 0.82 num. Apertur. Die frontale Halbkugel ist der Hauptträger der Vergrösserung, die doppelte und dreifache Linse sorgen für die sphärische und chromatische Korrektur. Fig. 92 ist die Abbildung einer homogenen oder Oel-Immersion von 2.1 mm Aequivalentbrennweite und 1.30 num. Apertur, bei der das in § 83, Fig. 82—83 erläuterte Amicische Prinzip deutlicher zur Durchführung gekommen ist. Zur frontalen Halbkugel treten eine einfache konkavkonvexe Linse und eine zwei- und dreifache Linse als Korrektionsglieder.

Seit 1886 ist es Abbe gelungen, Mikroskopobjektive für zwei Farben aplanatisch und für drei Farben achromatisch zu bauen, die als Apochromate (Entfärbte) jetzt schon weitere Verbreitung gefunden haben. Sie zeigen bei feineren, farblosen Objekten, wie Diatomeen und dergl., eine Klarheit der Bilder, die man auch bei guten Achromaten vergeblich

sucht. Bei gröberen Präparaten ist der Unterschied selbstverständlich kaum zu erkennen.

Im einzelnen spricht sich die Firma Zeiss in Jena folgendermassen[1]) über diese Apochromate aus: „Das unterscheidende Merkmal, durch das die Apochromate sich von allen bis 1886 am Mikroskop gebrauchten Linsensystemen auszeichnen, ist von dem optischen Gesichtspunkt aus die gleichzeitige Erfüllung zweier Bedingungen der Strahlenvereinigung, die bis dahin in keiner Weise von optischen Konstruktionen erreicht wurden; nämlich 1. die Vereinigung von drei verschiedenen Farben des Spektrums in einem Punkte der Axe, d. h. die Aufhebung des sog. sekundären Spektrums der gewöhnlichen achromatischen Systeme, und 2. die Korrektion der sphärischen Aberration für zwei verschiedene Farben, statt der früher allein erreichten Korrektion für eine einzige — die dem Auge am hellsten erscheinende — Farbe des Spektrums. Die natürlichen Farben der Präparate werden durch diese Objektive auch in den feineren Abstufungen unverfälscht im Bilde wiedergegeben. Die Bilder sind bis dicht zum Rande des Sehfeldes fast von gleicher Schärfe wie in der Mitte. Allerdings macht die grosse Apertur und der verhältnismässig grosse freie Objektabstand eine Krümmung der Bildfläche auch bei diesen Objektiven unvermeidlich, so dass Rand und Mitte des Bildes nicht gleichzeitig scharf erscheinen, sondern nacheinander mit Hülfe der Mikrometerschraube eingestellt werden müssen. Die Objektive gestatten infolge der guten Strahlenvereinigung den Gebrauch sehr starker Okulare bei noch genügender Schärfe und Helligkeit des Bildes, gewähren also hohe Vergrösserungen bei verhältnismässig grossen Objektivbrennweiten und stellen deshalb eine Reihe sehr verschiedener Vergrösserungen mit ein und demselben Objektiv zur Verfügung.“ Ferner ist noch folgende Bemerkung wegen der Anwendung bestimmter Okulare von Wichtigkeit. „Die eigenartige Konstruktionsform aller Mikroskop-Objektive von beträchtlicher num. Apertur (halbkugelige Frontlinse) bringt es mit sich, dass sie stets einen gewissen Farbenfehler für die ausseraxialen Teile des Sehfeldes behalten (chromatische Differenz der Vergrösserung)[2]). Die verschiedenfarbigen Elementarbilder jedes Objekts, aus denen das definitive Bild zusammengesetzt ist, werden verschieden gross, das blaue grösser als das rote. Entwirft man mit solchen Objektiven ein Bild ohne Okular, oder betrachtet man das Bild mit einem der gewöhnlichen Okulare, so bemerkt man Farbensäume, die nach dem Rande des Sehfeldes zu wachsen. — Auch die apochromatischen Objektive haben diese Eigenschaft, und zwar ist sie hier absichtlich auch den schwächeren Systemen in annähernd gleichem Grade erteilt worden, weil nämlich hierdurch ein Mittel geboten war, durch geeignete Okulare den Fehler fast vollständig zu beseitigen. Zu diesem Zwecke sind die Okulare so konstruiert worden, dass sie ihrerseits den entgegengesetzten Fehler in gleichem Betrage haben, nämlich dass sie für Rot stärker vergrössern als für Blau. Durch den Gebrauch solcher Okulare wird daher der Fehler der Objektive kompensiert. Das Bild des Objekts erscheint dann gleichmässig farbenrein bis zum Rande des das Sehfeld begrenzenden Diaphragmas, während das Bild des Diaphragmenrandes selbst einen rötlichen oder gelblichen Saum zeigt.“

Bei den mikroskopischen Untersuchungen der Mineralien und Gesteine kommen die stärksten heutzutage zu erreichenden Vergrösserungen kaum je zur Anwendung; die meisten Beobachtungen werden bei 40 bis 500facher und nur gelegentlich auch bei stärkerer Vergrösserung angestellt.

---

1) C. Zeiss, Mikroskope u. s. w., 32. Ausgabe. Jena 1902.

2) Vergl. Dippel, Das Mikroskop, 2. Aufl. 1882. 225—227; Czapski, Theorie der optischen Instrumente 1893. 134.

So sind die Forderungen, die man an die auflösende Kraft oder das Definitionsvermögen der Objektive stellt, lange nicht so weitgehend, wie dies etwa bei anatomischen oder bakteriologischen Untersuchungen der Fall ist. Wenn man indessen gezwungen ist, starke Vergrösserungen anzuwenden, so sollte man nicht versäumen, sich mit der Abbeschen „Theorie der sekundären Abbildung“ bekannt zu machen, da man sich sonst groben Täuschungen aussetzen kann; es sei hier auf den Auszug in Dippels Handbuch 1882. 113—161 verwiesen. Für den reinen Praktiker empfiehlt es sich, wenigstens die schönen Versuche anzustellen, durch die Abbe seine Theorie so handgreiflich bewiesen hat. Der dazu erforderliche Diffraktionsapparat wird von C. Zeiss in Jena hergestellt und ist bei Dippel S. 147—156 oder bei A. Zimmermann, Das Mikroskop, 1895, S. 46—51 beschrieben.

Bei den starken Vergrösserungen treten die Immersionssysteme mit hoher num. Apertur in ihre Rechte. In Fig. 93 ist zu oberst die Frontlinse eines solchen Systems mit einer num. Apertur von 1.3 ($n = 1.515$, $2u = 140^0$) gezeichnet. Um diese Apertur voll auszunutzen — und auch um das Amicische Prinzip in möglichster Reinheit zur Anwendung zu bringen — muss man zwischen Deckglas und Frontlinse ein mit ihnen in der Lichtbrechung übereinstimmendes Medium, z. B. Zedernöl, bringen. Andernfalls gelangen die stärker geneigten Strahlen wegen der Totalreflexion gar nicht ins Objektiv, wie dies die rechte obere Hälfte der Figur 93 zeigt. Es genügt aber nicht nur, zwischen Deckglas und Objektiv diese Immersionsflüssigkeit einzuschalten, sondern das gleiche hat — volle Inanspruchnahme des Objektivs vorausgesetzt — zu geschehen für den Raum zwischen Beleuchtungslinse und Objektträger. Wäre rechts unten (Fig. 93) anstatt Zedernöl nur Luft wie auf der linken Seite, so würden die stärker geneigten Strahlen schon an der Planfläche der Beleuchtungslinse Totalreflexion erfahren. Die mit Pfeilen versehenen Linien zeigen den Strahlenverlust an, der entweder schon unten oder erst oben eintritt.

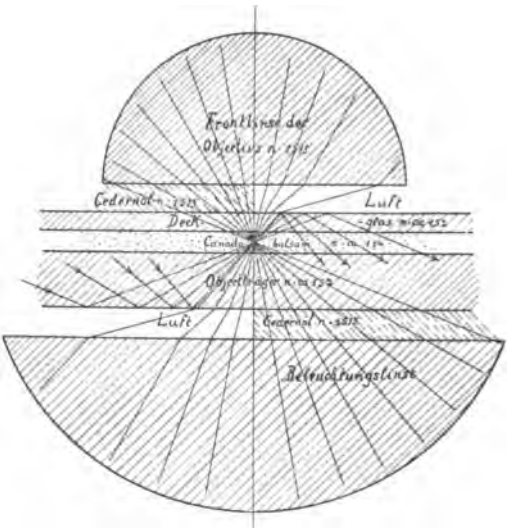


Fig 93.

Die bei den Mikroskopen gebräuchlichsten Okulare bestehen, abgesehen von den Kompensationsokularen, aus zwei in bestimmter Entfernung von einander aufgestellten einfachen, plankonvexen Linsen ein und derselben Glassorte. Der eine Typus wird nach Huyghens oder auch nach

dem Optiker Campani benannt und besteht aus einem Kollektiv und einem Augenglas. Das zu betrachtende Bild (und auch das Fadenkreuz) befindet sich, wie aus Fig. 89 S. 140 zu ersehen, zwischen den beiden Linsen. Dass eine derartige Kombination in bezug auf die Aberration eine Verbesserung bedeutet, wurde an Fig. 81 S. 133 erläutert; dass sie auch einem achromatischen Systeme nahe kommt, liess sich aus Fig. 84 S. 137 erkennen. Die strenge Bedingung für die Achromasie ist in Formel (14) S. 137 gegeben. Man kann hiernach dem Kollektiv die Brennweite 3, dem Augenglas die Brennweite 2 geben und beide Linsen im Abstand 2 aufstellen, man kann auch die Masse 2, 1, $^3/_2$ und andere wählen. Uebrigens weichen die Konstruktionen der verschiedenen optischen Werkstätten von diesen Verhältnissen mehr oder weniger ab, da es manchmal gar nicht erwünscht ist, ein vollkommen achromatisches Okular zu erhalten, man vielmehr durch ein nicht ganz achromatisches Okular ein mit umgekehrter Farbenverteilung nicht ganz achromatisches Objektiv korrigieren will. Soll ein bewegliches Fadenkreuz, etwa ein Okularschraubenmikrometer angebracht werden, so hat dies bei dem Huyghensschen Okular einige Schwierigkeit. Zu derartigen Konstruktionen eignet sich besser das Ramsdensche Okular, wie es in seinem Strahlengang in Fig. 94 gezeichnet ist (s. auch Fig. 157 § 115). Die beiden plankonvexen Linsen bestehen wieder aus der gleichen Glassorte und haben auch dieselbe Brennweite. Durch die Verteilung der Brechung auf zwei Linsen ist auch hier die sphärische Aberration verringert worden, während die Achromasie sich erreichen lässt, wenn man die beiden Linsen um ihre einfache Brennweite von einander entfernt (s. Formel (14), S. 137).

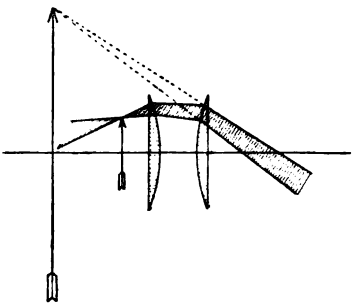


Fig. 94.

Zuweilen verbindet man die Vorteile, die das Huyghenssche Okular durch sein grosses Gesichtsfeld besitzt, mit den Vorteilen des Ramsdenschen Okulars, wie dies in Fig. 95 angedeutet ist; $A$ stellt hier das Kollektiv, $B$ und $C$ zusammen die Augenlinse dar, das Fadenkreuz liegt in $D$.

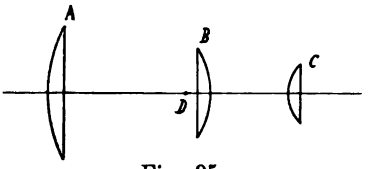



Fig. 95.

## Die Wirkung des Deckglases.

Ausser der Beschaffenheit der Linsen des Objektivs und Okulars, der Lage der Blenden und der Art der Beleuchtung ist schliesslich noch bei stärkeren Trockensystemen (nicht bei Immersionen) die Deckglasdicke für die Güte der Bilder verantwortlich zu machen. In Fig. 96 sei $P$ ein in Canadabalsam eingebetteter Punkt des Objekts. Bei dem Uebergang der von ihm ausgehenden Strahlen in Glas findet keine erhebliche, in

Luft dagegen eine sehr deutliche Ablenkung statt. Die genau nach dem Brechungsgesetz konstruierten Strahlen $l_1$ $l_2$ $l_3$ und $r_1$ $r_2$ $r_3$, welche Deckgläser von verschiedener Dicke passiert haben, gehen nun bei Rückwärtsverlängerung nicht mehr durch einen Punkt. Diese verzerrten Punkte sind die eigentlichen Objekte, auf die eingestellt wird. — Erinnern wir uns der §§ 82 und 83, wonach bei Linsen mit grosser Oeffnung die von einem einzigen Objektpunkt *a* (Fig. 97) ausgehenden randlichen Strahlen die Axe näher der Linse schneiden als die zentralen Strahlen und dass also hier das Bild in eine Reihe von axialen Punkten zwischen $b_1$ und $b_2$ aufgelöst wird, so kann umgekehrt aus einem verzerrten Objektpunkt, wie er durch die Wirkung des Deckglases entsteht, ein gutes Bild zu stande kommen. Nun sieht man aus Fig. 96, dass die durch das dünne Deckglas gehenden Strahlen $r_1$ $r_2$ $r_3$ ihre Schnittpunkte bei *a* auf einen kleineren Vertikalraum verteilen, als es bei

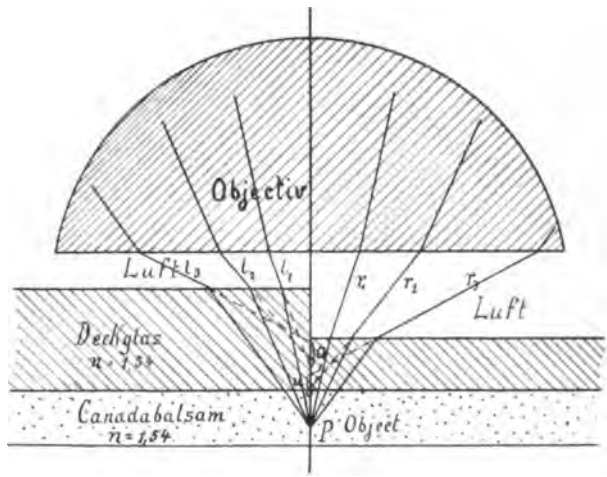


Fig. 96.

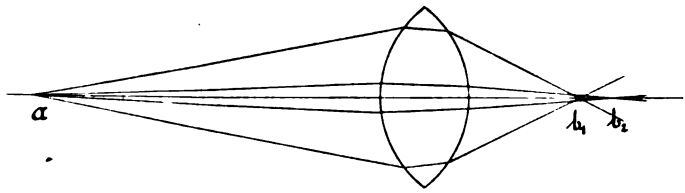


Fig. 97.

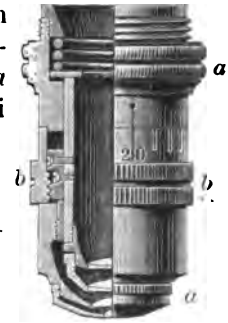


Fig. 98.

den durch ein doppelt so starkes Deckglas gehenden Strahlen $l_1$ $l_2$ $l_3$ der Fall ist. Beide Aberrationen kann man nicht durch ein und dasselbe System aufheben. Die meisten Objektive werden mit einer Unterkorrektion (s. § 82) hergestellt, die einer mittleren Deckglasdicke von etwa 0.15 mm entspricht. Feinere Systeme tragen seitlich auf der Fassung die in mm angegebene Deckglasdicke, für die sie am vollkommensten korrigiert sind. Objektive mit Korrektionsfassung, wie sie von der Firma Zeiss hergestellt werden (s. Fig. 98), erlauben durch Verschiebung der Linsen gegeneinander die Unterkorrektion der jeweiligen Deckglasdicke anzupassen. Durch den Korrektionsring *bb* wird die Entfernung zwischen den beiden oberen Doppellinsen und den beiden mit der Fassung *aa* fest verbundenen unteren Linsen variiert. Zur Prüfung der

Objektive auf ihren Korrektionszustand und zur Bestimmung der geeignetsten Deckglasdicke hat Abbe eine Testplatte konstruiert, die von Zeiss in Jena hergestellt wird. Die auch jedem Praktiker sehr zu empfehlende Platte trägt 6 kleine, mit eingeritzten Linien versehene Silberfolien, die mit Deckgläschen von genau bestimmter Dicke (0.09—0.24 mm) bedeckt sind; die zackigen Konturen der Gravierung bilden ausgezeichnete Probeobjekte.

**87. Der Strahlengang im Fernrohr.** Bei einem Fernrohr liegt der zu betrachtende Gegenstand sehr weit ausserhalb der vorderen Brennweite des Objektivs, und das reelle Bild befindet sich entweder nahe der hinteren Brennebene oder bei Einstellung auf Unendlichkeit genau in dieser Ebene, wo es mit blossem Auge oder mit einer Lupe (Okular) betrachtet werden kann. Ausser reellen Objekten werden mit dem Fernrohr Interferenzerscheinungen beobachtet. Die einzelnen Punkte eines in der hinteren oder bei aufrecht stehenden Mikroskoptuben — die bei mineralogischen Untersuchungen häufig als Träger von Fernrohren dienen — oberen Brennebene des Objektivs entstehenden Interferenzbildes werden durch Strahlen erzeugt, die je untereinander parallel in das Objektiv eintreten. Es ist zu betonen, dass nur die zu einem einzigen Bildpunkt gehörenden Strahlen diesen Parallelismus vor dem Eintritt haben (s. Fig. 24 S. 57), dass aber verschiedene Bildpunkte von sehr verschieden gerichteten Lichtbündeln — nicht Lichtbüscheln — herstammen, und dass nur die Gesamtheit des eintretenden Lichtes den Eindruck eines Büschels macht. Je stärker diese eintretenden Lichtbündel gegeneinander geneigt sind, um so grösser ist das auf einmal zu übersehende Gebiet oder das Gesichtsfeld oder die Oeffnung des Fernrohrs. Die in den Krystallen entstehenden Interferenzerscheinungen will man zuweilen innerhalb eines möglichst grossen Winkelraumes überblicken, man muss also lauter Bündel von parallelen Lichtstrahlen in möglichst verschiedenen Richtungen durch den Krystall schicken oder einfach die Krystallplatte vor ein Fernrohr mit sehr grossem Gesichtsfeld stellen. Gesichtsfeld und Vergrösserung stehen bei den Fernrohren im allgemeinen in umgekehrtem Verhältnis, so dass man hier, wo man Winkelräume von 120° und mehr Oeffnung übersehen will, Fernrohre von sehr schwacher Vergrösserung ≐ sehr starker Verkleinerung anzuwenden hat. (Man kann ebensogut von der Vergrösserung $^1/_2$ wie von der Verkleinerung 2 reden, darf aber nicht etwa letztere, wie das zuweilen geschehen ist, als eine Vergrösserung —2 bezeichnen.) Wir benutzen bei unseren Untersuchungen zuweilen Fernrohre von 50facher und stärkerer Verkleinerung, die also mit den im gewöhnlichen Gebrauch befindlichen Ablesefernrohren u. s. w. wenig Aehnlichkeit haben. Um diesen auffallenden, wenn auch nicht prinzipiellen Unterschied auch in der Terminologie zum Ausdruck zu bringen, wird es zweckmässig sein, für diese eigentümlichen Fernrohre — wenn sie mit Polarisatoren verbunden sind — eine besondere Bezeichnung zu haben; am geeignetsten hierfür ist wohl, um keinen neuen Ausdruck zu

bilden, der von Tschermak angewandte Name Konoskop (s. auch § 113ff.).

88. **Linse und Auge.** Bei jeder Linse oder Linsenkombination, die als Lupe oder Mikroskop oder Fernrohr Verwendung findet, müssen die vom Objekt herkommenden und aus der, dem Auge zugekehrten, letzten Linse austretenden Strahlen so gerichtet sein, als wenn sie von einem in deutlicher Sehweite befindlichen Gegenstand ihren Ursprung nähmen. Unter deutlicher Sehweite pflegt man die Entfernung zu verstehen, in der ein Auge feinere Gegenstände längere Zeit ohne Ermüdung betrachten kann; bei normalen Augen wird dieselbe zu 250 mm angenommen, bei kurzsichtigen oder weitsichtigen Augen schwankt sie von der Hälfte bis zum Doppelten, also von 125—500 mm und geht nach beiden Seiten noch darüber hinaus. Die Ebene der deutlichen Sehweite muss mit allen anderen Bildebenen und schliesslich mit der Ebene des Objekts konjugiert sein, d. h. in der durch die Linsenformel gegebenen Beziehung stehen. Dies lässt sich immer durch Einstellung des Mikroskops erreichen, wobei also für Augen von verschiedener Sehweite auch verschiedene Einstellungen notwendig werden. Etwas schwieriger ist die Einstellung bei den mit Fadenkreuz versehenen Okularen, z. B. bei dem Huygh ensschen Okular in Fig. 89, S. 140. Hier soll man gleichzeitig Bild und Fadenkreuz scharf und ohne Akkomodationszwang betrachten können. Vor allem muss das in der Ebene $P_2 Q_2$ liegende Fadenkreuz alsbald nach dem Hineinblicken, also ehe die manchmal unbewusst einsetzende Akkomodation sich geltend gemacht hat, deutlich erkannt werden. Man erreicht diese wichtige Einstellung am sichersten, wenn man das Okular vom Mikroskop entfernt und dann die an den Fadenkreuzokularen immer vorhandene Verschiebung der Augenlinse so lange vornimmt, bis man sofort nach dem ersten Blick das Fadenkreuz deutlich sieht. Alle ungeübten Mikroskopiker — oder richtiger gesagt, Mikroskopiker, die mit der geometrischen Optik nicht ganz vertraut sind — führen diese Einstellung nicht sorgfältig genug aus und klagen dann über Ermüdung des Auges, die aber nicht stärker auftreten sollte als bei jeder längeren aufmerksamen Beobachtung eines Gegenstandes mit unbewaffnetem Auge.

## Vierter Abschnitt.

## Instrumente zur optischen Untersuchung der Mineralien.

### I. Herstellung von polarisiertem Licht.

**89. Allgemeines.** Aus den Darstellungen des ersten Abschnittes dieser Abteilung (§ 25—67) geht hervor, dass Form und Lage der optischen Bezugsfläche in strengster Beziehung zur morphologischen Symmetrie der Krystalle stehen, und dass also die Ermittelung jener für die Mineraldiagnose so wichtigen Konstanten das Endziel aller optischen Mineraluntersuchungen sein muss. Diese Untersuchung kann quantitativ durchgeführt werden und sich dann mit der Messung der Hauptbrechungsexponenten und der Lage der Hauptschwingungsrichtungen gegen Krystallflächen oder Kanten befassen; oder sie kann qualitativ ihr Augenmerk auf gewisse weiter unten ausführlich zu besprechende Interferenzerscheinungen lenken und auch hier überraschend sicher die Unterscheidung verschiedener Spezies herbeiführen. Bei allen diesen Messungen oder Beobachtungen ist die Untersuchung im polarisierten Licht am aussichtsvollsten und am besten durchgearbeitet. Nach § 34 S. 63 erhält man polarisiertes Licht auf sehr einfache Weise durch Reflexion unter bestimmtem Winkel an Glas (oder irgend einem durchsichtigen Körper wie Wasser, poliertem Holz etc.). Da nun aber bei Glas das auffallende Licht nur zum kleineren Teil reflektiert und zum grösseren Teil gebrochen wird, so nimmt man, um grössere Intensität des reflektierten, polarisierten Lichtes zu erhalten, mehrere dicht aufeinander gelegte Glasplatten zu Hülfe. Eine solche Vorrichtung, auch Glasplattensatz genannt, gibt indessen nur für das unter dem Brewsterschen Winkel (S. 64) auffallende Licht vollständige Polarisation, und alle Strahlen, welche hiervon abweichen, sind nicht vollständig linear polarisiert; es lassen sich daher derartige Glasplattensätze nur bei kleinem Oeffnungswinkel der auffallenden Strahlenbüschel, dann aber sehr gut verwenden und verursachen vor allem nur geringe Kosten.

Eine andere Methode zur Herstellung polarisierten Lichtes beruht auf der Eigenschaft gewisser Krystalle, den einen der beiden durch Doppelbrechung entstehenden Strahlen viel stärker zu absorbieren als den andern. Ganz besonders deutlich tritt diese Erscheinung bei den dunkel gefärbten Turmalinen auf, bei denen der ordentliche Strahl die stärkere Absorption erfährt. Aber auch der andere Strahl wird bei diesem Mineral wie bei allen sonstigen derartigen Krystallen geschwächt und zwar für verschiedene Lichtarten in verschiedener Stärke, so dass also das durchtretende polarisierte Licht immer gefärbt ist und aus diesem Grunde nur eine beschränkte Anwendung erlaubt.

Nach einer dritten Methode erhält man vollständig farbloses und vollständig linear nach einer Ebene polarisiertes Licht — mit einer ge-

wissen Einschränkung bei sehr grossem Oeffnungswinkel — wenn man bei farblosen, doppelbrechenden Krystallen den einen der beiden Strahlen mittelst einer sinnreichen Konstruktion durch Totalreflexion beseitigt. Man verwendet hierzu den Isländer Doppelspat, der sich bis jetzt als am geeignetsten erwiesen und in den Versuchen, die mit künstlich gezüchteten Natronsalpeterkrystallen angestellt wurden, bis jetzt leider noch keine ernsthafte Konkurrenz zu befürchten hat.

Die erste an Isländer Doppelspat ausgeführte Konstruktion rührt von Nicol (1828) her und wird als Nicolsches Prisma oder auch einfach als Nicol bezeichnet, was übrigens manchmal auch bei anderen Konstruktionen der Fall ist, die zwar nach dem Nicolschen Prinzip aber nicht genau nach seiner Vorschrift hergestellt sind.

**90. Ein Nicolsches Prisma**[1]) erhält man aus einem natürlichen Doppelspatspaltungsstück, welches etwa 3mal länger als dick ist. Die obere und untere Fläche dieses Rhomboëders $pqrs$ und $p_1q_1r_1s_1$ (Fig. 99), welche mit den im Hauptschnitt liegenden Kanten $ss_1$ und $qq_1$ (s. auch Fig. 100a und b) Winkel von 70° 52′ und 109° 8′ bilden, werden durch solche ersetzt, deren Neigung gegen diese Kanten 68° und 112° beträgt. Das Rhomboëder wird alsdann senkrecht zum Hauptschnitt und den angeschliffenen Flächen in der Richtung $tt_1$ durchsägt, und mit den wohl polierten Schliffflächen in der ursprünglichen Stellung vermittelst Canadabalsams wieder zusammengekittet. Aus den Durchschnitten Fig. 100a und b ersieht man die genauen Dimensionen. Wenn $tt_1$ auf $st$ senkrecht stehen soll, so ist $ss_1$ $2^3/_4$ mal länger als die kurze Diagonale $sq$ der ursprünglichen Rhomboëderfläche, oder es ist auch $ss_1$ $3^1/_2$ mal länger als die Kante eines regelmässig ausgebildeten Rhomboëders $su=sp=sr$ u. s. w. (Fig. 99). Das fertige Nicol wird aussen geschwärzt und mit Kork in eine Messinghülse gefasst.

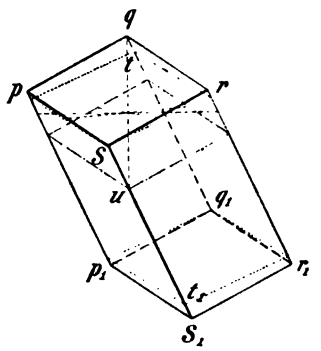


Fig. 99.

Fällt nun Licht auf die Endfläche, so wird es im Prisma infolge der Doppelbrechung zerlegt. Wählen wir die einfallende Welle derartig, dass die ausserordentliche Wellennormale in der Richtung der langen Kante verläuft, so lässt sich der zugehörige Brechungsexponent nach § 44 berechnen. Diese Wellennormale bildet nämlich, wie Fig. 100a zeigt, den Winkel $\nu = 63° 45'$ mit der krystallographischen Hauptaxe und hat (s. S. 76) den Brechungsexponenten

$$\epsilon_1 = \frac{\epsilon . \omega}{\sqrt{\omega^2 . \sin^2\nu + \epsilon^2 . \cos^2\nu}}.$$

1) Edinb. New Phil. Journ. **11**. 1829. 83—84. Pogg. Ann. **29**. 1833. 182—186.

Setzt man hier, dem Kalkspat entsprechend $\epsilon = 1.4864$ und $\omega = 1.6585$ so ergibt sich $\epsilon_1 = 1.5159$. Der Brechungsexponent des getrockneten Canadabalsams ist etwa 1.54, also grösser als $\epsilon_1$, daher kann diese Wellennormale in den Balsam eintreten und schliesslich das ganze Prisma in der Richtung $AOO_1B$ durchlaufen. Um auch die Richtung der zugehörigen, ordentlichen Wellennormale zu erhalten, muss man zunächst aus $\varepsilon_1$ und $\varrho_1$ (letzteres nach Fig. 100a gleich 22° 0′) den Inzidenzwinkel $i_1$ und dann aus diesem und $\omega$ den Brechungswinkel $\varrho_1'$ der ordentlichen Wellennormale berechnen.

$$\sin i_1 = \epsilon_1 . \sin \rho_1 ; \; i_1 = 34^\circ 36'$$

$$\sin \rho_1' = \frac{\sin i_1}{\omega} ; \; \rho_1' = 20^\circ 1'.$$

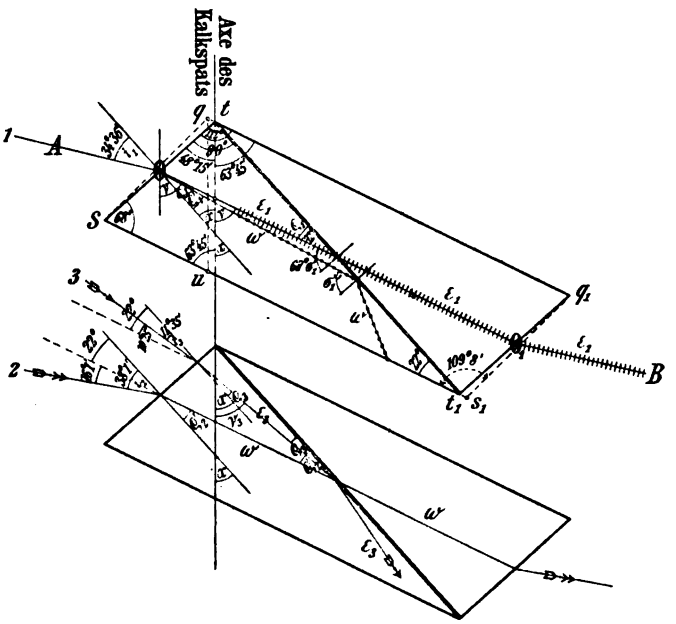



Fig. 100a und b.

Hiernach trifft die ordentliche Wellennormale die Balsamschicht unter dem Inzidenzwinkel $\sigma_1' = 90^\circ - 20^\circ 1' = 69^\circ 59'$. Der Grenzwinkel für den Uebergang einer Welle aus einem Medium vom Brechungsexponenten 1.6585 in ein Medium vom Brechungsexponenten 1.54 ist aber 68° 12′, also kleiner als 69° 59′, daher muss die ordentliche Welle an der Balsamschicht totale Reflexion erfahren, und zur Seite abgelenkt werden. Bei der angenommenen Einfallsrichtung $AO$ tritt also nur die ausserordentliche Welle durch das Nicolsche Prisma hindurch. Wenn man aber die Wellennormale $AO$ unter einem grösseren Winkel als $i_1$ einfallen lässt, so wird die gebrochene ordentliche Welle die Balsamschicht bald unter dem Grenzwinkel $R - \varrho_2' = 68^\circ 12'$ (Fig. 100b) treffen und bei weiterer Neigung das Nicolsche Prisma ebenfalls durchlaufen;

der Uebergang liegt bei einem Inzidenzwinkel von $i_2 = 38^0\ 1'$. Für alle jenseits des Strahles 2 auffallenden Strahlen gibt das Prisma kein polarisiertes Licht mehr. Neigt man den einfallenden Strahl nach der anderen Seite und lässt also $i$ kleiner und kleiner werden, so wird es eine Grenze geben, bei welcher nicht nur die ordentliche, sondern auch die ausserordentliche Welle Totalreflexion an der Balsamschicht erfährt; das zugehörige $i_3$ (Fig. 100b) ist in dem Fall auf folgende Weise zu finden:

$$1) \qquad \sin i_3 = \epsilon_3 . \sin \rho_3 ,$$

$$2) \quad \sin (R - \rho_3) = \frac{n}{\epsilon_3} ,$$

$$3) \qquad \epsilon_3 = \frac{\epsilon . \omega}{\sqrt{\omega^2 \sin^2 \nu_3 + \epsilon^2 \cos^2 \nu_3}} ,$$

$$4) \qquad \nu_3 = \rho_3 + \alpha .$$

$i_3$ ist der Einfallswinkel für den Grenzstrahl, welcher zur Totalreflexion der ausserordentlichen Wellennormale an der Grenzschicht gegen Canadabalsam führt.

$\varepsilon_3$ ist der Brechungsexponent der in Betracht kommenden ausserordentlichen Wellennormale.

$\varrho_3$ ist das Komplement des Refraktionswinkels dieser ausserordentlichen Wellennormale.

$\nu_3$ ist der Winkel der ausserordentlichen Wellennormale gegen die $c$-Axe des Kalkspats.

$n$ ist der Brechungsexponent des Canadabalsams, den wir wieder zu 1.54 annehmen.

$\alpha$ ist der Winkel des Einfallslotes, also der Normalen auf der Endfläche des Nicols, gegen die $c$-Axe des Kalkspats ($41^0\ 45'$) oder es ist auch die Neigung der Canadabalsamschicht gegen diese $c$-Axe, denn die Trennungsfläche des Nicols soll ja nach Vorschrift senkrecht auf den Endflächen stehen.

$\varepsilon$ und $\omega$ sind die beiden extremen Brechungsexponenten des Kalkspats.

Aus den obigen 4 Gleichungen erhält man folgende beiden Ausdrücke für $\varepsilon_3$ und $\varrho_3$

$$\epsilon_3 = \frac{n}{\cos \rho_3} ; \qquad \epsilon_3 = \frac{\epsilon . \omega}{\sqrt{\omega^2 . \sin^2 (\rho_3 + \alpha) + \epsilon^2 . \cos^2 (\rho_3 + \alpha)}} .$$

Die Auflösungen dieser beiden Gleichungen nach $\varepsilon_3$ und $\varrho_3$ führt zu ausserordentlich komplizierten Ausdrücken, so dass es viel einfacher ist, zunächst folgende Gleichung

$$\frac{n}{\epsilon \omega} = \frac{\cos \rho_3}{\sqrt{\omega^2 . \sin^2 (\rho_3 + \alpha) + \epsilon^2 . \cos^2 (\rho_3 + \alpha)}}$$

aufzustellen, deren linke Seite gleich 0.6247 ist und in deren rechter Seite sich $\varrho_3$ durch Probieren bald zu $7^0\ 26'$ finden lässt. Schliesslich erhält man aus den obigen Gleichungen 1) und 2)

$$\epsilon_3 = 1.5531 ; \qquad i_3 = 11^0\ 35' .$$

Fig. 100b zeigt, dass die beiden zu den Grenzwellennormalen gehörenden einfallenden Strahlen 2 und 3 nicht symmetrisch zur Längsaxe des Nicols liegen. Die Normale auf der Endfläche (Einfallslot) bildet mit der Längsaxe des Nicols laut Vorschrift einen Winkel von 22° 0′, so dass für den Grenzstrahl der ordentlichen Welle eine Neigung von 16° 1′ nach der spitzen Ecke des Nicols, für den Grenzstrahl der ausserordentlichen Welle ein Winkel von 10° 25′ nach der stumpfen Ecke bleibt, und ein Nicolsches Prisma im ganzen also eine Oeffnung von 26° 26′ hat. Da man aber die Nicols gewöhnlich parallel ihrer Längsaxe montiert, so kommt als Oeffnung in praxi nur ein Winkel von 2 mal 10° 25′ also von etwa 21° zur Verwendung.

Wenn man die natürlichen Endflächen des zur Herstellung eines Nicolschen Prismas dienenden Kalkspathromboëders etwas anders, als Nicol angibt, abschleift, so kann man bei dem gleichen Materialverbrauch ein polarisierendes Prisma mit einer symmetrischen Oeffnung von etwa $25\frac{1}{2}^0$ (für Na-Licht) erhalten, wie dies aus folgender Betrachtung zu ersehen ist. Nennen wir $x$ den Winkel, den die Normale der neuen Endflächen mit der Längsaxe des Prismas bildet, $\varrho_4'$ den Brechungswinkel der ordentlichen, $\varrho_5$ den der ausserordentlichen Grenzwelle im Kalkspat, $i_4$ und $i_5$ die zugehörigen Einfallswinkel, so muss für eine symmetrische Verteilung der einfallenden Grenzstrahlen sein:

1. $\rho_4'-\rho_5=\rho_2'-\rho_3=14^0\,22'$ ($\rho_2'=90^0-68^0\,12'=21^0\,48'$ s. S. 150; $\rho_3=7^0\,26'$ s. S. 151).
2. $\omega \sin\rho_4'=\sin i_4$; $\epsilon_3\sin\rho_5=\sin i_5$.
3. $i_4-x=x-i_5$.
4. $x=\rho_4'+0^0\,12'$ ($\omega$ in Fig. 100b läuft nicht genau parallel der Längskante des Prismas, sondern weicht $22^0\,0'-21^0\,48'=0^0\,12'$ davon ab) $=\rho_5+14^0\,34'$

$\Big\}\ i_4+i_5=2(\rho_4'+0^0\,12')=2(\rho_5+14^0\,34')$.

Auch diese Gleichungen (in denen $\omega=1.6585$; $\epsilon_3=1.5531$ s. S. 151) löst man am einfachsten durch Probieren auf und findet dann:

$$\left.\begin{array}{ll}\rho_4'=17^0\,57'; & i_4=30^0\,44';\\ \rho_5=\ 3^0\,35'; & i_5=\ 5^0\,33';\end{array}\right\}\ x=18^0\,9';\quad \left.\begin{array}{l} i_4-x=12^0\,35';\\ x-i_5=12^0\,36'.\end{array}\right.$$

Die Normale der Endfläche muss also für diesen günstigsten Schnitt nicht 22° ($\varrho_1$ in Fig. 100a) sondern nur 18° 9′ gegen die Längsaxe des Prismas geneigt sein; oder die neue Endfläche darf nicht senkrecht auf der wie bei Nicol gelegenen Balsamschicht stehen, sondern muss mit ihr einen Winkel von 86° 9′ bilden. Diese neue Fläche steht gegen die Längsaxe nicht nur weniger geneigt als die Nicolsche, sondern auch als die ursprüngliche Rhomboëderfläche; es muss ein Abschleifen in umgekehrter Neigung, also bei der spitzen Ecke $s$, nicht bei der stumpfen Ecke $q$ eingreifend, erfolgen. Der symmetrisch zur Längsaxe des Nicols gelegene Oeffnungswinkel beträgt dann 25° 11′ gegen 21° bei den gewöhnlichen Nicols. Die Fabrikanten der polarisierenden Prismen scheinen die aus der obigen Durchrechnung sich ergebende Lage der Endflächen mehr oder weniger absichtlich zu erreichen; so gibt wenigstens B. Halle in seinem Preisverzeichnis von 1901 für Prismen Nicolscher Konstruktion einen Oeffnungswinkel von $22\frac{1}{2}^0$ und für andere Konstruktionen, die sich aber eng an die Nicolschen Vorschriften anlehnen und bei denen die grössere Oeffnung besonders hervorgehoben wird, einen Oeffnungswinkel von 23° — was wohl 25° heissen soll — an.

Nur innerhalb des Winkelraumes $i_2$—$i_3$ in Fig. 100b (oder $i_4$—$i_5$ bei der Variante) liefert das Prisma linear polarisiertes Licht, von dem man im allgemeinen sagt, dass es nach einer Ebene schwinge; indessen gilt dies streng genommen nur für die Wellennormalen, die in der Symmetrie-

ebene, also parallel der Zeichenebene von Fig. 100a und b das Prisma durchlaufen. Andere Wellennormalen zeigen in bezug auf ihre Schwingungsebene eine Ablenkung von dieser Lage, die aber wegen des kleinen Oeffnungswinkels $i_2$—$i_3$ nicht sehr bedeutend ist.

Diese Nicolsche Konstruktion weist eine ganze Reihe von kleineren und grösseren Mängeln auf, zu deren Beseitigung mannigfache Vorschläge gemacht worden sind. Aus der älteren Literatur seien hier die Arbeiten von Sparsky[1]), Nicol[2]), Radicke[3]), Potter[4]) und Hasert[5]) erwähnt. Vor allem stört die schiefe Endfläche, wodurch Strahlen in der Nähe von 3 (Fig. 100b) nahezu senkrecht und in der Nähe von 2 sehr schief auffallen, infolgedessen verschieden partielle Reflexion erfahren und dem Gesichtsfeld, das auf der einen Seite wegen der Farblosigkeit des Kalkspats vollkommen hell ist, eine um so stärkere Abtönung geben, je mehr man sich dem unteren Rande links nähert. Die schieferen Endflächen haben aber noch den weiteren Nachteil, dass sie eine Verschiebung der Strahlen nach der einen Seite bewirken. Auch die schiefe Lage der Wellenfläche zur Längsrichtung des Prismas und die damit verbundene unsymmetrische Verteilung der Wellengeschwindigkeiten der durchtretenden ausserordentlichen Wellen ist für die das Prisma passierenden bilderzeugenden Strahlen nicht günstig, so dass diese Konstruktion bei den Analysatoren (s. w. u.) der Mikroskope keine Verwendung mehr findet. Schliesslich gilt der Oeffnungswinkel von 21° (oder 25°) nur für den in der Nähe der stumpfen Ecke liegenden Teil des Gesichtsfeldes.

**91. Hartnack-Prazmowskisches und Thompsonsches Prisma.** Wesentliche Verbesserungen wurden von Hartnack-Prazmowski[6]) und S. W. Thompson[7]) vorgeschlagen und zur Ausführung gebracht. Fig. 101 zeigt die Art, wie ein nach den ersten beiden Autoren benanntes Prisma aus einem Spaltungsstück von Kalkspat herausgeschnitten ist. Die Erklärung für diese eigentümliche Orientierung, welche von den Erfindern nicht gegeben wurde, hat Feussner[8]) mitgeteilt, indem er die Frage beant-

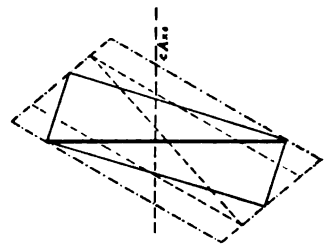


Fig. 101.

1) Pogg. Ann. **44**. 1838. 168—176.

2) Edinb. New Phil. Journ. **27**. 1839. 332—333. Pogg. Ann. **49**. 1840. 238—239.

3) Pogg. Ann. **50**. 1840. 25—34.

4) Phil. Magaz. (4) **14**. 1857. 452—457; (4) **16**. 1858. 419.

5) Pogg. Ann. **113**. 1861. 188—190.

6) Ann. Chim. Phys. (4) **7**. 1866. 181—189. Pogg. Ann. **127**. 1866. 494—496; oder Carls Rep. **1**. 1866. 325—326; **2**. 1867. 217—223; s. auch die Arbeiten Glazebrooks in Phil. Magaz. **10**. 1880. 247—254; **15**. 1883. 352—362.

7) Rep. Brit. Assoc. 1881. 563—564. Phil. Magaz. **12**. 1881. 349—351; s. auch Thompsons Bemerkungen über ein von Ahrens konstruiertes Prisma, Phil. Magaz. **21**. 1886. 476—480.

8) Zeitschr. f. Instr. **4**. 1884. 41—50, besonders S. 45.

wortete, wie ein Prisma beschaffen sein muss, wenn es bei geraden Endflächen ein möglichst grosses Gesichtsfeld haben soll.

Die Grösse dieses Gesichtsfeldes ist abhängig von dem Unterschied der Grenzwinkel der Totalreflexion der ordentlichen und der ausserordentlichen Wellennormale. Betrachten wir diese Normalen zunächst nur innerhalb des Kalkspatkörpers und nennen wir den Grenzwinkel der ordentlichen Wellennormale $\alpha$, den der ausserordentlichen $\beta$, so ist

$$1) \quad \sin\alpha = \frac{n}{\omega},$$

$$2) \quad \sin\beta = \frac{n}{\epsilon_1} = \frac{n}{\epsilon . \omega}\sqrt{\omega^2 \sin^2\varphi + \epsilon^2 \cos^2\varphi}.$$

Hier sind $\epsilon$ und $\omega$ die Brechungsexponenten des Kalkspats,
$n$ der Brechungsexponent der Zwischenschicht,
$\varphi$ der Winkel der ausserordentlichen Grenzwellennormale gegen die optische Axe des Kalkspats.

Aus beiden Gleichungen ergibt sich:

$$\beta - \alpha = \arcsin\frac{n}{\epsilon . \omega}\sqrt{\omega^2 \sin^2\varphi + \epsilon^2 \cos^2\varphi} - \arcsin\frac{n}{\omega}.$$

In diesem Ausdruck sind $n$ und $\varphi$ je nach der Wahl des Materials der Zwischenschicht und nach der Art der Orientierung des Prismas im Kalkspat variabel.

Für die Grösse $\beta - \alpha$ erhalten wir einen Maximalwert, wenn wir $\varphi = 90^0$ setzen; dann wird

$$\beta - \alpha = \arcsin\frac{n}{\epsilon} - \arcsin\frac{n}{\omega}.$$

Ferner können wir diesen Ausdruck noch weiter vergrössern, wenn wir $n$ möglichst gleich dem Brechungsexponenten der ausserordentlichen Welle machen, wenn wir also beispielsweise Leinöl, für welches $n = 1.478$ bis $1.485$ ist, als Kittmasse wählen; es wird dann

$$\beta - \alpha = 90^0 - \arcsin\frac{\epsilon}{\omega}.$$

Man erhält aus den beiden letzten Formeln

für Kalkspat und Leinölkittung $\beta - \alpha = 26^0\ 20'$
„ „ „ Canadabalsamkittung $\beta - \alpha = 21^0\ 47'$.

Man kann nun, um die Bedingung $\varphi = 90^0$ zu erfüllen, die optische Axe des Kalkspats senkrecht zur Trennungsfläche des polarisierenden Prismas stellen, wie es von Hartnack-Prazmowski geschehen ist (Fig. 101), oder man kann diese Axe zur Zwischenschicht parallel und gleichzeitig senkrecht auf die Symmetrieebene des Prismas stellen, was zur Thompsonschen Konstruktion führt, (die im Handel zuweilen nach Glan und Thompson benannt wird). Fig. 102a und b gibt in den gestrichelten Umrissen die Lage des letzteren Prismas in einem regelmässig ausgebildeten Kalkspatrhomboëder an. Fig. 102a zeigt die Orientierung im horizontalen Parallelbild, Fig. 102b im Querschnitt durch $AB$ oder parallel einer Fläche eines Prismas zweiter Ordnung $(\bar{1}2\bar{1}0)$. Im

ersteren Bild ist oben eine grosse Basis (0001) gezeichnet, wie diese zur richtigen Herstellung des Präparates zuerst angeschliffen wird.

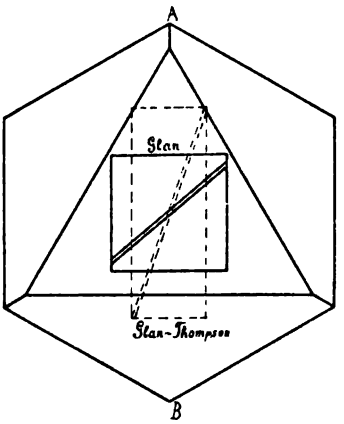



Fig. 102a.

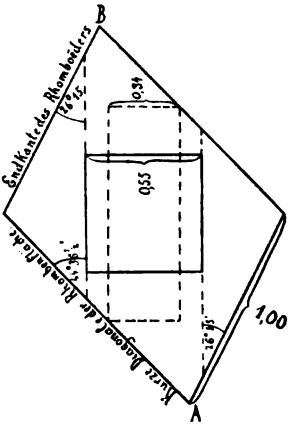



Fig. 102b.

Sollen nun die im Kalkspat liegenden, unter $\beta—\alpha$ gegeneinander geneigten, teils ordentlichen, teils ausserordentlichen Wellennormalen (s. Fig. 1 auf Taf. II, wo $\beta$ eigentlich zu 90° anzunehmen ist), durch symmetrisch eintretende Strahlen erzeugt werden, so müssen die beiden Einfallswinkel $i_1$ und $i_2$ einander gleich sein. Es ist dann, wenn wir noch mit $\varrho_1$ und $\varrho_2$ die Brechungswinkel bezeichnen,

1) $\sin i_1 = \sin i_2$,

2) $\omega . \sin \rho_1 = \epsilon \sin \rho_2$ [1]),

3) $\beta - \alpha = \rho_1 + \rho_2$, $\left(\alpha = \frac{n}{\omega};\ \beta = \frac{n}{\epsilon}\right)$ [1]).

Aus 2) und 3) folgt:

$$\sin \rho_2 = \frac{\omega}{\epsilon} \sin \rho_1 = \sin[(\beta—\alpha)—\rho_1],$$

und wenn wir die rechte Seite nach dem Additionstheorem (S. 18) umgestalten:

$$\operatorname{cotg} \rho_1 = \operatorname{cotg}(\beta - \alpha) + \frac{\omega}{\epsilon \sin(\beta—\alpha)}.$$

Nach dieser Formel ergeben sich für das Thompsonsche Prisma folgende Werte:

| Bei Leinölkittung ($n=\epsilon$).[2]) | Bei Canadabalsam-Kittung ($n=1.54$) |
|---|---|
| $\rho_1 = 12^\circ\ 26'$; $\rho_2 = 13^\circ\ 54'$ | $\rho_1 = 10^\circ\ 17'$; $\rho_2 = 11^\circ\ 30'$ |
| $i_1 = i_2 = 20^\circ\ 55'$ | $i_1 = i_2 = 17^\circ\ 14'$ |
| Oeffnungswinkel $= 41^\circ\ 50'$ | Oeffnungswinkel $= 34^\circ\ 28'$ |
| Länge : Breite $= \operatorname{tg} S = 4.04$ [3]) | Länge : Breite $= \operatorname{tg} S = 4.91$. |

1) Wenigstens gilt dies innerhalb aller zur Zeichnung parallelen Ebenen; in anderen Ebenen finden sich ausserordentliche Wellennormalen mit einem vom Hauptbrechungsexponenten ein wenig abweichenden Brechungswert.

2) Für eingedicktes Leinöl wird $n = 1.485$ angegeben, während $\epsilon = 1.4864$.

3) $S = \alpha + \rho_1 = \beta - \rho_2$; $\beta = 90^\circ$ s. Fig. 1 Taf. II.

Im ersten Fall polarisiert also das Prisma alle Strahlen, welche innerhalb eines Winkelraumes von fast 42°, im letzteren Fall innerhalb eines Raumes von etwas über 34° einfallen; die Länge dieser Prismen übersteigt die Breite um das vier- bis nahezu fünffache. Die Fabrikanten pflegen nun sehr häufig von diesen Dimensionen abzuweichen und dies mit um so grösserem Recht, als die grosse Länge zuweilen stört und der sehr grosse Oeffnungswinkel häufig nicht notwendig ist[1]). B. Halle in Steglitz bei Berlin bringt Thompsonsche Prismen in den Handel, deren Länge die Breite nur dreimal übertrifft und welche bei Leinölkittung ein Polarisationsfeld von 30°, bei Balsamkittung ein solches von nur 20—24° besitzen.

**92. Glansches Prisma.** Will man noch kürzere Polarisationsprismen verwenden, so kann man solche auf Kosten der Grösse des Gesichtsfeldes leicht herstellen. Das extremste Glied in der langen Reihe der verschiedenen Konstruktionstypen liegt in dem Glanschen[2]) Prisma vor. Von dem Thompsonschen unterscheidet es sich hauptsächlich dadurch, dass die Zwischenschicht nicht aus Leinöl oder Balsam, sondern nach dem Vorgang von Foucault[3]) aus Luft besteht.

Die Grösse des Oeffnungswinkels eines Glanschen Prismas lässt sich auf folgende Weise finden. Die Grenzwinkel der beiden Wellennormalen in bezug auf Luft sind für (vergl. die schematische Fig. 1 Taf. II)

die ordentliche Welle $37^\circ\ 5' = \alpha$
die ausserordentliche Welle $42^\circ\ 17' = \beta$.

Es ist also $\beta - \alpha = \rho_1 + \rho_2 = 5^\circ\ 12'$. Da nun bei symmetrischem Austritt

$$i_1 = i_2, \quad \begin{matrix} \sin i_1 = \omega \sin \rho_1 \\ \sin i_2 = \epsilon \sin \rho_2, \end{matrix}$$

so lassen sich wieder, wie auf S. 155, $\varrho_1$ und $\varrho_2$ berechnen. Wegen der Kleinheit der Winkel kann man aber hier die Sinus mit ihren Bögen vertauschen und also setzen

$$\omega \cdot \rho_1 = \epsilon \cdot \rho_2,$$

so dass man erhält

$$\rho_1 = 2^\circ\ 27'; \quad \rho_2 = 2^\circ\ 45'$$
$$i_1 = i_2 = 4^\circ\ 5'.$$

Hiernach ist das Gesichtsfeld des Glanschen Prismas $8^\circ\ 10'$ gross. Die trennende Luftschicht liegt unter dem Winkel

$$S = \alpha + \rho_1 = \beta - \rho_2 = 39^\circ\ 32'$$

gegen die Endflächen geneigt (Fig. 1 Taf. II). (Glan gibt $39^\circ\ 43'$ an, weil er $\varrho_1 = \varrho_2$ und also nicht $i_1 = i_2$ setzt.) Infolge dieser geringen (in Fig. 1 Taf. II etwas übertriebenen) Neigung ist das Prisma sehr kurz, überhaupt das kürzeste von allen polarisierenden Prismen. Theoretisch findet man Breite : Länge = tg $39^\circ\ 32' = 0.825$; in der Praxis lässt man

---

1) S. auch E. Bertrand, Bull. Soc. Min. Fr. 8. 1885. 379—383.
2) Carls Rep. **16**. 1880. 570—573. **17**. 1881. 195.
3) C. R. **45**. 1857. 238—241. Pogg. Ann. **102**. 1857. 642—643.

zweckmässig die Luftschicht nicht genau in den Seitenkanten der Endflächen, sondern etwas unterhalb seitwärts auslaufen (s. Fig. 102a die ausgezogenen Linien unter „Glan"), damit nicht so leicht Staub eintreten kann und das Prisma sich in der Fassung besser befestigen lässt. Auch dann gelingt es, die Länge dieses Prismas noch etwas unterhalb seiner Breite zu halten, z. B. wird das Verhältnis 0.924 angegeben.

Fig. 102a und b lässt erkennen, in welchem Grössenverhältnis die Prismen nach Thompson und Glan stehen, wenn sie aus gleich grossen Kalkspatrhomboëdern hergestellt werden. Nennen wir die Kantenlänge des regelmässig gespaltenen Kalkspatrhomboëders die Einheit, so hat das daraus herzustellende Thompsonsche Prisma (bei dreifacher Länge und quadratischem Querschnitt) die Breite 0.34, das Glansche (bei würfelförmiger Gestalt) die Breite 0.55. Besonders das Thompsonsche Prisma verlangt sehr viel mehr Stoff als ein Nicolsches Prisma und ist entsprechend hoch im Preis.

**93. Bertrandsche und andere Prismen.** Durch einen von E. Bertrand[1]) angegebenen Kunstgriff lässt sich bei jedem polarisierenden Prisma das Gesichtsfeld erheblich vergrössern, wenn man ausser der ersten, bei allen Konstruktionen bereits vorhandenen Trennungsschicht noch eine zweite anbringt, die man in bezug auf die Sehrichtung symmetrisch zur ersten legt. Diese Schichten können das Prisma erheblich weniger steil durchsetzen und damit eine bedeutende Verkürzung ermöglichen. Sie lassen sich nicht nur durcheinander anbringen, was der Herstellung grosse Schwierigkeiten bereitet und auch wegen der Mittellinie, in der die vier Keile zusammenstossen, einige Störungen für die durch solche Prismen zu betrachtenden Bilder zur Folge hat, sie können auch über einander gelegt werden, wie dies von W. Grosse[2]) vorgeschlagen wurde. In Fig. 2 Taf. II ist ein nach dem Bertrandschen Prinzip mit der Grosseschen Variante gebautes Glansches Prisma, d. h. ein Prisma mit zwei trennenden Luftschichten, gezeichnet. Es ist $i_1 = i_2 = 8^0\ 10'$; $\rho_1 = 4^0\ 55'$; $\rho_2 = 5^0\ 29'$; die ganze Oeffnung ist also $16^0\ 20'$ und die Länge beträgt das anderthalbfache der Breite. Einzelheiten über den Gang der Lichtstrahlen sind aus Fig. 2 Taf. II zu ersehen, wo die violetten Kegel unpolarisiertes (in Luft) oder noch nicht geschiedenes ordentliches und ausserordentliches Licht (in Kalkspat) und die blauen Kegel die schrittweise abgespaltenen ordentlichen Wellen darstellen. Das durchtretende linear polarisierte ausserordentliche Licht ist rot gezeichnet.

Bei allen Prismen dient der letzte Kalkspatkeil nur dazu, die austretenden Strahlen den einfallenden parallel zu machen. Man hat nun versucht, hier das kostbare Kalkspatmaterial durch Glas zu ersetzen; nur fehlt es bis jetzt an einer Glassorte, die in Brechung und Dispersion der ausserordentlichen Welle des Kalkspats gleich käme; daher zeigen solche

1) C. R. 99. 1884. 538—540. Bull. Soc. Min. Fr. 7. 1884. 343.
2) Die gebräuchlichen Polarisationsprismen etc. Clausthal 1887.

von E. Lommel[1]) und C. Leiss[2]) konstruierte Prismen immer eine kleine Ablenkung oder Farbenzerstreuung, die sie zu Analysatoren weniger geeignet machen als zu Polarisatoren. E. Sang[3]) hat schon 1837 vorgeschlagen, das Nicolsche Prinzip der Beseitigung der einen Welle durch Totalreflexion in der Weise auszuführen, dass man in einen parallelepipedischen Glastrog Schwefelkohlenstoff und unter geeigneter Neigung eine dünne Spaltungslamelle von Kalkspat bringt. Von den aus der ersten Schwefelkohlenstoffhälfte auf die Lamelle fallenden Strahlen natürlichen Lichtes werden die den ausserordentlichen Schwingungen im Kalkspat parallel schwingenden Teile total reflektiert und also diesmal die ordentlichen Wellen durchgelassen. Den gleichen Gedanken brachte Jamin[4]) zur Ausführung. An Stelle des etwas lästigen Schwefelkohlenstoffs setzte Zenker[5]) schon bald nach Jamins Publikation und später auch E. Bertrand[6]) Flintglas und verband die Lamelle durch einen Kitt von hoher Lichtbrechung mit dem Glase. C. D. Ahrens[7]) stellte eine Art von Wollastonschem Prisma[8]) her, das er aus drei Kalkspatkeilen zusammenkittete, um dadurch eine bis nahe 60° gehende Winkeltrennung der austretenden Strahlen zu erreichen. Die Keile haben etwa die äussere Form wie in Fig. 2 Taf. II, die Orientierung ist aber eine ganz andere. Bei den Endkeilen steht die optische Axe des Kalkspats senkrecht zur Zeichenebene, bei dem mittleren Keil läuft sie von rechts nach links. Wie bei jedem Wollastonschen Prisma sind beide durchtretenden Strahlen abgelenkt und dispergiert; Ahrens hebt nun bei einem der Strahlen diese Ablenkung und Dispersion durch ein passend vorgeschobenes oder aufgekittetes Glasprisma auf. H. G. Madan[9]) hat den obersten der drei Ahrensschen Kalkspatkeile durch eine Flintcrownglaskombination ersetzt und diese nicht aufgekittet, sondern nach Faucoult durch eine Luftschicht getrennt; dadurch wird der ordentliche Strahl durch Totalreflexion beseitigt.

**94. Die Schwingungsrichtung eines polarisierenden Prismas** ist vor dem Gebrauch ein für allemal annähernd festzustellen und auf der Fassung irgendwie einzugravieren. Kennt man die Konstruktion eines vorliegenden Prismas, so kann man auch diese Schwingungsrichtung unmittelbar angeben. Man weiss, dass bei einem Prisma Nicolscher Konstruktion die Schwingungsebene senkrecht zur Canadabalsamschicht liegt, dass bei einem solchen Glanscher oder Thompsonscher Konstruktion

1) S. M. A. 1898. 111. Ref. Z. X. **33**. 1900. 489.
2) S. B. A. **40**. 1897. 901—904. Ref. Z. X. **33**. 1900. 112.
3) R. Soc. Edinb. 1837. cf. Proc. R. Soc. Edinb. **18**. 1891. 323.
4) C. R. **68**. 1869. 221. Pogg. Ann. **137**. 1869. 174.
5) Zeitschr. f. Instr. **4**. 1884. 50.
6) Bull. Soc. Min. Fr. **7**. 1884. 340. C. R. **99**. 1884. 538.
7) Phil. Magaz. (5). **19**. 1885. 69—70.
8) cf. Müller-Pouillet, 9. Aufl. 1897. Optik. 1016.
9) Nature, London, **31**. 1884/85. 371—372.

die Schwingungsrichtung der trennenden Schicht parallel läuft. Diese Schichten sind bei schrägem Hineinblicken leicht zu erkennen; in zweifelhaften Fällen tut man aber gut, einen kleinen Fundamentalversuch anzustellen, indem man das Prisma gegen das von einem horizontal liegenden durchsichtigen Körper — Objektträger, polierte Tischplatte oder auch nur geölter Fussboden — etwa unter dem Polarisationswinkel reflektierte Wolkenlicht richtet und während des Durchsehens um die Längsaxe dreht. Bei der hier immer geltenden Fresnelschen Auffassung, dass das reflektierte Licht senkrecht zur Einfallsebene schwingt, liegt bei Dunkelstellung des Prismas die Schwingungsebene der Strahlen, die das Prisma durchlaufen können, vertikal.

---

## II. Herstellung von monochromatischem Licht.

Ausser polarisiertem Licht gebraucht man bei vielen Beobachtungen nicht weisses, sondern einfarbiges Licht, das sich herstellen lässt:

durch Absorption mittelst Gläsern oder Flüssigkeiten (Strahlenfilter);

durch Verdampfung fester Körper mittelst der nicht leuchtenden Bunsenflamme;

durch Erhitzen von verdünnten Gasen mittelst des elektrischen Funkens;

durch spektrale Zerlegung des weissen Lichtes (Monochromator).

Bei allen Methoden hat man zu berücksichtigen, dass die Helligkeit der verschiedenen Lichtarten ausserordentlich verschieden ist, wie dies die über dem Spektrum in Fig. 106 (S. 164) gezeichnete Kurve der Helligkeit in den einzelnen Spektralbezirken angibt. Das Maximum liegt im hellgrünen Teil, ganz nahe bei der *D*-Linie und erfährt eine schnelle Abnahme nach beiden Seiten, wodurch sich die grosse Schwierigkeit erklärt, rotes und blaues Licht von einiger Intensität herzustellen.

**95. Strahlenfilter.** Man kann ziemlich einfarbiges Licht erhalten, wenn man weisses Licht durch eine oder mehrere farbige Platten hindurchschickt. Zur Herstellung von rotem Licht verwendet man am einfachsten Kupferoxydulgläser, d. h. Gläser, welche mit einer sehr dünnen Schicht von Kupferoxydulglas überfangen sind. Helle Kupferoxydul-Glasplatten geben einen Streifen im Rot, der sich von der Fraunhoferschen Linie *a* bis nahe an *D* erstreckt; dunkle Platten derselben Art geben einen schmaleren, aber auch sehr viel weniger intensiven Streifen. Eine Lösung von Eosin und Methylenblau, wie sie Dr. Steeg & Reuter in Homburg unter den Flüssigkeiten mit Absorptionsstreifen herstellt, lässt bei derselben Lichtdurchlässigkeit wie die hellen roten Gläser ein sehr viel schmaleres Band im Rot frei und gibt daher monochromatischeres Licht. Die Lage des hellen Streifens ist je nach Art der Mischung und Kon-

zentration einigen Schwankungen unterworfen, man muss also bei quantitativen Bestimmungen erst die Grenzen und die Helligkeitsmitte durch ein Spektrometer festlegen[1]). Die Herstellung andersfarbigen Lichtes ist etwas umständlicher, da man immer mehrere Lösungen oder Gläser hintereinander schalten muss, damit alle Teile des Spektrums bis auf einen Streifen absorbiert werden. H. Landolt hat über die Herstellung von rotem, gelbem, grünem, hellblauem und dunkelblauem Licht durch Strahlenfilter nähere Angaben gemacht[2]).

**96. Monochromatische Flammen.** Viel vollkommener ist die Herstellung monochromatischen Lichtes durch glühende Gase, die man am einfachsten aus festen Salzen durch die nicht leuchtende Bunsenflamme erhält; indessen lässt sich nur ein beschränkter Bezirk des ganzen Spektrums auf diese Weise monochromatisch darstellen, wenn es auf geringe Kosten ankommt. Um einfarbiges rotes und grünes Licht zu erhalten wendet man gewöhnlich Lithium- und Thalliumsulfat an, zur Herstellung von *D*-Licht ist ein Salz des Natriums und zwar am besten das Karbonat (entwässerte Soda) zu gebrauchen; auch wird Chlornatrium und Bromnatrium empfohlen[3]), wenn es sich um besonders intensives Licht handelt und man die Unbequemlichkeit der schnellen Verdampfung notwendig in den Kauf nehmen muss. Einfache Sodaperlen, an einmal umgebogenem Draht gehalten, sind ohne Ersatz länger als eine halbe Stunde und also bei ökonomischer Verwendung zu zahlreichen Ablesungen zu gebrauchen. Bei der Anwendung von Thalliumsalzen muss man die Verdampfung unter einem guten Abzug vornehmen, da den Dämpfen giftige Eigenschaften zugeschrieben werden; übrigens empfiehlt sich diese Vorsicht auch bei Soda, weil sonst in dem Beobachtungsraum alle anderen Flammen durch das in der Luft verteilte Natrium längere Zeit überstrahlt werden. Um gleichzeitig zwei oder mehrere Lichtarten anzuwenden — was bei spektrometrischen Arbeiten sehr zweckmässig ist — kann man die Salze mischen. Besonders eignen sich hierzu die Salze des Lithiums und Natriums, wenn man von letzterem sehr viel weniger (etwa $^1/_{10}$) dem Gemisch zusetzt, da sonst die Lithiumflamme erstickt wird. F. Beckmann hat verschiedene Spektrallampen konstruiert[4]), bei denen der färbende Stoff der Flamme durch Zerstäubung vermittelst poröser Körper und Druckluft zugeführt wird.

**97. Plückersche Wasserstoffröhre[5]).** Will man die Beobachtung über einen grösseren Teil des Spektrums ausdehnen, so kann hierzu das durch den elektrischen Funken in Geisslerschen Röhren leuchtend gemachte

1) E. A. Wülfing, Habilitationsschrift, Heidelberg 1891. S. 23.
2) Ber. d. d. chem. Ges. **27**. 1894. 2872—2877.
3) E. Fleischl v. Marxon, Wied. Ann. **38**. 1889. 675—676.
4) Zeitschr. f. phys. Chem. **34**. 1900. 593—611. **35**. 1900. 443—458. 652—660.
5) Pogg. Ann. **104**. 1858; **105**. 1858; **107**. 1859.

Wasserstoffgas dienen. Man erhält auf diese Weise ein Spektrum von vier Linien, die über drei Viertel des sichtbaren Spektrums verteilt sind, nämlich:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Hα | mit | λ = 0.656 μ, | entspr. | der | Fraunhoferschen | C-Linie | im Rot |
| Hβ | „ | „ = 0.486 μ, | „ | „ | „ | F- „ | „ Hellblau |
| Hγ | „ | „ = 0.434 μ, | „ | „ | „ | G'- „ | „ Dunkelblau |
| Hδ | „ | „ = 0.410 μ, | „ | „ | „ | h- „ | „ Violett. |

Das erforderliche Instrumentarium — elektrische Batterie, grosses Induktorium, Wasserstoffröhre — ist recht kompliziert und kostbar und gibt nicht einmal sehr intensives Licht, bei dem man überdies unter Umständen noch farbiger Gläser bedarf, um das Licht einer Linie von dem der andern zu isolieren.

**98. Monochromator.** Schliesslich kann man das weisse Licht in ein Spektrum ausbreiten und von diesem Spektrum ein beliebig schmales Stück zur Verwendung herausschneiden, wie das von Foucault, Helmholtz, Lippich, Landolt, Abney, Tutton, dem Verfasser[1]) u. a. geschehen ist. Jeder Spektralapparat lässt sich mit einer kleinen, konstruktiven Ergänzung, welche in der Anbringung eines Spaltes am Austrittsrohr besteht, in einen Apparat zur Herstellung monochromatischen Lichtes umwandeln. Indessen pflegt bei den Spektralapparaten Ein- und Austrittsrohr gegeneinander bewegt zu werden, um die verschiedenen Teile des Spektrums bei Minimalablenkung einzustellen, was einige Unbequemlichkeit bei der hier in Frage kommenden Verwendung zur Folge hat. Ist das Eintrittsrohr beweglich, so muss die Beleuchtungsflamme fortwährend verschoben werden; bewegt man aber das Austrittsrohr, wie das bei Sonnenbeleuchtung nicht umgangen werden kann, so muss man die Bewegung auf den ganzen Beobachtungsapparat übertragen, was weitere Unzuträglichkeiten mit sich bringt. Man kann nun aber auch Spektralapparate mit festem Ein- und Austrittsrohr konstruieren und die Bewegung des Spektrums durch Drehung des Prismas vornehmen, wobei man dann auf die Minimaleinstellung verzichtet und eine hier übrigens nicht bemerkbare Unschärfe der Linien in den Kauf nimmt. Diese Anordnung ist von mir bei der Konstruktion des Spektralapparates zur Herstellung von intensivem monochromatischem Licht — von P. Ites[2]) Monochromator genannt — gewählt worden. Fig. 103 zeigt im Querschnitt die optischen Teile des Instrumentes mit Ausnahme des Einstellmikroskops in $^1/_2$ der wirklichen Grösse. Fig. 104 und 105 geben Ansichten in Verbindung mit dem Kollimator eines Goniometers *Sp* und eines Mikroskops. Die beiden Spalte befinden sich genau in der Brennweite der zugehörigen Linsen und werden in dieser Lage durch Schrauben

1) Ausführliche Literaturangaben finden sich in des Verfassers Aufsatz im N. J. B. B. **12**. 1898. 343—404; s. ferner Zeitschr. f. Instr. 1898. 209—213.

2) Ueber die Abhängigkeit der Absorption des Lichtes von der Farbe etc. Preisschrift und Dissert. Göttingen 1903. S. 17.

und Spannringe festgehalten (bei dem Austrittsrohr *b*). Zur Erlangung eines etwa 25 mm breiten Spektrums sind zwei Flintglasprismen ver-

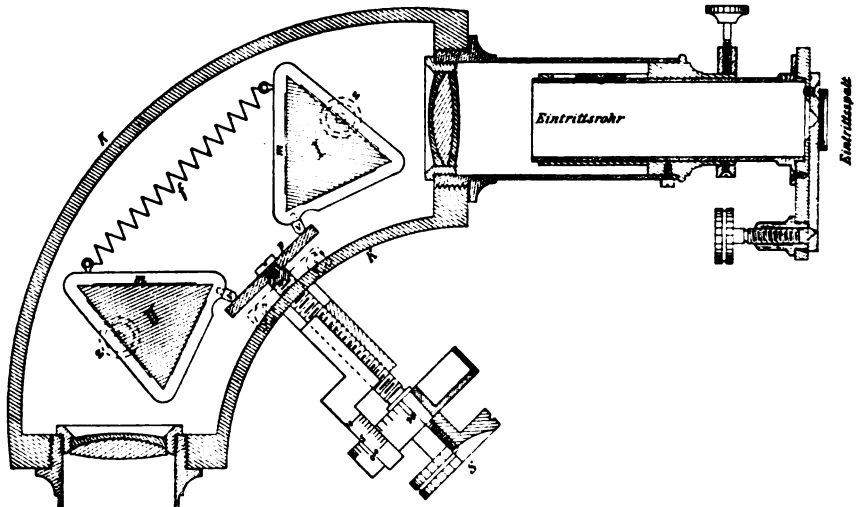
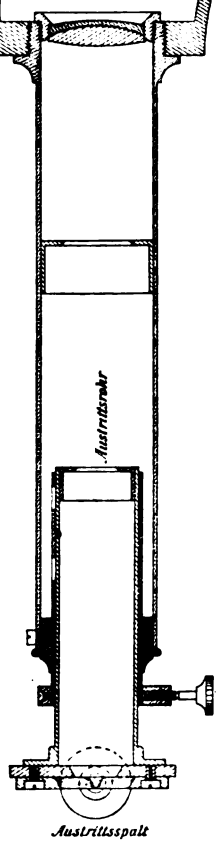



Fig. 103.



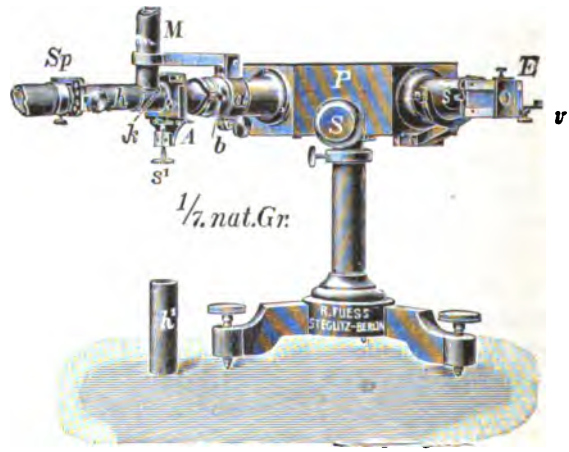




Fig. 104.

wendet, die mittelst der Schraube *S* um die Axen *z* symmetrisch bewegt werden und dadurch ein Wandern des Spektrums an dem Austrittsspalt vorbei bewirken. Das vom Heliostaten kommende Sonnenlicht wird durch

eine grosse Sammellinse von 10 cm Oeffnung und 30 cm Brennweite auf den mit Schutzglas und Vergleichsprisma versehenen Eintrittsspalt *E* geworfen und erfährt nach der spektralen Zerlegung durch die Backen des Austrittspaltes *A* eine Abblendung bis auf einen schmalen Streifen, dessen Breite durch die Schraube $s_1$ zu regulieren ist. Die Einstellung einer bestimmten Farbe erfolgt durch das abgebrochen gezeichnete Mikroskop *M*, das unten ein totalreflektierendes Prisma trägt und für die Einstellung herunter, wie in Fig. 104, für den Durchgang der Strahlen herauf, wie in Fig. 105, geklappt werden kann. In dem Rohr *h* befindet sich eine Linse, welche je nach der Stellung die vom Spalt ausgehenden

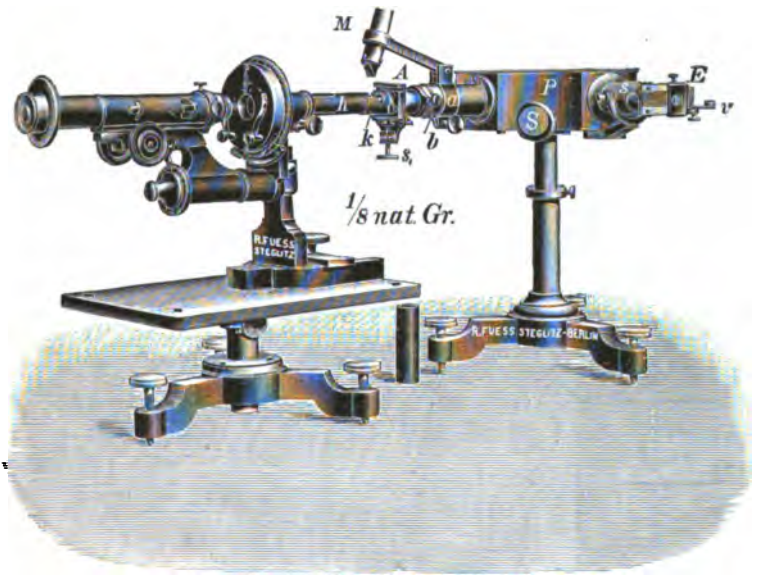



Fig. 105.

Strahlen parallel oder konvergent weiter gehen lässt. Bei Beleuchtung eines Goniometerspaltes wird auf diesen ein scharfes Bild des Austrittsspaltes entworfen, bei mikroskopischer Beobachtung kann dieses Bild in der Ebene des Objekts liegen und bei der Beleuchtung eines Axenwinkelapparates sollen die Strahlen aus jener Linse etwa parallel austreten.

Wenn bei Sonnenlichtbeleuchtung die Schraube *S* nur zur Bewegung der Prismen, nicht zur eigentlichen Einstellung einer bestimmten Farbe dient, so lässt sich doch letzteres durch eine passend an der Trommel der Schraube angebrachte Teilung ebenfalls erreichen; nur muss man das Instrument dann sehr viel vorsichtiger behandeln. Bei Gebrauch von künstlichen Lichtquellen ist man gezwungen, diese Art der Einstellung zu wählen und hat also eine Aichung der Schraube mit Hülfe bestimmter Fraunhoferscher Linien oder homogener Flammen durchzuführen.

Um mit dem Instrument sicher und schnell zu arbeiten, sollte man über die Lage der wichtigsten Linien orientiert sein, und ein Spektrum wie in

Fig. 106 zu zeichnen versuchen. Man trägt zu dem Zweck links in vertikaler Richtung alle in Betracht kommenden Linien in Abständen proportional ihrer Wellenlänge auf (Gitterspektrum) und misst alsdann im subjektiv oder objektiv dargestellten Spektrum des Instrumentes den Abstand einiger weniger, mit Sicherheit richtig erkannter Linien (hier *Ka*, *C*, *D*, *F*, *G'*, $H_1$), wobei man den Austrittsspalt möglichst weit öffnet. Diese

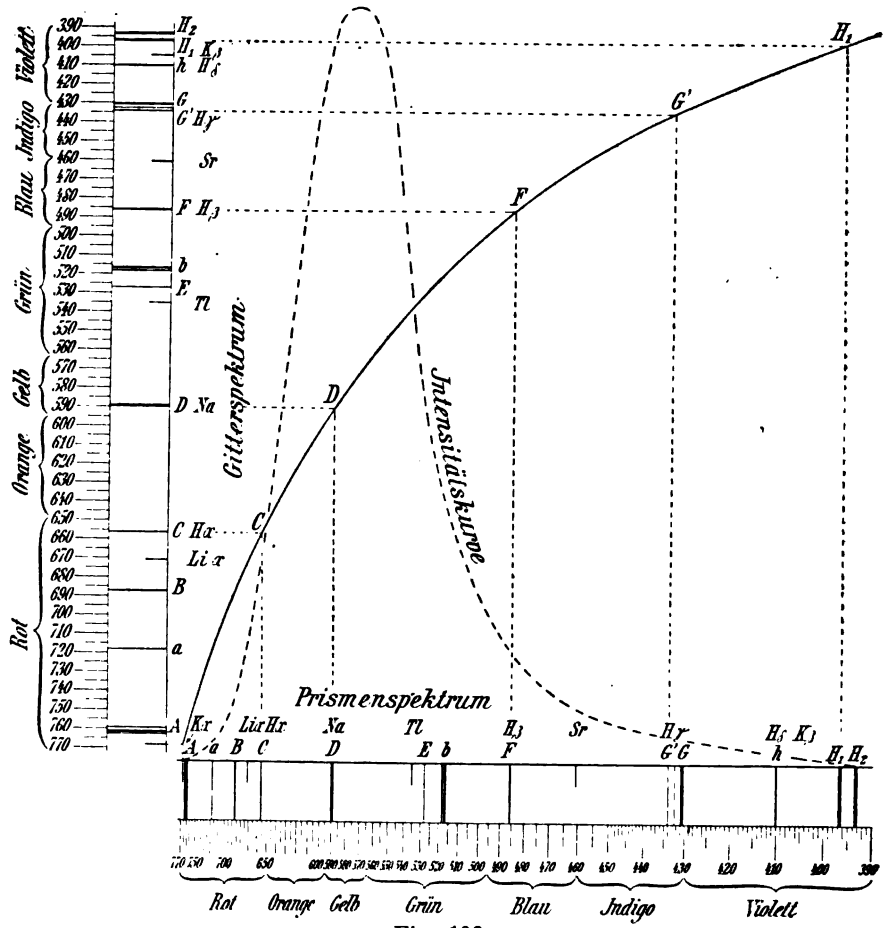



Fig. 106.

Messungen dienen gleichsam als Gerippe für das in horizontaler Richtung zu entwerfende Prismenspektrum. Verlängert man diese sechs Linien als Ordinaten nach oben, die gleichlautenden sechs Linien des Beugungsspektrums als Abszissen nach rechts, so erhält man Punkte zur Konstruktion der von links unten nach rechts oben verlaufenden Kurve, durch deren Vermittlung man aus beliebig vielen Linien im Beugungsspektrum als Abszissen die entsprechenden Linien im Refraktionsspektrum als Ordinaten erhält.

Ein kleinerer, aber noch lichtstärkerer Monochromator, der in den Kollimator $C$ eines Goniometers bis zu einer durch den Klemmring $n$ gegebenen Tiefe direkt eingesteckt werden kann, ist in Fig. 107 abgebildet[1]). $C_1$ ist das Eintrittsrohr, $P$ das durch die Mikrometerschraube $a$ drehbare Prisma, $R$ das Austrittsrohr. $Sp$ ist der mit Schutzkappe $c$ versehene, durch $k$ zu öffnende Eintrittsspalt, der durch die Schraube $b$ im Fokalabstand von Linse $o$ festgeklemmt wird. Bei $w$ befindet sich der Kollimatorspalt, in dessen Ebene das durch die hier eingeklappte starke Lupe $L$ einzustellende Spektrum liegt. Die Linse $o_1$ befindet sich im Abstand ihrer Brennweite von $w$ und wird in dieser Lage durch $d$ festgehalten. Da die Linsen nicht für den ganzen Spektralraum achromatisch und aplanatisch zu sein pflegen, so kann man zur Erlangung möglichster Schärfe der verschiedenen Fraunhoferschen Linien die mit feinem Gewinde versehene Linse $o$ innerhalb kleiner Grenzen hin und her schrauben.

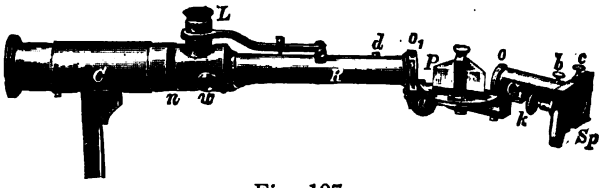


Fig. 107.

Ueber eine andere, Diasporameter genannte Vorrichtung zur Herstellung monochromatischen Lichtes sind in dem Abbeschen Büchlein „Neue Apparate zur Bestimmung des Brechungs- und Zerstreuungsvermögens fester und flüssiger Körper", Jena 1874. 50—52 und auch in F. Wallerands Aufsatz in Bull. Soc. Min. Fr. 22. 1899. 67—69 Angaben zu finden.

---

## III. Polarisationsmikroskope und einige Hülfsapparate.

**99. Verschiedene Lupen.** In Fig. 86 S. 138 ist bereits eine gewöhnliche Handlupe abgebildet, in Fig. 108 sieht man ein ähnliches Glas wie es von E. Leitz als Exkursionslupe montiert wird. Zuweilen ist es beim Präparieren wünschenswert, beide Hände frei zu haben; man muss dann entweder wie die Uhrmacher eine entsprechend leicht gefasste Linse ins Auge klemmen oder, wenn diese Geschicklichkeit nicht vorhanden ist, Stative benutzen, wie solche in mannigfacher Form von den verschiedenen optischen Werkstätten angefertigt werden. Fig. 109 zeigt einige von E. Leitz in Wetzlar ausgeführte Stativlupen. Neuerdings hat C. Zeiss

Fig. 108.

---

1) E. A. Wülfing, T. M. P. M. 15. 1896. 52—59; s. auch C. Leiss, N. J. 1896. II. 256—258.

in Jena auf Anregung von H. S. Greenough[1]) Lupen oder Mikroskope hergestellt, bei denen das stereoskopische Sehen durch Kombination zweier vollständiger und für die Präparation zweckmässiger Weise auch bildaufrichtender Mikroskope geschieht, so dass man ausserordentlich plastische Bilder der Gegenstände erhält. Fig. 110 zeigt ein solches Instrument mit dem für das Absuchen von Handstücken passenden Stativ; auch ist hier eine stereoskopische Kamera nach D. Drüner[2]) abgebildet. — In manchen

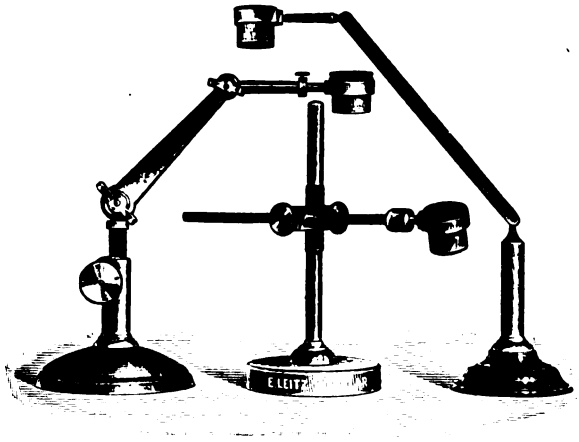


Fig. 109.

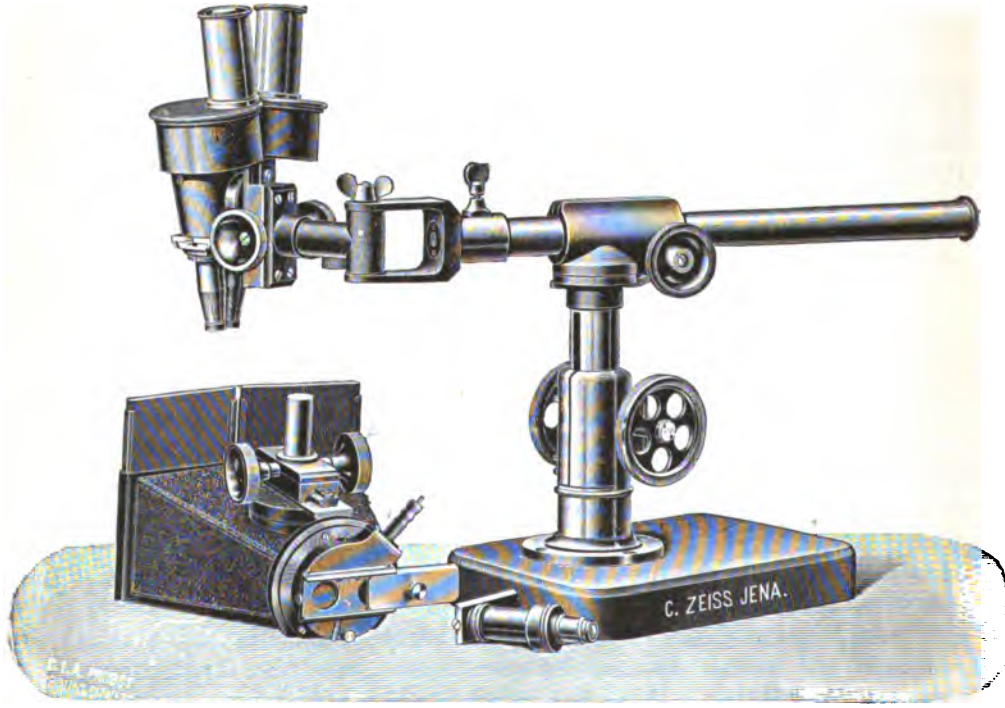



Fig. 110.

1) Zeitschr. f. wiss. Mikroskopie **14**. 1897. 294—298.
2) Zeitschr. f. wiss. Mikroskopie **17**. 1900. 281—293.

Fällen kann man schon bei Lupenbeobachtung polarisiertes Licht gebrauchen. In dem von E. Kalkowsky[1]) ersonnenen und von R. Fuess ausgeführten Modell Fig. 111 wird der Polarisator durch einen Glasplattensatz $P$ gebildet, der unter dem Brewsterschen Winkel das Licht vom Spiegel $Sp$ erhält. Die Lupe $A$ kann mittelst der Scharniere $ss_1$ über den ganzen Objekttisch $O$ bewegt und mit dem Analysator $A$ bedeckt werden. Eine wie es scheint praktische Streuvorrichtung zum Ausbreiten des Pulvers ist bei den von W. und H. Seibert ausgeführten Lupen angebracht[2]).

Fig. 111.

**100. Die ältesten Mikroskoptypen zu mineralogischen Untersuchungen.** Wenn die Vergrösserung einer Lupe nicht mehr genügt, so wendet man ein aus Objektiv und Okular bestehendes, zusammengesetztes Mikroskop an, das zur Untersuchung der weiter unten beschriebenen Erscheinungen mit polarisierenden Prismen versehen wird. Man fügt in den Gang der Lichtstrahlen zwischen Spiegel und Objekt ein Nicolsches oder ähnliches Prisma als Polarisator und zwischen Objektiv und Auge des Beobachters entweder im Tubus oder über dem Okular ein zweites Prisma als Analysator ein. Ein derart ergänztes Mikroskop pflegt man ein Mikroskop mit Polarisationsvorrichtung oder auch ein Polarisationsmikroskop zu nennen. Diese Beobachtung zwischen zwei polarisierenden Prismen erfüllt ihren Zweck aber nur, wenn

1. das zu untersuchende Objekt bei feststehenden, gekreuzten Nicols bequem in seiner eigenen Ebene zentrisch drehbar ist oder umgekehrt, wenn die beiden Nicols in gleichem Tempo um das feststehende Objekt gedreht werden können,

2. wenn der Winkel zwischen zwei Lagen des Objekts bis auf 0.1° — in manchen Fällen wohl noch etwas genauer — abgelesen werden kann, und

3. wenn die Nicol-Hauptschnitte eine bekannte, jeden Augenblick nach etwa vorgenommener Verschiebung wieder herstellbare Lage haben.

Mit einem nach derartigen Prinzipien gebauten Instrument stellte schon M. L. Frankenheim[3]) 1860 seine Beobachtungen „Ueber das Entstehen und das Wachsen der Krystalle etc." an. Der drehbare Tisch kommt

1) N. J. 1897. I. 81—82.
2) E. Weinschenk, Die gesteinsbildenden Mineralien. Freiburg i. Br. 1901. S. 20.
3) Pogg. Ann. **111**. 1860. 37.

schon 1856 in einem von S. Highley speziell für mineralogische Zwecke konstruierten Mikroskop[1]) vor und findet sich auch in dem 1875 zum Abschluss gebrachten Werk von Nägeli und Schwendener[2]) in der Abbildung eines Mikroskops von Seibert und Krafft. Eigentlich brauchbare Polarisationsmikroskope wurden aber wohl zuerst von R. Fuess nach den Angaben von H. Rosenbusch konstruiert und von diesem beschrieben[3]). Fig. 112a und b zeigt dieses ältere Mikroskop in Totalansicht mit Durchschnitt der wichtigeren Teile, Fig. 112a gibt einen Querschnitt in der Richtung $AB$ der Fig. 112b.

Die zentrische Drehbarkeit des Objekts wird bei diesem Instrument für jede beliebige Kombination von Okular und Objektiv dadurch erreicht, dass der Tubus auf das Drehungszentrum des rotierenden Objekttisches einstellbar ist. Die Tubusführung besteht aus einem festen äusseren Teil, der hülsenartig ein inneres Rohr, den eigentlichen Tubus, umschliesst. Nur bei $cd$ ist dieser fest mit seiner äusseren Hülle verbunden. Die rohe Einstellung geschieht durch vertikale Verschiebung des inneren Rohrs mit der Hand, die feine Einstellung wird mit der Mikrometerschraube $gg$ bewirkt. Der innere Tubus gleitet nicht an einer Metallwand, sondern es sind an den beiden verstärkten Enden der Tubusführung je drei Schrauben eingesetzt, welche Pergamentblättchen sanft an die Tubuswand andrücken. Dieselben sind im Querschnitt Fig. 112a sichtbar. Ausserdem dient zur Sicherheit der Schiebung eine Feder $h$, welche jederseits — in Fig. 112b ist sie um 60° in der Axe des Tubussystems zu weit herumgedreht, um sie sichtbar zu machen — je zweien der erwähnten Pergamentblättchen gegenüberliegt und also den Tubus zwingt, sich immer glatt an diese anzulegen. In unbeeinflusster Lage, d. h. ohne Einwirkung der beiden Zentrierungsschrauben, von denen in Fig. 112b nur die eine bei $B$ sichtbar ist, würde der innere Tubus nicht senkrecht stehen, sondern mit seinem unteren, gewissermassen freihängenden Ende von der Lotlinie abweichen.

Am oberen Rande des inneren Tubus befindet sich ein kleiner Schlitz, in welchen ein Stift passt, den jedes Okular an seinem äusseren Mantel in solcher Stellung trägt, dass bei Einfügung desselben in den Schlitz die Arme des Fadenkreuzes im Okular genau von hinten nach vorn und von links nach rechts laufen.

Der Objekttisch des Mikroskops wird von einer kreisrunden Scheibe gebildet, welche durch einen leisen tangentialen Druck mit dem Finger um ihren Mittelpunkt, der zugleich in der Axe des Beleuchtungsapparates ist, gedreht werden kann. Der Rand dieses drehbaren Tisches ist mit einer Kreisteilung nach ganzen Graden versehen, und die Grösse einer vollzogenen Drehung kann an dem vorn befindlichen Index oder Nonius $i$ abgelesen werden. Zwei abnehmbare Federn, von denen nur eine bei $q$ in Fig. 112b sichtbar ist, dienen zur Fixierung eines Präparates in bestimmter

1) Mikrosk. Journ. 4. 1856. 281—286.
2) Das Mikroskop. Leipzig 1877. S. 121 u. 125.
3) N. J. 1876. 504—513.

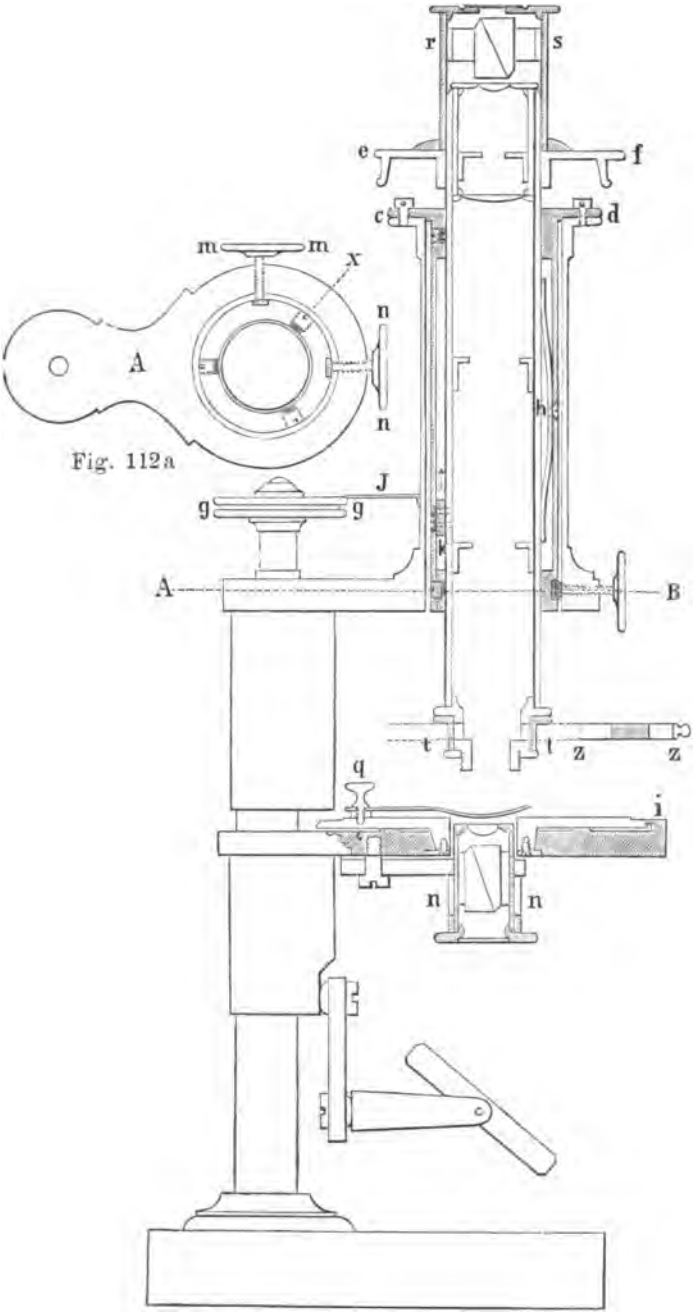



Fig. 112a

Fig. 112b.

Stellung. Das von unten her in den Mikroskoptisch einzuführende Nicol *nn* bleibt bei Drehung des Objekttisches in unverändert fester Stellung. Dasselbe ist ebenfalls an seinem Rande mit einer Kreisteilung nach 10 Graden versehen, während sich an der festen Hülse, in welche es um seine Axe drehbar eingeklemmt ist, ein Index befindet. Bei Einstellung des Nullpunktes oder des Punktes 90° auf den Index der Hülse fällt der Hauptschnitt des Nicols, welches als Polarisator dient, genau mit einem der Fäden des Okularfadenkreuzes zusammen. Bringt man nun irgend einen Punkt eines Objekts in den durch den Schnittpunkt des Okularfadenkreuzes bezeichneten Mittelpunkt des Gesichtsfeldes und dreht dann den Objekttisch um seine Axe, so wird der eingestellte Punkt im allgemeinen nicht im Zentrum des Fadenkreuzes $\alpha\alpha$ und $\beta\beta$ verharren, sondern einen exzentrischen Kreis, etwa wie in Fig. 113, beschreiben. Man muss also das Instrument zentrieren, d. h. vermittelst der Schrauben *mm* und *nn* (Fig. 112a) die optische Axe des Instruments mit der Drehungsaxe des Objekttisches zur Koinzidenz bringen. Man sieht aus Fig. 113, dass der Fusspunkt der optischen Axe des Mikroskops in diesem Falle nicht $o$, sondern $o_1$ ist, und man muss also den Punkt $o_1$ mit $o$ zur Deckung bringen, d. h. mit dem Tubusende den Weg $o_1 o$ beschreiben. Das geschieht dadurch, dass man den Tubus vermittelst der Zentrierungsschraube *nn* (Fig. 112a) um $o_1 \nu$ und alsdann mit der Schraube *mm* um $\nu o$ verschiebt. Ist das geschehen, dann muss der wieder auf den Schnittpunkt des Fadenkreuzes eingestellte Punkt des Objekts bei Drehung des Tisches unverrückt im Schnittpunkt des Fadenkreuzes verharren. Jeder andere Punkt, den man durch Verschiebung des Präparates in den Schnittpunkt des Fadenkreuzes führt, ist natürlich damit auch vollständig zentrisch drehbar, so lange Objektiv und Okular nicht gewechselt werden. Da aber die optischen Axen der verschiedenen Objektive niemals genau mit denen der Okulare zusammenfallen, so wird man nach jedem Objektivwechsel eine kleine Dezentrierung wahrnehmen, die bei gut gebauten Instrumenten so unbedeutend sein soll, dass sie das Arbeiten nicht erschwert und nur bei gewissen Operationen eine neue Zentrierung erforderlich macht. Neben den Instrumenten, welche den Tubus auf die festliegende Axe des Tisches zentrieren, gibt es auch Konstruktionen, bei denen der Mittelpunkt des Tisches sich auf die Tubusaxe einstellen lässt. Da hierbei die Zentrierschrauben meistens unter 45° gegen das Fadenkreuz gerichtet sind, so

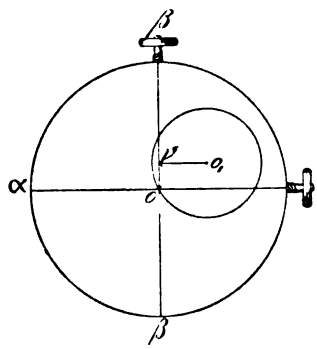



Fig. 113.

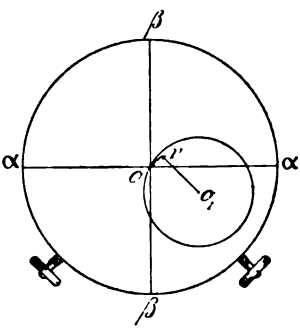



Fig. 114.

muss man die Zentrierung nach dem in Fig. 114 gegebenen Schema vornehmen und also mit der rechten Schraube die Bewegung $o_1 v$, mit der linken die Bewegung $vo$ ausführen.

Das analysierende Nicol $rs$ (Fig. 112b) ist in eine Metallhülse derart gefasst, dass es sich bequem über das Okular stülpen lässt. Der abgeschrägte, mit einer Kreisteilung in je 5° versehene Fuss der Metallhülse ruht auf dem Teller $ef$, auf welchem ein Index eingegraben ist. Die untere Fläche des Nicols steht, wie Fig. 112b zeigt, möglichst nahe über dem Okular, um die unvermeidliche Verkleinerung des Gesichtsfeldes auf ein Minimum zu beschränken. Wird der Punkt 0° oder 90° der Kreisteilung auf den Index des Tellers eingestellt, so steht der Hauptschnitt des Analysators genau von links nach rechts oder von hinten nach vorn, fällt also mit einem Faden des Okularfadenkreuzes zusammen. Wie diese Einstellung erreicht wird, ist in § 131 bei Besprechung der stauroskopischen Methoden beschrieben. Man kann also rasch und sicher die Hauptschnitte von Polarisator und Analysator parallel oder gekreuzt zu einander richten oder ihnen jede gewünschte Neigung geben und kennt sicher die Lage ihrer Hauptschnitte, welche bei paralleler und gekreuzter Stellung sich, mit dem Okularfadenkreuz zusammenfallend, auf das untersuchte Objekt projizieren. Bei den Fuessschen Mikroskopen steht, bei Einstellung des Nullpunktes von Polarisator und Analysator auf die bezüglichen Indizes, der Hauptschnitt des ersteren von hinten nach vorn in der Sagittalebene, der des letzteren von links nach rechts in der Frontalebene des Instrumentes.

Bei $tt$ Fig. 112b ist der Tubus durchbrochen und gestattet somit die Einschiebung von später zu besprechenden Hülfsapparaten $zz$ (Quarzplatten, Glimmerblättchen, Amici-Bertrandschen Linsen) in den Gang der Lichtstrahlen.

**101. Einige moderne Mikroskope.** Die im vorigen § erfolgte ausführliche Beschreibung des ältesten Typus hat nicht nur historischen Wert, denn die einfacheren, übrigens zu sehr vielen Untersuchungen vollkommen ausreichenden Mikroskope werden im Prinzip immer noch nach diesem ursprünglichen Plane mit kleinen Varianten einzelner Konstruktionsteile gebaut. Auf diese Varianten wollen wir uns indessen hier nicht einlassen, sondern gleich einige der vollkommensten Typen, wie sie die renommiertesten Firmen liefern, beschreiben. Wer sich ein Mikroskop anschaffen will, wird ohnedies in den ausführlichen Katalogen der optischen Firmen oder in dem Werk von C. Leiss, Die optischen Instrumente der Firma R. Fuess, Leipzig 1899, mannigfache Belehrung suchen. Ein Blick in diese Kataloge des letzten Jahrzehntes etwa lässt am besten erkennen, welche enormen Fortschritte hier zu verzeichnen sind, Fortschritte, bei denen man fast eine etwas ruhigere Gangart wünschen möchte, da manche Neukonstruktionen gar zu schnell an die Stelle älterer getreten sind und nun ein ähnliches Schicksal für sich befürchten lassen. Ein Typus, den dieser Vorwurf offenbar nicht trifft, da er schon

vor 12 Jahren auf Anregung von Th. Liebisch durch R. Fuess ausgeführt und beschrieben[1]) wurde und sich noch immer in seinen Grundzügen bewährt hat, ist das in Fig. 115 abgebildete Instrument.

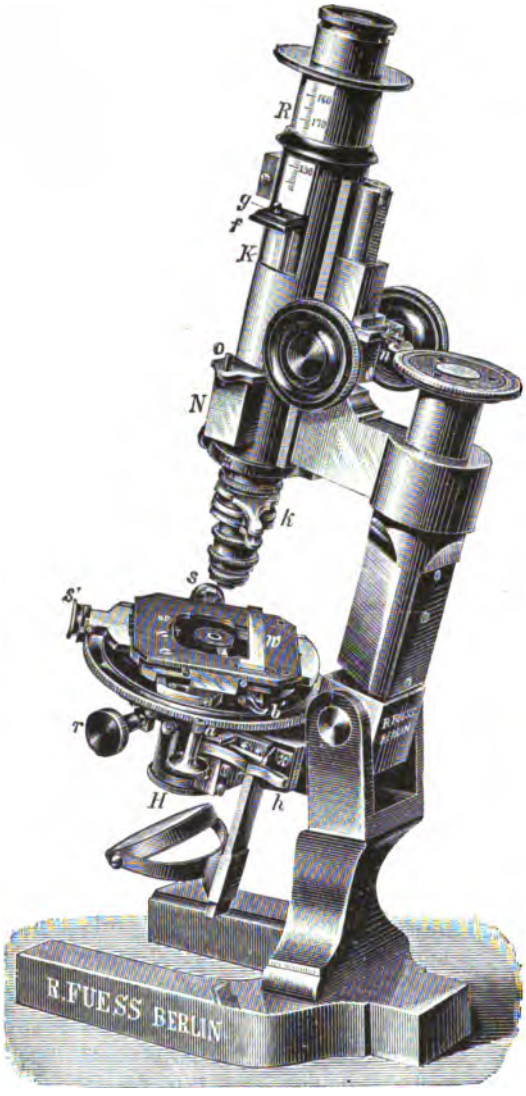


Fig. 115.

Dieses Mikroskop besitzt einen besonders schweren Fuss mit starkem, oben gegabeltem Ständer. Der Drehpunkt des umlegbaren Teils liegt über dem Tisch, also aussergewöhnlich hoch, so dass man bei horizontaler Lage das Mikroskop unmittelbar gegen homogene Leuchtflammen, ohne Anwendung des Spiegels, richten kann.

Der Rand des drehbaren Tisches, welcher in Fig. 117 einzeln dargestellt ist, hat eine Kreisteilung in halbe Grade und gestattet gegen zwei feste Nonien die direkte Ablesung einzelner Minuten. In den gekerbten Rand greift (Fig. 115) ein Trieb *a* ein, welcher eine langsame Drehung um kleine Winkel und somit sehr genaue Einstellung einer bestimmten Richtung gestattet. Dieser Trieb kann durch einen Hebel *h* aus- und eingeschaltet werden. Der drehbare Tisch trägt einen Kreuzschlitten (Fig. 115 und 117), dessen eine Schraube *s* von $^1/_2$ mm Steigung eine Trommelteilung von 50 Strichen trägt und also eine Verschiebung von 0.01 mm direkt abzulesen und von 0.001 mm (1 μ) zu schätzen erlaubt. Die Schraube *s'* hat eine viel stärkere Steigung und dient zu rascher Bewegung beim Absuchen des gegen die Winkelleiste *w* fixierten Präparates. Diese Leiste *w* wird den Instrumenten in 3 Formaten, zu den 3 gebräuchlichen Objektträgergrössen passend, beigegeben und dient im Verein mit zwei senkrecht zu

1) N. J. B. B. 7. 1891. 55–85.

einander liegenden Finderskalen (s. Fig. 117 vorne) zum Markieren eines bestimmten Punktes im Schliff.

Unter dem Tisch befindet sich eine durch Trieb auf- und niederschiebbare federnde Hülse, welche den in Fig. 116 abgebildeten Polarisator aufnimmt, der durch die Schraube *r* (Fig. 115) justiert werden kann. Oben bei *i* trägt das Polarisatorrohr eine durch den Knopf *Z* (Fig. 116) regulierbare Irisblende, deren Oeffnungsgrösse an einer Teilung abzulesen ist[1]). Ueber dieser Irisblende liegt eine Beleuchtungslinse von grösserer Brennweite, welche bei den schwächeren Objektiven alleine, bei den stärkeren Objektiven mit zwei andern Linsen vereinigt, gebraucht wird.

Fig. 116.

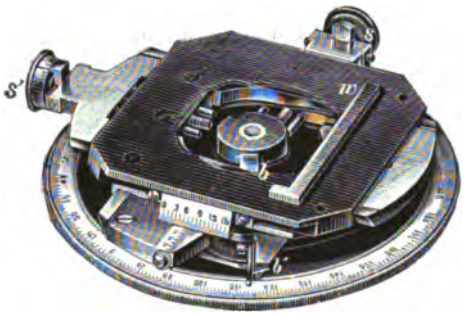


Fig. 117.

Diese beiden Linsen liegen, wenn unbenutzt, in einer seitlichen Aussparung des Tisches und werden durch eine drehbare Scheibe, die einen Arm mit ringförmiger Endigung *b* (Fig. 117) mit den beiden Linsen trägt, mittelst des Armes *b'* in die Axe des Mikroskops geklappt; in dieser Stellung sind sie in Fig. 115 und 117 dargestellt. Befinden sie sich in der letzteren Stellung, so greift bei dem Heben des Polarisators die mit diesem fest verbundene Linse unter die Fassung der oberen Linse und führt sie in die Ebene des Objekttisches. Das Kondensorsystem besitzt eine numerische Apertur von 1.30. Die beschriebene Konstruktion erlaubt einen bequemen Uebergang von der Beobachtung im sog. parallelen Licht in diejenige mit stark konvergentem Licht, ohne das Präparat im mindesten zu verrücken.

Durch die verschiedentlichen Teilungen des Tisches lassen sich Winkel- und Längenmessungen in der Tischebene mit aller nur wünschenswerten Genauigkeit ausführen. Ueber die Messung von Winkeln in andern Ebenen werden in einem späteren Kapitel Mitteilungen folgen. Längenmessungen senkrecht zur Tischebene geschehen durch Einstellung

---

1) s. S. Czapski, Z. X. **22**. 1894. 159—162; von R. Fuess in einer Ergänzungsliste von 1894 kurz beschrieben. Eine zum Ersatz der Irisblenden dienende Schiebervorrichtung mit Diaphragmen (s. § 138 Fig. 185) gab F. E. Wright an, T. M. P. M. **20**. 1901. 239.

des Tubus und werden um so genauer, je stärker die angewandten Vergrösserungen sind. Die grobe Einstellung des Tubus erfolgt durch Zahnstange und Trieb und ist so ausgiebig, dass auch sehr schwache Objektive — von 50 mm Aequivalent-Brennweite und demnach etwa 75 mm Objektabstand — noch benutzt werden können. Zur Führung der Feinstellung des Tubus dient eine starke, prismatische, stählerne Säule, deren Mikrometerschraube eine Steigung von 0.5 mm und eine Kopfscheibe mit 100 Strichen hat, so dass man mit einem 5teiligen Nonius (*n* Fig. 115) noch 0.001 mm (1 μ) ablesen kann. Will man diese hohe Präzision z. B. bei Dickenmessungen erreichen, so muss man die ganze Tubusbewegung hier wie bei jedem andern Mikroskop äusserst vorsichtig handhaben. Zur Messung grösserer Längen (bis zu etwa 75 mm), wie sie bei der Ermittelung der Aequivalent-Brennweiten notwendig werden können, wird auf meinen Vorschlag neuerdings der Stahlzylinder, welcher die Zahnstange des Tubus trägt, mit Teilung und Nonius versehen, so dass man bis auf $^1/_{10}$ mm ablesen und bis auf $^1/_{20}$ mm die Längen schätzen kann.

Der Tubus endigt oben in ein Auszugsrohr *R*, das hier nur wenig herausgezogen ist und durch einen, in Fig. 119 besser als in Fig. 115 sichtbaren, Trieb auf und ab bewegt wird. Dieses Auszugsrohr ist auf der linken Seite mit einer mm-Skala versehen, welche die sog. Tubuslänge, d. h. den Abstand von der Ansatzfläche des Objektivgewindes bis zum oberen Tubusrand, auf welchem die Okulare aufsitzen, angibt. Die Objektive werden gewöhnlich an den Tubus nicht angeschraubt, sondern nach dem Vorgang von Nachet durch einen einzigen Griff mittelst der Klammer *K*, die in Fig. 118 besonders abgebildet ist, eingeschnappt.

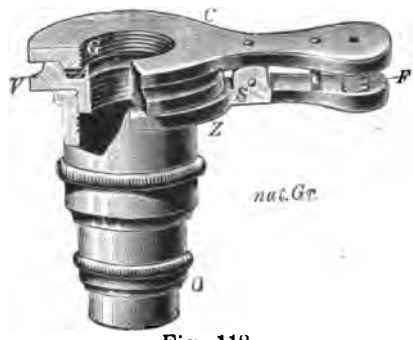


Fig. 118.

Der obere Teil *C* der Klammer ist aus hartem Stahl hergestellt und wird durch das Gewinde *G* an die Zentriervorrichtung dort angeschraubt, wo sonst die Objektive befestigt werden. Letztere tragen je einen oben konisch ausgedrehten und auf den konischen Ansatz von *C* passenden Teller, der durch eine gabelförmige, federnde Klammer $Z—S—F$ nach oben gedrückt und damit in die richtige Lage gebracht wird.

Bei Anwendung der Objektivklammer muss man die Werte der Tubuslängen-Skala bei *R* um die Dicke der Klammer (bei meinem Instrument 8 mm) erhöhen.

Der Tubus, der in etwas vervollständigter Form[1]) in Fig. 119 noch einmal abgebildet ist, trägt unten das Objektiv, das sich in keiner Weise von den Objektiven anderer Mikroskope unterscheidet und oben ein immer mit Fadenkreuz versehenes meistens Huyghenssches zuweilen auch

1) s. C. Leiss, N. J. B. B. **10**. 1895. 182.

Ramsdensches Okular. Zwischen diesen beiden Linsensystemen ist zu unterst, gleich über der Objektivklammer, eine bei der üblichen Stellung des Instrumentes von hinten links nach vorne rechts (NW—SO) gehende Durchbrechung zu sehen, die zur Aufnahme von Quarzkeil und anderen Hülfsapparaten für die optischen Bestimmungen dient und die mittelst des Knopfes *e* durch eine Klappe verschlossen werden kann. Darüber folgt die schon auf S. 170 besprochene Zentriervorrichtung und wieder etwas höher eine grössere Durchbrechung zur Aufnahme eines als Analysator dienenden polarisierenden Prismas *N* Thompsonscher Konstruktion. Dieser Innenanalysator lässt sich durch den Griffknopf *d* um 90° um die Tubusaxe drehen, so dass man bald bei gekreuzten, bald bei parallelen Nicols und auch unter jedem andern an der Skala *T* ablesbaren Winkel der Polarisatoren beobachten kann. Abermals etwas höher schon in dem Ausziehtubus *R* liegen noch zwei schlitzförmige Oeffnungen, von denen die untere eine mit dem Knopf *J* verstellbare Irisblende, die obere eine durch *f* heraus und herein zu ziehende Amici-Bertrandsche Linse trägt. Schliesslich kann man auch auf die neueren Mikroskope (Fig. 115) einen Analysator auf den Tubus, also über das Okular stülpen, um eine ganz scharfe Kreuzung der Nicolhauptschnitte (s. § 131) herbeizuführen. Bei den Tuben mit drehbarem Innennicol bedarf man eines derartigen aufsetzbaren Analysators nicht.

Fig. 119.

Bei den im nachfolgenden beschriebenen Mikroskopen sind zur Vermeidung von Wiederholungen nur jene Konstruktionsteile besonders hervorgehoben, die sich in wesentlichen Stücken von der Liebisch-Fuessschen Anordnung unterscheiden.

Die in Fig. 120 abgebildete Konstruktion aus der Jenaer Werkstatt von C. Zeiss zeigt ein grosses Modell[1]) mit einfach gehaltenem drehbarem Tisch, der auf Wunsch durch einen Kreuzschlittentisch zur schnellen und langsamen Bewegung der Objekte ersetzt werden kann. Der Beleuchtungsapparat ist herausklappbar und gelangt durch einen soliden Mechanismus immer wieder genau in die gleiche Stellung unter dem Mikroskop; er trägt ausser dem Polarisator eine Irisblende und einen dreiteiligen Kondensor mit der num. Apertur 1.40. Die beiden oberen Linsen dieses Kondensors sind leicht abzunehmen, da ihre Fassung auf die der unteren Linse nur aufgesteckt und nicht mit ihr fest verschraubt ist. Schlitz für Quarzkeil etc. (bei *K*), Tubusanalysator (in der Figur nicht dargestellt), Amici-Bertrandsche Linse (bei *B*) sind in der Anordnung wie bei dem vorigen Modell angebracht; die Objektive können auch an einem

1) s. S. Czapski, N. J. B. B. 7. 1891. 497—505 und die neusten Kataloge der Firma.

Fig. 120.

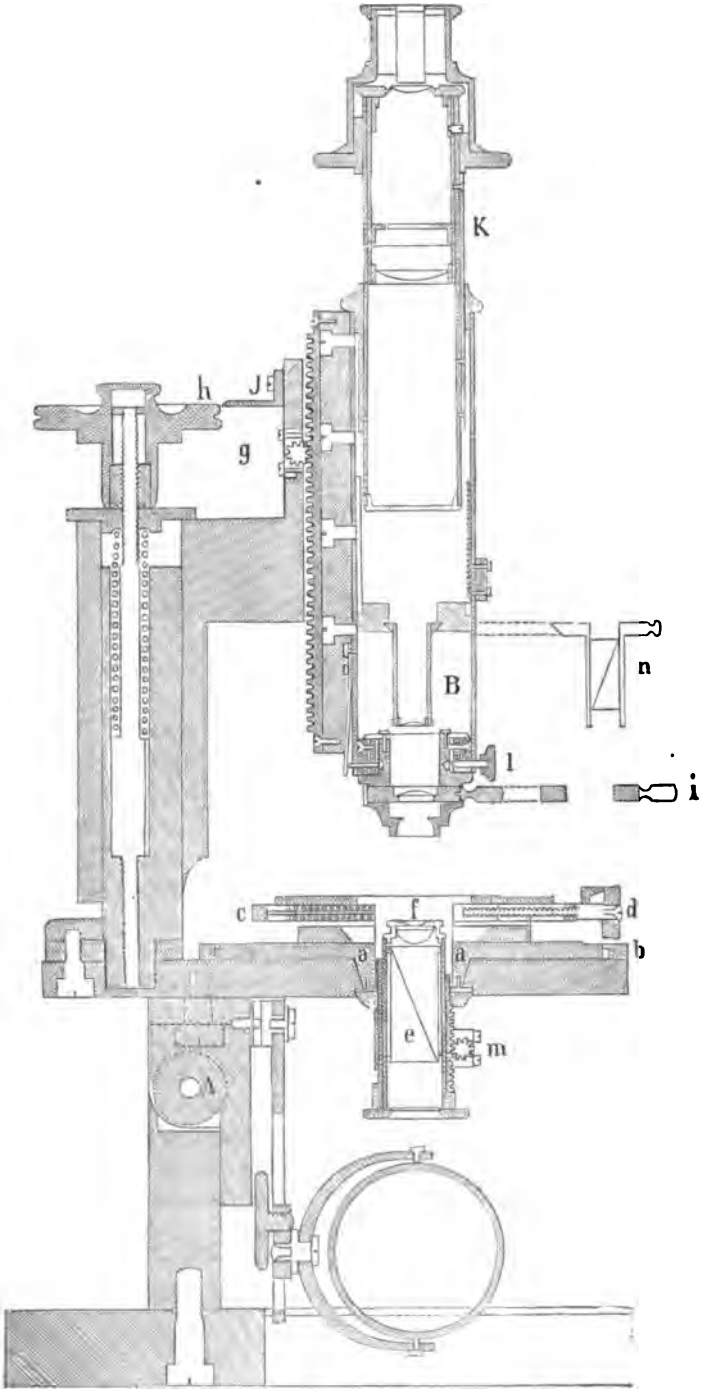



Fig. 121.

Revolver befestigt oder durch einen Schlitten-Objektivwechsler schnell ausgetauscht werden.

Voigt & Hochgesang in Göttingen (Inh. R. Brunnée) haben schon früher ein grosses, nach Angaben von C. Klein konstruiertes Mikroskop gebaut[1]), welches im letzten Jahrzehnt noch einige Verbesserungen erfuhr. Fig. 121 zeigt einen Querschnitt des Instrumentes mit Kreuztisch in älterer, Fig. 122 das gleiche Instrument in moderner Ausführung. Der in Fig. 122a im Aufriss und Querschnitt abgebildete Tisch[2]), mit verdeckt liegenden Kreuzprismen $PP_1$ und ihren Führungsstücken $SS_1$, hat den Vorzug, dass der durch die Schrauben $M$ bewegte Mechanismus nicht verstaubt, und dass der Nonius $N$ an keiner Stelle durch die Mikrometerschrauben verdeckt wird. Arretierung und Feinbewegung des Kreises $K$ erfolgt durch den Exzenter $E$ und das Mikrometerwerk $B$.

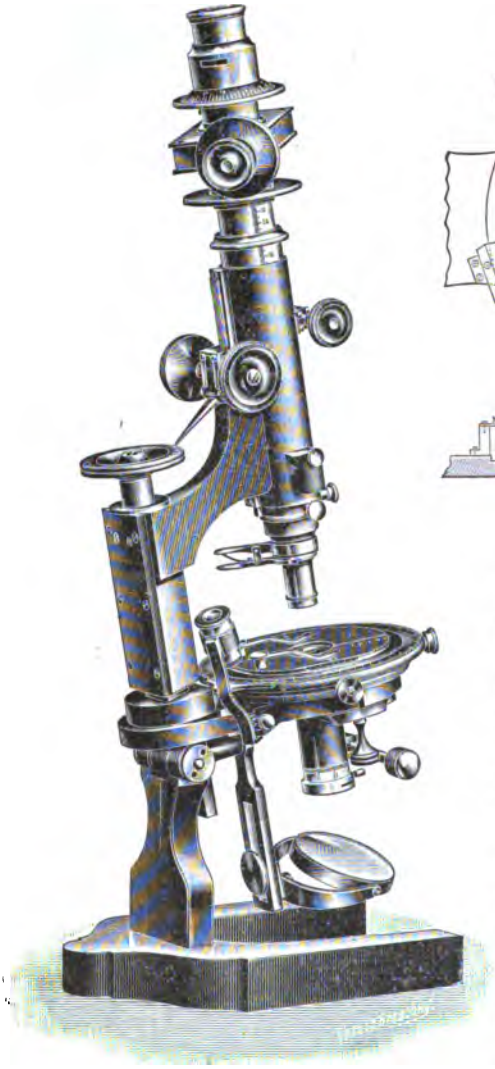


Fig. 122.

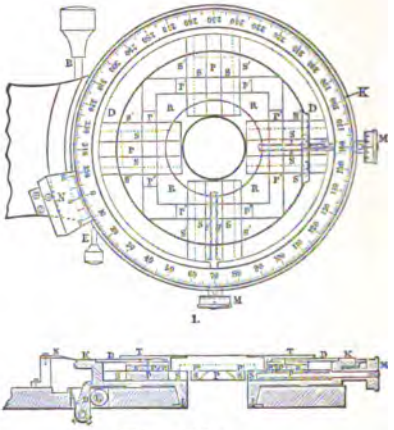


Fig. 122a.

1) Nachr. d. Kgl. Ges. d. Wiss. Göttingen 1884. **11**. 436. N. J. B. B. **3**. 1885. 540—547.
2) Vergl. R. Brauns, Zeitschr. f. wiss. Mikrosk. **14**. 1897. 11—13.

Bei den älteren Modellen wurden Tubusanalysator $n$ und Amici-Bertrandsche Linse $B$ abwechselnd an das Ende des inneren, sich durch Zahn und Trieb in dem äusseren bewegenden, Tubus befestigt, wozu dieser letztere vorne ein (in der Figur nicht gezeichnetes) Fenster trug. Das innerste Rohr mit den Okularen war mit freier Hand zu bewegen. Bei den neueren Mikroskopen (Fig. 122 und 123) sind diese drei ineinander gesteckten Teile beibehalten und zur Festlegung einer bestimmten Stellung mit Teilungen versehen. Die Linse $B$ findet sich ein wenig weiter hinaufgerückt am Ende des mittleren Tubus und der Innenanalysator hat seine Lage wie bei den vorigen Modellen gleich über der Zentriervorrichtung und dem Schlitz. Durch diese doppelte Verstellung von Amicischer Linse zu Objektiv und zu Okular ist der Vergrösserung oder Verkleinerung der Interferenzbilder fast keine Grenze gesteckt. Irisblenden lassen sich unter dem Polarisator und unter der Amicischen Linse anbringen. Für den schnellen Uebergang aus der Beobachtung in parallelem zu der in konvergentem Licht ist eine eigenartige, von R. Brunnée konstruierte Vorrichtung an grösseren und auch an kleineren Stativen angebracht, die im nächsten § beschrieben wird.

Fig. 123.

Der französische Mikroskoptypus, wie er von Nachet et fils in Paris in den 70er Jahren ersonnen wurde und noch gegenwärtig ausgeführt wird, unterscheidet sich nicht unwesentlich von den obigen Konstruktionen. Charakteristisch ist die Trennung von Objektiv und Okular und die — abgesehen von kleinen vertikalen Bewegungen — feste Verbindung des ersteren mit dem rotierenden Tisch. Das Objektiv $B$ (Fig. 124) mit Träger und Mikrometerschraube $L$ dreht sich mit diesem Tisch zentrisch um dieselbe Axe, wodurch bewirkt wird, dass ein in den Schnittpunkt des Fadenkreuzes gebrachter Punkt des Präparates bei jeder Stellung im Zentrum des Gesichtsfeldes bleibt und also eine Zentriervorrichtung sowohl am Tisch wie am Objektiv überflüssig wird.

Unter dem Objekttisch befindet sich das Rohr $T$, welches vermittelst des Triebes $C$ gehoben und gesenkt und in letzter Stellung zum Zweck des Wechsels der Beleuchtungsapparate nach rechts in die Lage $T'$ herausgeschoben werden kann. In dieses Rohr werden der Polarisator, und die für die Beobachtung bei verschiedenen Vergrösserungen und im parallelen oder konvergenten Licht geeigneten Kondensorlinsen eingesetzt. Eine Variante dieser in Fig. 124 gezeichneten Vorrichtung ist im nächsten § beschrieben und in Fig. 128 abgebildet. Der Mikroskoptisch kann entweder mit der Hand oder durch die Schraube $E$ gedreht werden, welche beim Hineindrücken in ein Zahnwerk eingreift und beim Zurückziehen ausser Tätigkeit gesetzt wird; ein Nonius $P$ erlaubt $^1/_{10}{}^0$ abzulesen. Das Präparat liegt nicht direkt auf der drehbaren Scheibe, sondern auf dem Schlitten $D$, welcher vermittelst der senkrecht zu einander wirkenden Schrauben $R$ und $R'$ verschoben wird. Man bewegt also auch hier das

Präparat nicht mit der Hand, sondern mit diesen Schrauben und bringt so nach und nach jeden Punkt desselben in das Zentrum des Gesichtsfeldes, ohne dass irgend eine Stelle des Schliffs der Beobachtung entgehen könnte. Die Verschiebung des Objekts durch die Schrauben *R* und *R'* kann an geteilten Linealen abgelesen werden, an denen der Schlitten *D* hingleitet. Das Präparat liegt an der kleinen Leiste *V* an und wird wie gewöhnlich von zwei leichten Federn gehalten.

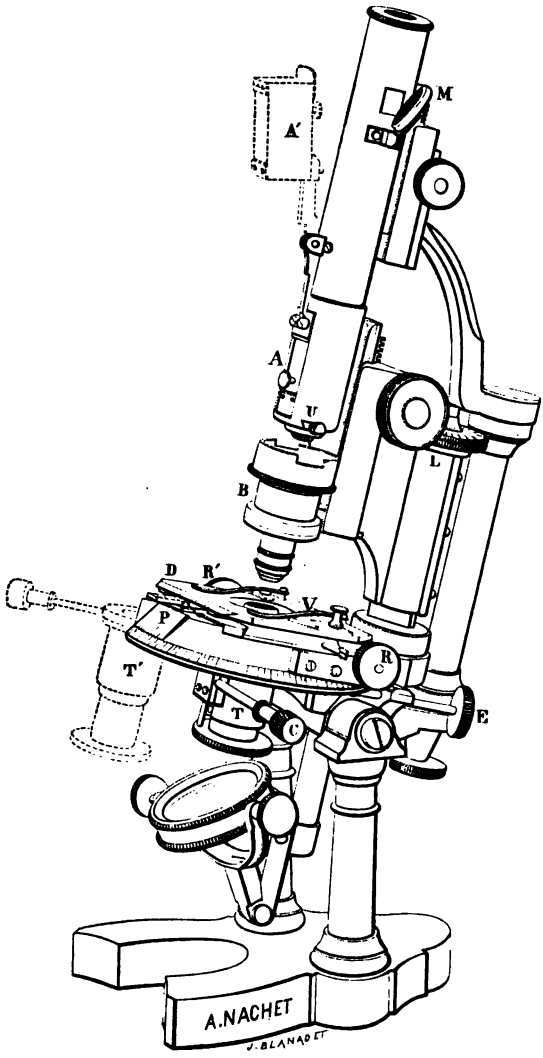


Fig. 124.

Die Einstellung des Objektivs erfolgt durch Zahn und Trieb und die Mikrometerschraube *L*. Die Objektive werden nicht eingeschraubt, sondern in sehr bequemer und solider Weise in den unteren Teil von *B* eingeklemmt. — Der obere Teil des Tubus wird von der äusseren, gebogenen Metallsäule der Abbildung fest getragen und wird gleichfalls durch Zahn und Trieb gegen das Objektiv gehoben und gesenkt. Am oberen Ende befindet sich links ein Fenster, durch welches vermittelst des Spiegels *M* das Fadenkreuz im Okular, falls man es bei gekreuzten Nicols undeutlich sehen sollte, hell beleuchtet wird. Am unteren Ende des Okularrohrs ist vorn ein zweites grösseres Fenster, in welches der Analysator *A* eingeklappt werden kann. Soll dieser nicht benutzt werden, so kann die Oeffnung durch eine Manschette geschlossen werden. Ganz am unteren Ende des Okularrohrs bei *U* ist eine Kulisse angebracht, in welche eine Quarzplatte zur Beobachtung in der empfindlichen Farbe, oder die Amici-Bertrandsche Linse, die also hier wieder in fester Lage zum Okular liegt, eingefügt wird.

Ausser den beschriebenen und abgebildeten Mikroskopen werden nach den gleichen Prinzipien noch zahlreiche einfachere Modelle, die zu

vielen Untersuchungen vollkommen genügen, angefertigt. Die Wetzlarer optischen Anstalten von E. Leitz und W. und H. Seibert und die optische Werkstätte von C. Reichert in Wien stellen ebenfalls sehr gute Mikroskope für petrographische Zwecke her.

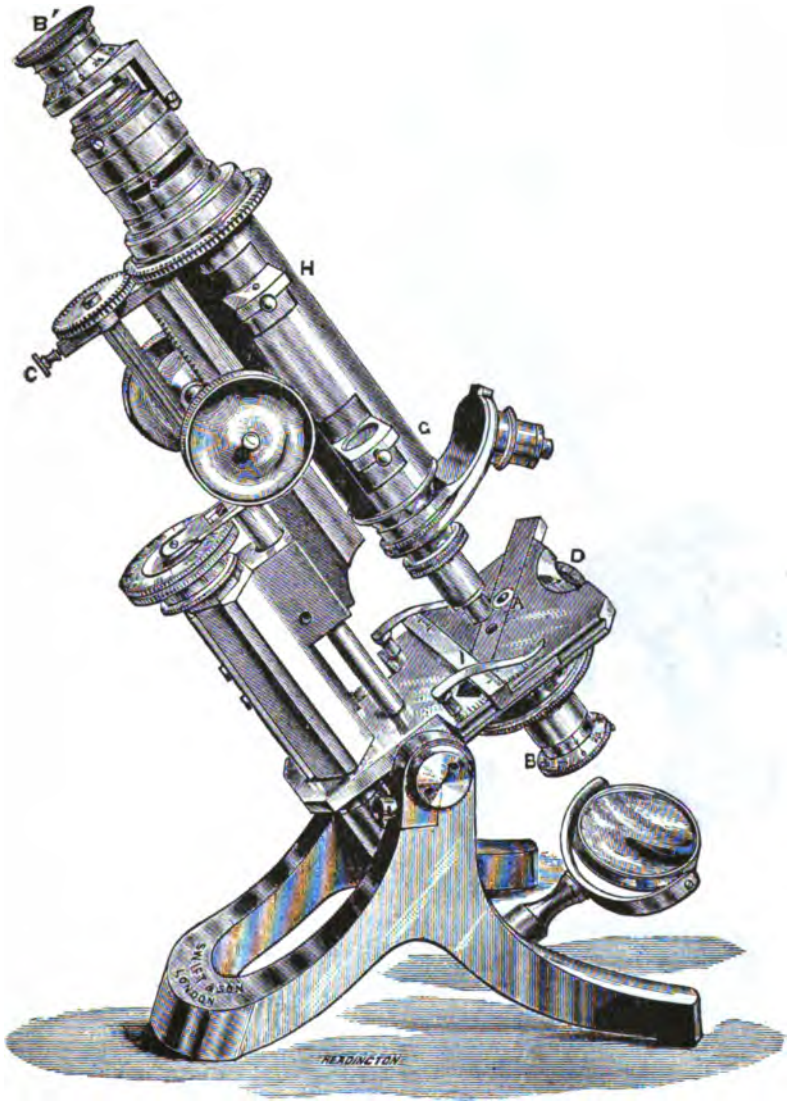



Fig. 125.

Das auf S. 167 erwähnte Konstruktionsprinzip, wonach ebensogut die Hauptschnitte der beiden polarisierenden Prismen um das ruhende Präparat gedreht werden können, wie umgekehrt dieses gegen die ersteren zu drehen ist, hat viel später eine praktisch brauchbare Ausführung

gefunden. Zwar wählte A. Březina schon 1866[1]) bei seinem verbesserten Nörrenbergschen Polarisationsinstrument diese Anordnung, indessen wurden eigentliche Mikroskope nach dieser von Allan Dick[2]) wieder aufgefundenen Idee erst von dem Mechaniker J. Swift in London gebaut. Fig. 125 zeigt ein derartiges englisches Mikroskop, bei dem also das Objekt seine Lage nicht ändert und daher der drehbare Tisch fortfällt. Polarisator und Analysator sind mit Zahnrädern versehen, die in zwei andere auf einer gemeinsamen Stange befestigte Zahnräder eingreifen und durch deren Drehung eine synchronische Bewegung erfahren. Eine Zentrierung wird hier ebenfalls überflüssig, weil Objekt und alle Linsen in Ruhe bleiben. Eine Fuesssche Ausführung dieses Mikroskops mit drehbaren Nicols erfolgte auf Anregung von C. Klein[3]) und ist in Fig. 126 abgebildet. Hier ist der drehbare Tisch ebenfalls vorhanden, um auch die Beobachtungsmethode mit feststehenden Nicols anwenden zu können.

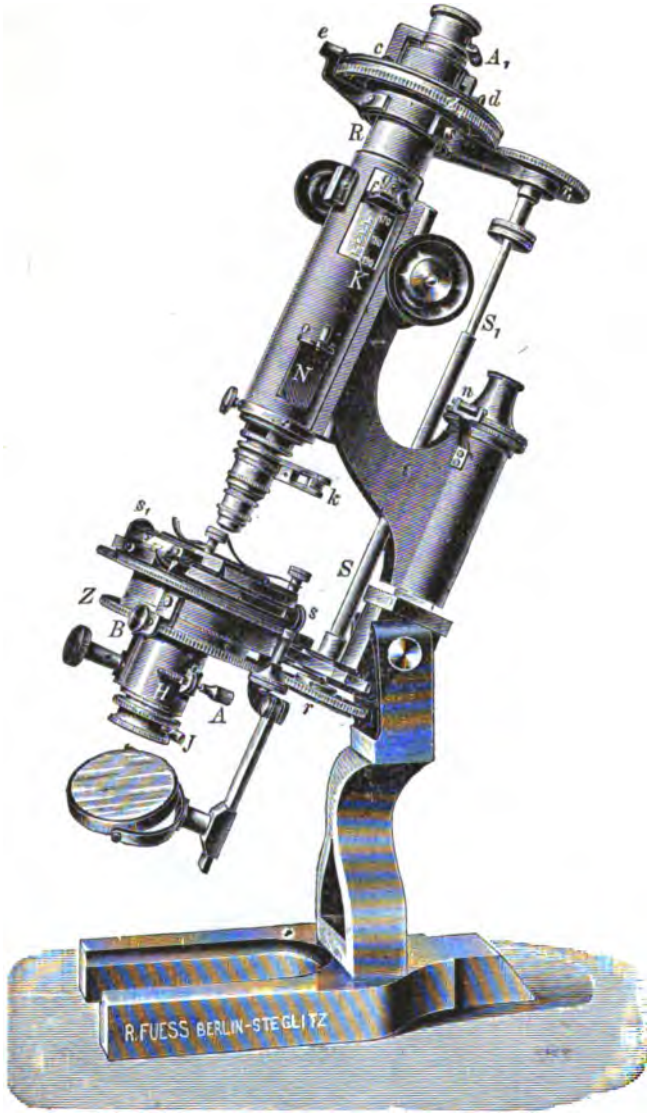



Fig. 126.

1) Pogg. Ann. 128. 1866. 450.
2) Min. Mag. 8. 1888. 160—163.
3) S. B. A. 1895. 92—94. Ferner C. Leiss, N. J. B. B. 10. 1895/96. 180—182 und 414—420.

$Z$ und $Z_1$ sind die mit den polarisierenden Prismen verbundenen Zahnräder, $r S S_1 r_1$ ist der für die synchronische Drehung nötige Mechanismus. Zur Vermeidung des bei Zahneingriffen meistens vorhandenen sog. toten Ganges bestehen diese Räder hier oben und unten aus je zwei gegen einander federnden Zahnrädern. Neu sind ferner die Korrekturschrauben $A$ und $A_1$, die eine geringe Drehung der Prismen in ihren Fassungen und damit eine sehr genaue Einstellung auf die 0-Marken der Skalen zu bewirken erlauben. Die übrigen Teile des Instrumentes bieten nichts Neues; es ist $J$ der Knopf der Irisblende, $H$ die Hülse des Polarisators, $s$ und $s_1$ die grobe und feine Bewegung des Kreuztisches, $k$ die Objektivklammer, $N$ das Tubusnicol, $K$ die Skala der Tubuslänge, $gf$ die Vorrichtung zur Einschaltung der Amicischen Linse, $e$ der Nonius des Analysators, $c$ ein Scharnier zum Wegklappen und $d$ ein Schräubchen zum Feststellen des Analysators.

**102. Vorrichtungen zum Wechsel der Beleuchtung.** Ausser den bei den Mikroskopen auf S. 173, 175 und 179 geschilderten Vorrichtungen zum schnellen Uebergang der Beobachtung aus parallelem Licht in konvergentes Licht sind noch eine ganze Reihe anderer Konstruktionen ausgeführt worden. Die älteste rührt wohl vom Verfasser[1]) her und besteht aus einem unter dem Tisch des Mikroskops von rechts nach links zu bewegenden Schlitten mit zwei Polarisatoren, von denen der eine die schwache Beleuchtungslinse, der andere den dreifachen Kondensor von der num. Apertur 1.30 oben trägt. Beide werden nun abwechselnd nach Bedarf unter das Objekt geschoben. Jeder dieser Polarisatoren kann durch einen Hebel oder auch durch Zahnstange und Trieb gehoben und gesenkt werden; ich ziehe die wohl etwas gröbere Bewegung durch Hebel vor, da der Wechsel viel schneller auszuführen ist, und man dennoch alle Abstufungen der Beleuchtung durch so einfache Manipulationen erreichen kann, wie sie mit keinem andern Apparat möglich sind. Auch gewährt gegenüber den herausklappbaren Polarisatoren die Anbringung auf einem Schlitten grössere Garantie für die unveränderliche Lage des Polarisatorhauptschnittes[2]). Die Mehrkosten, die durch die Anbringung eines zweiten, für die parallele Beleuchtung übrigens nur kleinen Polarisators entstehen, hat man mehrfach beanstandet und verschiedentlich zu umgehen versucht, wie schon aus den obigen Mikroskopbeschreibungen zu ersehen ist. Bei solchen Konstruktionen bleibt der Polarisator — abgesehen von den Klappvorrichtungen — an seiner Stelle und nur die beiden obersten Linsen des dreiteiligen Kondensors werden ausgewechselt. Diese Anordnung leidet bei den von Swift & Sohn[3]) und Laspeyres[4]) vorgeschlagenen Einrichtungen an einer zu geringen Vertikal-Verschiebung

1) E. A. Wülfing, N. J. 1889. II. 199—202.
2) Vergl. E. Weinschenk, T. M. P. M. 22. 1903. 76.
3) Katalog von 1889, cf. Weinschenk, Z. X. 30. 1898. 67.
4) Z. X. 21. 1893. 256—257.

des starken Kondensors, so dass die wünschenswerte Vielseitigkeit der Beleuchtung sich nur ausführen lässt, wenn gleichzeitig eine Irisblende vorhanden ist. Die von R. Brunnée[1]) und E. Weinschenk[2]) getroffenen Dispositionen lassen auch ohne eine solche Blende alle Beleuchtungseffekte erreichen. Bei der Brunnéeschen Wechselvorrichtung ist im Schlitten $P$ (Fig. 127a und b), vermittelst dessen der Polarisator mit dem Instrument verbunden wird, ein Schieber $S$ angebracht, welcher, sobald das Rohr $R$ durch den Trieb $T$ nach unten bewegt wird, die Linse $C^1$ von

Fig. 127a.

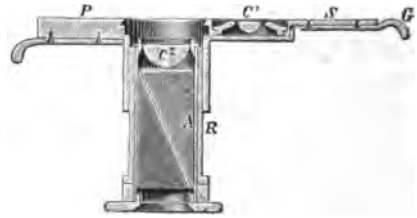


Fig. 127b.

der Linse $C^2$ abhebt; ein Zug am Arm $G$ genügt dann, um dieselbe in eine seitlich im Schlitten angebrachte Vertiefung hineinzuziehen (siehe Fig. 127b), worauf der Polarisator, welcher dann nur mit der Linse $C^2$ versehen ist, unbehindert wieder hochgestellt werden kann. Will man wieder zu konvergentem Licht übergehen, so verfährt man in gleicher Weise, bewegt das Rohr $R$ nach unten, drückt den Schieber $S$ nach innen, und der konische Ansatz der Linsenfassung $C^2$ wird die Linse $C^1$ wieder genau zentrisch auffangen.

Damit nun die Linse $C^1$ in dem Ring des Schlittens $S$ hängen bleibt, ist das Rohr $R$ mit 4 Schlitzen $N$ versehen, in welche wiederum 4 Ansätze von dem Ring des Schlittens $S$ hineingreifen; diese bilden eine genaue zentrische Aufhängung für die Linsenfassung der Linse $C^1$.

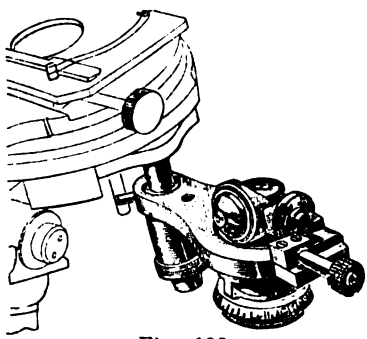


Fig. 128.

Bei dem in Fig. 128 abgebildeten, zur Seite drehbaren Polarisator von A. Nachet in Paris[3]) findet zuerst eine Senkung durch eine Schraube von hoher Steigung, alsdann die Seitwärtsbewegung und schliesslich das Ueberstülpen der starken Linsen durch die aus der Figur ersichtliche Kippvorrichtung statt. — Es ist auch vorgeschlagen worden[4]), den dreiteiligen Kondensor an seiner Stelle zu belassen und die Beleuchtungsverhältnisse nur durch eine Irisblende zu regulieren, indessen wären viel zu grosse

1) Zeitschr. f. Instr. **11**. 1891. 136—137.
2) Z. X. **30**. 1898. 67—68.
3) Ich lernte ihn aus einem Nachetschen Katalog von 1900 kennen.
4) S. Czapski, Z. X. **22**. 1894. 158.

Polarisatoren und Kondensoren erforderlich, um bei schwachen Vergrösserungen das ganze Gesichtsfeld selbst bei offener Irisblende beleuchtet zu erhalten. Alle Wünsche erfüllen die bisherigen Konstruktionen wohl nicht, da die einen etwas teuer sind und die anderen nicht ganz sicher funktionieren; und wenn nun neuerdings noch die weitere Forderung gestellt wird, auch schnell ohne Polarisator aber mit Kondensor beobachten zu können, so entstehen für den Konstrukteur noch weitere Komplikationen.

Auch in dieser Richtung sind schon einige Versuche von W. und H. Seibert[1]) und C. Leiss[2]) gemacht worden, von denen der des letzteren, der auf Anregung G. Tschermaks entstand, als gelungen betrachtet werden kann, wenn man an dem Klappmechanismus keinen Anstand wegen der Orientierung des Nicolhauptschnittes nimmt. In Fig. 129a und b ist diese Einrichtung, die also auch eine Beobachtung bei nicht polarisiertem Licht erlaubt, abgebildet. Hier wird der Polarisator $p$ mit seiner Hülse $h$ an dem Gelenkarm $a$ um den Drehzapfen $a_1$ zur Seite geschlagen, ohne dass die in der Hülse $z$ steckende schwache Kondensorlinse $c$ dieser Bewegung folgt. Oben trägt der Polarisator ein Schutzglas $g$ und unten eine Irisblende $J$. Zur Beobachtung im konvergenten Licht dient die bereits beschriebene Hebelvorrichtung $d\,d$ mit der Halbkugellinse $c_1$.

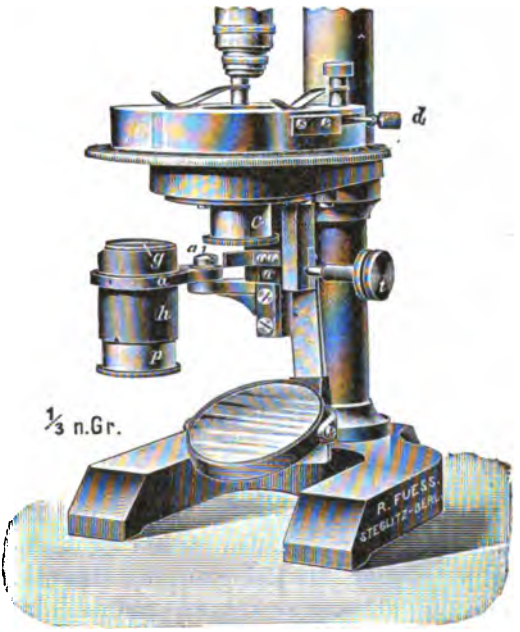



Fig. 129a.

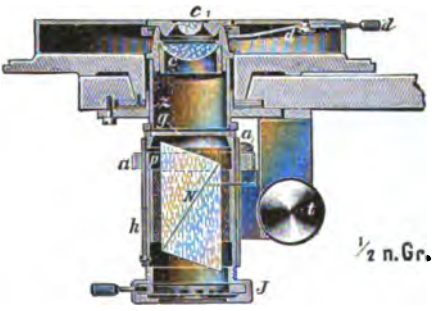



Fig. 129b.

Der Seibertsche Apparat würde, wenn er mit einer Irisblende verbunden wäre, ebenfalls weit gehenden Forderungen genügen.

---

1) cf. E. Weinschenk, Anleitung zum Gebrauch des Polarisationsmikroskopes. 1901. 17; ferner T. M. P. M. 22. 1903. 76—77.

2) T. M. P. M. 21. 1902. 454—455.

**103. Einige mikroskopische Hülfsapparate.** Die Vorrichtungen zum Nachzeichnen der mikroskopischen Bilder beruhen z. T. auf der Anwendung des Gaussschen Spiegelglases, das bekanntlich aus einer unter 45° gegen die Sehrichtung geneigten planparallelen Glasplatte — bei einfachen Ausführungen aus dem Stück eines Deckgläschens — besteht. Man sieht durch dieses Glas hindurch ganz ungestört das Bild im Mikroskop und erhält durch Reflexion auch das Bild des passend gelegten Zeichenbrettes und Zeichenstiftes, so dass man durch optische Täuschung den Eindruck bekommt, als wenn das Bild auf dem Zeichenpapier läge, wo es dann leicht zu kopieren ist. Wegen der schwachen Reflexion am durchsichtigen Glase ist das Zeichenblatt manchmal kaum zu erkennen; man kann aber dessen Helligkeit nach Beale[1]) dadurch erhöhen, dass man die eine Seite des reflektierenden Glases mit einem halbdurchsichtigen Körper z. B. mit Neutraltinte bestreicht. Andere Konstrukteure nehmen einen Metallspiegel, der kleiner als die Augenpupille ist oder, wie Wollaston bei seiner schon 1807 beschriebenen Camera lucida genannten Vorrichtung, ein ebenso kleines totalreflektierendes Prisma, an dem man teilweise vorbeisehend das Bild im Mikroskop erblickt. Derartige Zeichenapparate lassen meistens nur einen halbkreisförmigen Teil der Austrittspupille (s. Fig. 89, S. 140) zur Ausnutzung kommen, während grössere Spiegel, die in der Mitte auf 1 bis 2 mm durchbohrt sind, sich dem Strahlengang besser anpassen. Um derartige Spiegel immer blank und die Grenze zwischen Spiegel und Loch ganz scharf zu erhalten, hat Abbe sie in Glas eingekittet. Dieses sog. Abbesche Würfelchen besteht aus zwei rechtwinkligen Prismen (Fig. 130a), von denen die Hypotenusenfläche des einen vor dem Verkitten bis auf ein kleines Loch versilbert wurde. — Sehr wichtig ist es, die Helligkeit des Mikroskop- und des Zeichenbildes gegeneinander abtönen zu können, und auch hierin leistet der in Fig. 130b und c dargestellte grosse Abbesche Zeichenapparat[2]) alles nur wünschenswerte. Der Klemmring *K* mit Schraube *S* wird jedem Tubus angepasst und so weit aufgesteckt, dass das Loch in dem Abbeschen Würfelchen in die Höhe der Austrittspupille des Mikroskops gebracht wird. Die genaue Einstellung geschieht durch die Zentrierschrauben *H* und *L*. Zur Regulierung der Helligkeit dient erstens eine über das Würfelchen *P* zu stülpende Kappe *R*, die an den Seiten Rauchgläser verschiedener Färbung trägt, und zweitens eine darunter liegende, exzentrisch drehbare Scheibe *B*, in der ebenfalls Rauchgläser angebracht sind. Kappe und Scheibe haben je sechs Oeffnungen, von denen fünf mit Rauchgläsern verschiedener Tönung versehen sind, so dass man die Beleuchtung 36fach variieren kann.

An Stelle der Zeichnungen treten heutzutage so häufig die Photographien, dass hier auch eine photographische Camera, wie sie R. Fuess[3])

1) s. bei Dippel, Das Mikroskop, S. 624, wo auch S. 622—633 viele Vorrichtungen zum Zeichnen abgebildet sind.

2) Zeitschr. f. wiss. Mikrosk. **11**. 1894. 289—298.

3) C. Leiss, N. J. B. B. **10**. 1895. 433—439, wo auch einige praktische Winke bezüglich Expositionszeit mitgeteilt sind.

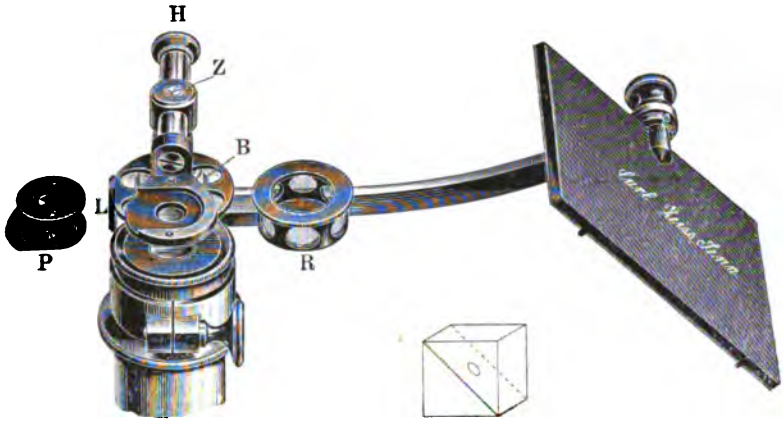



Fig. 130 b.



Fig. 130 a.

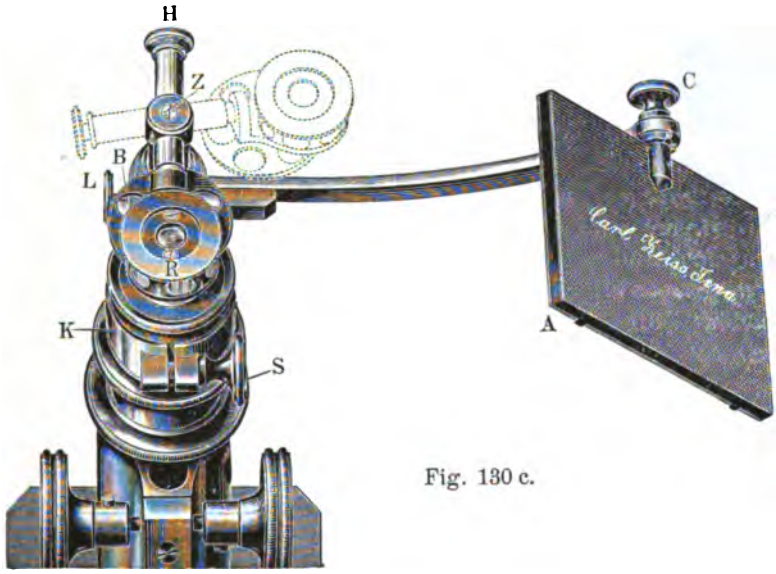



Fig. 130 c.

für Mikroskope hergestellt hat, abgebildet werden möge (Fig. 131). Dieselbe besteht aus einem etwa 180 mm langen, auf das Tubusende direkt aufzusetzenden und durch Schrauben festzuklemmenden Aluminiumtrichter, der oben die Kasette für Plattengrösse 7 × 7 cm trägt. Auf der Mattscheibe entsteht ein scharfes Bild, wenn man Objektiv und Okular im Tubus lässt und von der gewöhnlichen Einstellung aus, eine kleine Aufwärtsbewegung des Tubus vornimmt.

Zur Markierung bestimmter Stellen in einem Präparat gibt es wieder eine ganze Reihe von Methoden. Zunächst kann jeder mit zwei senkrecht aufeinander stehenden mm-Teilungen versehene Mikroskoptisch den

Fig. 131.

Zweck erfüllen, wenn man die Stellung der Ränder des Objektträgers gegen die Teilungen notiert; nur müssen die mm-Teilungen von dem Mittelpunkt und nicht vom Rande des Tisches aus gerechnet werden, damit sie für alle so ausgestatteten Mikroskope in gleicher Weise gelten können. Wie dies Prinzip bei beweglichen Kreuztischen zur Anwendung kommt, ist oben bei dem Nachetschen Instrument S. 180 erwähnt. Hier muss der Objektträger immer in ein und dieselbe Lage auf den Kreuztisch gebracht werden, wozu bei allen grösseren Mikroskopen passende Anschlagleisten dienen. Viel einfacher ist es, die Markierung auf dem Objektträger selbst vorzunehmen, wie das jedermann bei schwächeren Vergrösserungen mit der Feder zu tun pflegt oder wozu auch der von J. Klönne und Müller in Berlin hergestellte Objektmarkierer dienen kann[1]). Nachdem die betreffende Stelle sich im Fadenkreuz befindet, wird das Objektiv gegen diesen in Fig. 132 abgebildeten Apparat ausgetauscht. Derselbe sieht wie ein Objektiv aus, trägt aber an Stelle der Linse einen Metallring, der wie ein Stempel mit Farbstoff überzogen wird und beim Herunterdrücken auf das Deckglas einen Ring aufzeichnet. Bei schlecht laufenden Tuben könnte hierbei das Deckglas zerdrückt werden, weshalb der untere Teil federnd eingesetzt ist oder der Objektträger auf zwei Gummileisten gelegt wird. Dieser Markierer muss mit dem Einstell-Objektiv in der Zentrierung um so genauer übereinstimmen, je kleiner die aufzudrückenden Ringe sind. Manche Modelle lassen Ringe von etwa 1 mm Durchmesser aufdrucken und sind mit Objektiven von 140facher Vergrösserung (Zeiss, Objektiv B und Okular 4) so gut auswechselbar, dass das kleine Ringchen noch gänzlich in dem $1^1/_2$ mm grossen Sehfeld liegt. Hierbei muss man aber Objektiv und Markierer an den Tubus anschrauben und nicht etwa durch einen Revolver oder die übliche Zangenvorrichtung austauschen, weil diese gewöhnlich nicht so genau zentrisch gearbeitet werden können. Am sichersten für die Zentrierung und auch am schnellsten für das Arbeiten dürfte eine kürzlich vom Verfasser ausgeführte Anordnung funktionieren, bei der man den Konus mit dem Ringstempel dem Objektiv direkt aufsetzt. Bei schwachen (20—70fachen) Vergrösserungen, bei denen man ein Sehfeld von mindestens 4 mm Durchmesser hat und bei denen auch die Ringe 2—3 mm gross sein dürfen, kann man durch dieses Loch genügend sehen. Bringt man diese Oeffnung nahe an die Linse — etwa in $^1/_3$ des freien Objektabstandes — so verliert man nichts an Gesichtsfeld, wenn auch für die randlichen Partien des Bildes etwas an Helligkeit. Bei stärkeren Vergrösserungen, bei denen der Markierring sich den kleineren Sehfeldern anzupassen hat, lässt man den Ringstempel von zwei schmalen Armen tragen, so dass die Objektivlinse möglichst wenig verdeckt wird. Auch hier kann man die

Fig. 132.

1) Nach Mitteilungen des Fabrikanten ist dieser Markierer zuerst von P. Francotte in Bull. Soc. Belge de Micr. 11. 1882. 48. beschrieben.

ganze Vorrichtung federnd und etwas locker an dem Objektiv befestigen, damit sich der Stempel dem Glase besser anschmiegt; oder man verfertigt den unteren Teil aus Kautschuk, wie bei den bekannten Firmenstempeln. Die Befeuchtung geschieht mit einem ölunlöslichen oder wasserunlöslichen Farbstoff, der aber zweckmässig nicht auf einem Stempelkissen ausgebreitet wird, da er ja auf Glas trocknen muss und auf einem Kissen bald hart würde. Schliesst man das Farbfläschchen mit einem Kautschukstopfen, so kann man bequem auf dessen Innenseite die Befeuchtung vornehmen. Unauslöschbar, aber etwas schwierig aufzufinden, sind die Kreise, die man mit einer Diamantspitze mit dem Objektmarkierer (Fig. 133) von R. Fuess[1]) zieht. *Z* ist ein zu den Objektivklammern passender Teller (s. Fig. 118, S. 174), dem unten ein Zylinder *H* aufgeschraubt ist, in dem ein anderer Zylinder *C* sich federnd auf und ab bewegt und durch die Schraube *c* am Herausfallen verhindert wird. Die Diamantspitze *D* kann durch die Feder *F* und die Schraube *b* in variable Entfernung von der Axe des Mikroskops gebracht und damit der Radius der zu ziehenden Kreise geändert werden. Nach Einstellung des zu markierenden Punktes und Auswechslung des Objektivs gegen diese Vorrichtung wird der Kreis mit dem Diamant entweder durch Drehung des Tellers *Z* in der Gabel oder durch Drehung des Mikroskoptisches erhalten. Auch hier liesse sich durch passende konstruktive Aenderung das Einstellobjektiv mit den übrigen Teilen vereinigen und damit die Arbeit des Markierens wohl etwas beschleunigen.

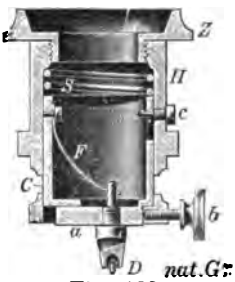


Fig. 133.

## IV. Messung von Längen und Winkeln mit dem Mikroskop.

**104. Herrichtung des Mikroskops zum Gebrauch im gewöhnlichen Licht.** Die Darlegungen im vorangegangenen Kapitel haben gezeigt, dass das zu petrographischen Zwecken dienende Mikroskop mit seinen Beleuchtungsvorrichtungen, seinem drehbaren Tisch, seinen sehr komplizierten Tuben und polarisierenden Prismen ein Instrument ist, das sich von den gewöhnlichen Mikroskopen stark unterscheidet. Unser Mikroskop ist, man möchte fast sagen, nur beiläufig ein Vergrösserungsapparat, im übrigen aber ein Messinstrument, mit dem Längen- und Winkelmessungen nicht nur in der Ebene des Tisches, sondern auch nach allen andern Richtungen des Raumes ausgeführt werden sollen. Wenn also in dem früher weit verbreiteten Freyschen Buch „D. Mikroskop u. d. mikroskop. Technik“ 7. Aufl. 1881 S. 50 zu lesen war, dass der mechanische Teil eines Mikroskops Nebensache und von untergeordneter Bedeutung sei, und der optische

1) C. Leiss, Die opt. Instr. etc. 1899. 248.

Apparat erst den wahren Wert des Instrumentes begründe, so könnte man von unserem Instrument eher das umgekehrte behaupten, da die Forderungen, welche an die rein optischen Teile gestellt werden, heutzutage wohl von jedem Fabrikanten leicht zu erfüllen sind, die mechanischen Teile aber nur von wenigen in guter Ausführung hergestellt werden.

Die Instrumente pflegen zwar von den Werkstätten in gebrauchsfähigem Zustand abgeliefert zu werden, doch sollte man nicht nur das richtige Funktionieren der einzelnen Teile beurteilen können, sondern auch in der Lage sein, eine Justierung, die bei der Kompliziertheit des ganzen Mechanismus nur zu leicht eine Störung erfährt, eigenhändig vorzunehmen. — Was die Beurteilung der Güte der rein optischen Teile, also vor allem der Objektive, betrifft, so dürfen wir uns hier aus den schon früher angeführten Gründen (s. S. 143) kurz fassen. Wer starke Trockensysteme und Immersionen zu prüfen hat, wird in Dippels Handbuch 1. 367—415 nachschlagen und dort reichliche Belehrung finden. Mit besonderer Sorgfalt ist darauf zu achten, dass die Linsen keine Doppelbrechung, sei es infolge von Spannung im Glase, sei es infolge der gepressten Fassung besitzen, damit das Gesichtsfeld zwischen gekreuzten Nicols möglichst dunkel ist. Eine vollständige und bis zum Rande in allen Teilen gleichmässige Dunkelheit lässt sich wenigstens bei grösseren Aperturen nicht erreichen, da die Linsenränder schon wegen der Brechung eine polarisierende Wirkung ausüben, die aber in den meisten Fällen nur schwach wahrnehmbar ist[1]).

Das Stativ soll einen möglichst schweren Fuss haben, so dass bei horizontaler Lage des Tubus das Instrument noch einen sicheren Stand hat, selbst wenn die schwereren Okulare, oder der später zu erläuternde Babinetsche Kompensator (s. § 150) mit oberem Analysator, aufgesetzt werden — eine Forderung, die allerdings etwas weit geht, und der man häufig erst durch Belastung des Fusses mit einer kleinen Eisen- oder Bleiplatte gerecht wird. Der drehbare Tisch muss vollkommen gleichförmigen Gang zeigen; eine Störung kann zuweilen an der zu starken Klemmung eines unteren Ringes liegen. Die Drehung soll selbst bei stärkster Vergrösserung ohne seitliche Verschiebung erfolgen, d. h. ein auf das Fadenkreuz zentriertes Objekt muss während einer ganzen Umdrehung im Fadenkreuz bleiben. Auch nach Einschaltung der Schraube für die Feinbewegung (*a*, *h* Fig. 115, S. 172) soll keine erhebliche Verschiebung des Tisches stattfinden oder doch bei länger gebrauchten Mikroskopen nur eine kleine Zahl von Mikra betragen. Die Zentrierung der Tubusaxe auf die Tischaxe ist, wie schon erwähnt niemals, auch nicht bei sorgfältigster Arbeit der Revolver- oder Zangenvorrichtung, für alle Linsenkombinationen zu erreichen, indessen sollten die optischen Axen der verschiedenen Objektive und Okulare wenigstens so weit zusammenfallen, dass der durch eine schwache Kombination eingestellte Punkt in den mittleren Teil des Gesichtsfeldes der nächst stärkeren Kombination fällt. Schliesslich soll bei Einstellung des Mikroskops auf den Drehpunkt des Tisches

1) Vergl. F. Rinne, Centralbl. f. Min. etc. 1900. 89—90.

auch die Sehaxe des Mikroskops mit der Drehaxe des Tisches einigermassen zusammenfallen oder das Mikroskop soll etwa innerhalb eines Grades senkrecht zum Tisch blicken. Ob diese Forderung erfüllt ist, lässt sich mit Hülfe des v. Fedorowschen Objektivs mit Frontkreuz (s. § 110) leicht prüfen, indem man zuerst zentriert und dann jenes Frontkreuz von einem auf dem Tisch liegenden Objektträger spiegeln lässt, während der Tisch sich dreht.

**105. Bestimmung der Vergrösserung.** Die Vergrösserung eines Mikroskops, die durch eine bestimmte Kombination von Objektiv und Okular erreicht wird, lässt sich aus der Aequivalentbrennweite der Systeme berechnen, doch ist es viel einfacher, diese Bestimmung auf empirischem Wege, durch Vergleich des von einem bekannten Massstab gelieferten Bildes mit einem direkt gesehenen ebenfalls bekannten Massstab, auszuführen. Nach Befestigung von Objektiv und Okular und Ablesung der Tubuslänge an der seitlichen Skala bei $R$ in Fig. 115 versieht man das Mikroskop mit einer Camera lucida — etwa mit dem Abbeschen Zeichenapparat — und stellt ein der Grösse nach möglichst scharf zu definierendes Objekt ein. Am besten eignen sich hierzu die von dem J. Möllerschen Institut für Mikroskopie in Wedel in Holstein auf photographischem Wege hergestellten Objektmikrometer, bei denen 1 mm in hundert Teile geteilt ist. Für schwächere Vergrösserungen eignen sich auch die von dem gleichen Institut angefertigten sog. Okularmikrometer, die eine Länge von 10 mm mit Teilung auf $^1/_{10}$ mm umfassen. Für starke Systeme sind diese letzteren Skalen nicht zu gebrauchen, da die Teilung zu grob ist und vor allem zwischen viel zu dicken Glasplättchen liegt.

Hat man das Objekt eingestellt, so zeichnet man einige der Teilstriche mit Hülfe des Zeichenapparates auf ein Papier, welches um die normale Sehweite (250 mm) vom Auge entfernt und ausserdem parallel zum Mikroskoptisch liegt. Bei der Abmessung jener Entfernung muss man sich erinnern, dass die vom Papier zum Auge gelangenden Lichtstrahlen zuerst am grossen Spiegel $c$ (Fig. 134), dann am kleinen Würfelspiegel $b$ abgelenkt werden, und dass alle 3 Teile zusammen $ab + bc + cd$ gleich der deutlichen Sehweite sein müssen. Vom Auge bis zum Inneren des kleinen Glaswürfels, also für die Strecke $ab$, wird man etwa 15 mm zu rechnen haben; von hier bis zur Mitte des grossen Spiegels also von $b$ bis $c$ beträgt bei den grösseren Zeissschen Modellen die Entfernung 105 mm, so dass für das dritte Stück von $c$ bis $d$ nur noch 130 mm (nicht etwa 250 mm) übrig bleiben. Bei genauen Bestimmungen hat man auch darauf zu achten, dass die Strecke $cd$ parallel zum Tubus liegt, dass also bei horizontaler Lage des Tisches diese Richtung senkrecht steht. Schliesslich misst man die abgezeichnete Strecke mit einem mm-Massstab und dividiert die hier gefundene Zahl

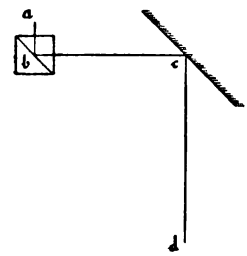


Fig. 134.

durch die Grösse des gezeichneten, ebenfalls in mm gemessenen Objektes. Wurden z. B. 50 Teile des Objektmikrometers (= 0.50 mm) in der Zeichnung 60 mm lang gefunden, so betrug die Vergrösserung 120. Hat man auf diese Weise für die grösste und kleinste Tubuslänge die Vergrösserungen bestimmt, so kann man für Zwischenstellungen die Werte durch Interpolation finden.

**106. Messung von Längen unter dem Mikroskop.** Lineare Grössen in der Tischebene werden am unmittelbarsten durch eine Tischmikrometerschraube von bekannter Steighöhe gemessen. Die Unterabteilungen der Höhe eines Schraubenganges liest man an dem mit Teilung versehenen Kopf der Schraube ab. So lassen sich mittelst der Tischmikrometer an den grossen Mikroskopen von Fuess oder Voigt & Hochgesang Längen bis auf 1 μ (Mikromillimeter) = 0.001 mm sehr schnell und genau bestimmen. Eine andere Methode beruht auf der Anwendung eines Okularmikrometers, d. h. eines in die Ebene der Okularblende ($P_2 Q_2$ in Fig. 89 S. 140) gelegten, auf Glas photographierten oder geätzten Massstabs oder auch eines in jener Ebene beweglichen Fadens, dessen Bewegungsmass man durch eine Schraube mit Trommel ermitteln kann. Mit einem Okularmikrometer kann man nicht direkt die Länge des beobachteten Gegenstandes, sondern nur diejenige seines Bildes messen, wie aus Fig. 89 zu ersehen ist. Um zu ermitteln, welcher wirklichen Grösse im Gegenstand ein Teilstrich des Okularmikrometers bei Anwendung eines bestimmten Objektivsystems entspricht, stellt man wieder auf das im vorigen § erwähnte Objektivmikrometer ein und untersucht, welches Verhältnis zwischen den beiden Teilungen besteht. Hat man auf dem Okularmikrometer irgend eine Einteilung, auf dem Objektivmikrometer eine solche in $^1/_{100}$ mm und decken sich drei Teilstriche des ersten mit einem Teilstrich des zweiten, so entspricht bei Anwendung dieser Linsenkombination und dieser Tubuslänge ein Teilstrich des Okularmikrometers einer wirklichen Grösse von 0.0033 mm oder 3.3 μ im Objekt. Man prüft dieses Verhältnis an mehreren Stellen des Objektivmikrometers. Ist die Uebereinstimmung der Teilstriche in Okular- und Objektivmikrometer keine absolut genaue, nehmen z. B. 5 Teilstriche des Okularmikrometers einen Raum ein, der nur wenig grösser als 4 Teile des Objektivmikrometers ist, so sucht man den Ueberschuss über den vierten Teil durch Schätzung annähernd zu ermitteln. Man gelangt so vielleicht zu der Annahme, dass 5 Teile des Okularmikrometers gleich 4.2 Teilen des Objektivmikrometers sind, ohne mit Sicherheit entscheiden zu können, ob es sich nicht um 4.1 oder 4.3 Teile handelt. Aus dieser einen Ablesung zieht man das Resultat, dass 1 Teil des Okularmikrometers $= \frac{4.2 \times 0.01}{5} = 0.00840 (\pm 0.00020)$ ist. Vergleicht man nun ein möglichst grosses Multiplum von 5 Teilen des Okularmikrometers mit dem Objektivmikrometer, so findet man vielleicht, dass 10 mal 5 Teile des ersteren gleich 41.5 Teilen des letzteren sind, ohne doch wieder mit Sicherheit sagen zu können, ob es sich nicht

um 41.4 oder 41.6 handelt. Trotz dieser gleichen Unsicherheit in der Ablesung am Objektivmikrometer erhält man ein 10mal genaueres Resultat, weil man 10mal grössere Längen mit einander verglichen hat. Man findet nämlich jetzt, dass:

$$1 \text{ Teil des Okularmikrometers} = \frac{41.5 \times 0.01}{50} = 0.00830 \ (\pm 0.00002) \text{ ist.}$$

Man bestimmt diesen Wert für alle Objektive und notiert auch die zugehörigen Tubuslängen.

Zur Messung von Längen senkrecht zur Tischebene dient bei Dimensionen bis zu wenigen mm die Tubus-Feinstellschraube, deren Steighöhe bekannt sein muss, und die eine, ev. mit Nonius abzulesende, Teilung am Kopf zu tragen hat. Die Numerierung soll dezimale Unterabteilungen des mm angeben und also bei einer Schraube von $^1/_2$ mm Steigung an dem in 100 Teile geteilten Kopf die Zahlen 0, 5, 10 u. s. w. bis 495 tragen (s. auch S. 174). Die Messung mit dieser vertikalen Mikrometerschraube des Tubus gehört wohl mit zu den am schwierigst auszuführenden. Sie verlangt einmal eine aussergewöhnlich gute Instandhaltung des Instrumentes und dann eine durchaus gleichmässige Einstellung der beiden Objekte, die am besten an dem Mangel einer parallaktischen Verschiebung von Bild und Fadenkreuz erkannt wird. Es gehört grosse Uebung dazu, die Messungen auf $^1/_2$ $\mu = 0.0005$ mm richtig auszuführen. — Bei grösseren Strecken bis zu 75 mm findet die S. 174 erwähnte Teilung auf der Zahnstange des Tubus Anwendung. Aehnlichen Zwecken der Vertikalmessung dient eine Vorrichtung am Bertrandschen Mikroskop[1]), an dem der Kopf des Zahnrades zur groben Einstellung mit Teilung und Nonius versehen ist.

**107. Die Messung ebener Winkel unter dem Mikroskop** lässt sich mit den zentrisch drehbaren Tischen am bequemsten und einfachsten dadurch ausführen, dass man den Scheitel des zu messenden Winkels auf das Zentrum des Fadenkreuzes im Okular einstellt, die beiden Schenkel des Winkels nacheinander mit den Fäden selbst zur Deckung bringt und an der Kreisteilung des Tisches die Drehung abliest. Je nachdem man beide Schenkel mit demselben Faden auf derselben oder auf entgegengesetzten Seiten vom Zentrum, oder aber mit den beiden Fäden deckt, gibt die abgelesene Drehung selbst, ihr Supplement oder ihr Komplement die Grösse des Winkels an. Man bringe nach Tunlichkeit den Scheitel des Winkels in den Schnittpunkt des Fadenkreuzes und sorge für möglichst zentrische Drehung, so dass bei den Ablesungen die Schenkel des Winkels den Fäden anliegen. Die Genauigkeit hängt ganz wesentlich von der Beschaffenheit der Schenkel, also etwa von der Geradlinigkeit der Kanten eines Krystalls ab und erreicht nie das Mass des Wollastonschen Verfahrens bei der Messung von Flächenwinkeln mit dem Reflexionsgoniometer. Fehler von 2 bis 3 Minuten sind auch bei den besten Präparaten kaum

1) Bull. Soc. Min. Fr. 8. 1880. 100. R.

zu vermeiden. Zur Erlangung richtiger Resultate hat man sich zu erinnern, dass die Ebene, in welcher der Winkel liegt, senkrecht zur Drehaxe des Tisches, also genau horizontal liegen soll. Ist dieses nicht der Fall, so kann der Winkel zu gross gemessen werden, wenn beide Schenkel gleiche Neigung zur Drehaxe haben, zu klein, wenn diese Neigung zur Drehaxe eine verschiedene ist.

Um die Justierung auch an sehr kleinen Krystallen ausführen zu können, hat W. C. Brögger[1]) einen kleinen Apparat konstruiert, der im wesentlichen auf ein Kugelgelenk hinausläuft und der in einer von R. Fuess etwas modifizierten Form in Fig. 135 abgebildet ist. Grössere Bewegungen werden mit der Axe der geränderten Scheibe $T$, kleinere mit der Halbkugel $k$ ausgeführt, die durch Einfettung mit einem etwas zähen Schmiermittel in jeder Lage stehen bleibt. Diese Halbkugel ist in der Mitte konisch durchbohrt und trägt oben eine mit Kopf $s$ versehene Nadel, an die der zu messende Krystall befestigt wird.

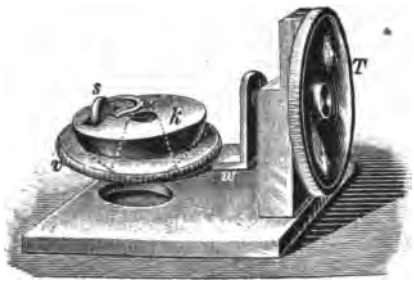



Fig. 135.

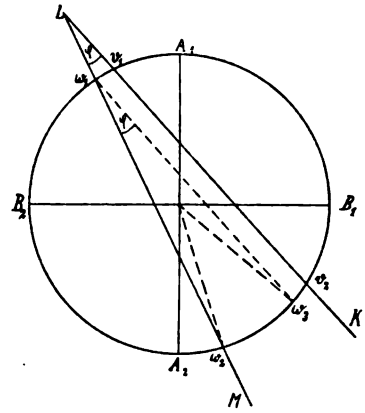



Fig. 136.

Liegen die beiden Schenkel des zu messenden Winkels so weit auseinander, dass ihr Schnittpunkt nicht im Gesichtsfeld erscheint, so kann man mit dem Kreuzschlittentisch zuerst den einen Schenkel in die Nähe des Okularfadens bringen, durch Drehung diesem parallel stellen und darauf mit dem andern Schenkel die gleiche Operation ausführen. Für Mikroskope, welche zwar einen drehbaren Tisch, aber keine Parallelverschiebung besitzen, hat G. Wulff[2]) folgendes Verfahren angegeben. In Fig. 136 sei $KLM = \varphi$ der zu messende Winkel, $A_1$, $A_2$ und $B_1$, $B_2$ die Fäden im Okular, das Zentrum des Gesichtsfeldes liege innerhalb des Winkels; $v_1$, $v_2$, $w_1$ und $w_2$ seien die Stellen, wo die Schenkel des Winkels das Gesichtsfeld verlassen. Dann ist $\varphi = {}^1/_2\ (v_2 w_2 - v_1 w_1)$, wie man leicht erkennt, wenn man durch den Punkt $w_1$ eine Parallele zu $v_1 v_2$ zieht und sich erinnert, dass der Peripheriewinkel halb so gross

1) Z. X. 9. 1884. 227.
2) Z. X. 18. 1890. 277.

wie sein Zentriwinkel ist. Ist die Bewegung des Objekttisches genau zentrisch, und dreht man in der Richtung $A_1$, $B_1$ und $A_2$, $B_2$, so seien $V_1$, $V_2$, $W_1$ und $W_2$ die Stellungen des Objekttisches, welche abgelesen werden, wenn die Punkte $v_1$, $v_2$, $w_1$ und $w_2$ die Punkte $A_1$ und $A_2$ passieren. Dann ist der Bogen $v_1 w_1 = V_1 — W_1$ und $v_2 w_2 = V_2 — W_2$ und

$$\varphi = {}^1/_2[(V_2 — W_2) — (V_1 — W_1)],$$

wie aus dem Satz folgt, dass der Peripheriewinkel gleich dem halben Zentriwinkel also $\varphi = {}^1/_2 w_2 w_3$ ist.

Bei sehr kleinen Objekten kann die Parallelstellung der Kanten eines ebenen Winkels mit den Fäden im Okular wegen ihrer Kürze grosse Schwierigkeiten darbieten; man bedient sich dann zuweilen, wenn auch nicht mit grossem Vorteil, eines Rochonschen Prismas, das von den Mikroskopikern in der hier besprochenen Anwendung auch Leesons Prisma genannt wird[1]) und dessen Konstruktion in jedem grösseren Physikbuch z. B. bei Müller-Pouillet (9. Aufl. 1897. S. 1014) nachgesehen werden kann. Dieses Prisma wird in passender Weise durch Ring und Schraube so über dem Okular befestigt, dass seine Axe mit derjenigen des Mikroskops zusammenfällt. Das Prisma ist um seine Axe drehbar, und die Grösse der Drehung kann an einer auf dem abgeschrägten Rande der Fassung angebrachten Kreisteilung gegen einen Nonius abgelesen werden (Fig. 137).

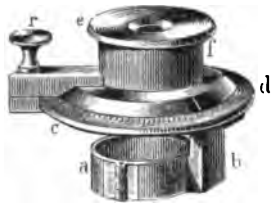



Fig. 137.

Fig. 138a. Fig. 138b.

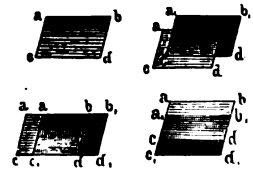



Fig. 138c. Fig. 138d.

Blickt man durch dasselbe nach dem Objekt, so wird man alles doppelt sehen, beispielsweise den Durchschnitt $abcd$ in Fig. 138a wie in Fig. 138b. Durch Drehung des Prismas kann man es dahin bringen, dass zwei parallele Kanten, in Fig. 138b etwa $ab$ und $a_1 b_1$, in eine gerade Linie fallen, wie dies Fig. 138c zeigt. Liest man nun den Winkel am Nonius ab, dreht dann das doppelt brechende Prisma weiter, bis die Kanten $bd$ und $b_1 d_1$ in eine gerade Linie fallen, wie in Fig. 138d, liest auch diesen Winkel am Nonius ab, so ist die Differenz der beiden Ablesungen die Grösse des Winkels $b_1 bd$ in Fig. 138c. Der Supplementwinkel dazu ist der zu messende Winkel $abd$.

Bei Mikroskopen, die weder Kreuzschlitten noch drehbaren Tisch haben, kann man diesem sog. Leesonschen Prisma eine gewisse Berechtigung nicht absprechen, indessen lassen sich hier die Messungen fast ebenso gut mit einem drehbaren Fadenkreuzokular ausführen, das ähnlich dem Rochonschen Prisma $e$ in der Röhre $f$ montiert ist. Wenn aber selbst dieser drehbare Okularfaden fehlt, so kann man schliesslich die ebenen Winkel geradliniger Figuren aus den mit dem Okularmikrometer ermittelten Längen ihrer Seiten und Diagonalen berechnen, wie dies z. B. W. Zenger[2]) an kleinen Krystallen der Sprödmetalle tat.

**108. Messung körperlicher Winkel durch Raumkoordinaten.** Jede Fläche ist ihrer Lage nach im Raume bestimmt, wenn die Lage

1) Chem. Soc. Mem. and Proc. **3**. 1845—48. 550—552.
2) S. W. A. **44**. 1861. 310.

von drei, nicht in einer geraden Linie liegenden Punkten in der Ebene gegeben ist. Wenn nun der Objekttisch des Mikroskops nach zwei zu einander senkrechten Richtungen durch Schrauben um genau messbare Grössen verschiebbar hergestellt ist[1]), und zugleich die vertikale Verschiebung des Tubus des Mikroskops durch die Mikrometerschraube gemessen werden kann, so sind die Bedingungen zur Bestimmung der Lage von Punkten und damit von Ebenen im Raume gegeben. Dabei wird das Linsensystem des Objektivs und das gemessene Objekt in dasselbe Medium eingetaucht; andernfalls ist der direkt abgelesene Wert durch das Verhältnis der Brechungsindizes der Medien zu reduzieren, also wenn das Präparat in Canadabalsam liegt und ein Trockensystem oder eine Wasserimmersion angewandt wird, mit $\frac{1.54}{1}$ bez. $\frac{1.54}{1.33}$ zu multiplizieren[2]). Im einzelnen verfährt man nach G. Wertheim[3]) folgendermassen. Ein leicht zu findender und scharf einstellbarer Punkt der zu bestimmenden Ebene wird durch die Verschiebung der horizontalen, den Objekttisch tragenden Schlitten in den Schnittpunkt des Okularfadenkreuzes gebracht und vermittelst der Mikrometerschraube des Tubus genau, d. h. bis zum Verschwinden der Parallaxe eingestellt. Alsdann wird die Stellung der beiden horizontalen Schlitten und der Mikrometerschraube am Tubus abgelesen und notiert. Bringt man nun einen zweiten Punkt derselben Ebene in den Schnittpunkt des Okularfadenkreuzes, stellt genau darauf ein, liest wieder die Stellung der Schlitten und der Mikrometerschraube ab, und wiederholt das gleiche Verfahren bei einem dritten Punkt, so ist damit die Lage der Ebene dieser drei Punkte gegeben. Betrachtet man die bei der Bestimmung des ersten Punktes gemachten Ablesungen als den Nullpunkt des Koordinatensystems, so erhält man hierauf bezogen die Koordinaten der beiden anderen Punkte in mm ausgedrückt, mit positiven oder negativen Vorzeichen je nach ihrer Lage gegen den Nullpunkt, durch einfache Subtraktion der für ihre Position gemachten Ablesungen. Sind die drei Punkte a b c, ihre Koordinaten $(x_1\ y_1\ z_1)$, $(x_2\ y_2\ z_2)$, $(x_3\ y_3\ z_3)$, so ist die Gleichung der durch sie gelegten Ebene

$$Ax + By + Cz = D,$$

worin

$$A = y_1(z_2 - z_3) + y_2(z_3 - z_1) + y_3(z_1 - z_2)$$
$$B = z_1(x_2 - x_3) + z_2(x_3 - x_1) + z_3(x_1 - x_2)$$
$$C = x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2).$$

Bestimmt man genau in derselben Art drei Punkte a′ b′ c′ einer andern Ebene, die gar nicht an die erste zu grenzen braucht, auch ganz

---

1) In diesem Falle müssen beide Schrauben des Kreuztisches Feinschrauben sein, und es darf also nicht, wie bei vielen Modellen, die eine Schraube nur zur schnellen Bewegung des Objektes dienen.

2) Vgl. § 136 die Methode des Herzogs von Chaulnes.

3) S. W. A. 45. 2. Abt. 1862. 157—170.

ausserhalb des Gesichtsfeldes liegen kann, und findet ihre Koordinaten zu $(x_4\, y_4\, z_4)$, $(x_5\, y_5\, z_5)$, $(x_6\, y_6\, z_6)$, so ist die Gleichung der zweiten Fläche

$$A'x + B'y + C'z = D'$$

worin

$$A' = y_4(z_5 - z_6) + y_5(z_6 - z_4) + y_6(z_4 - z_5)$$
$$B' = z_4(x_5 - x_6) + z_5(x_6 - x_4) + z_6(x_4 - x_5)$$
$$C' = x_4(y_5 - y_6) + x_5(y_6 - y_4) + x_6(y_4 - y_5).$$

Aus den Gleichungen der beiden Flächen ergibt sich dann der Cosinus ihres Neigungswinkels durch die Formel

$$\cos x = \frac{AA' + BB' + CC'}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{A'^2 + B'^2 + C'^2}}.$$

Es liegt auf der Hand, dass diese Methode um so ungenauere Resultate geben wird, je kleiner die gemessenen Werte sind. Den Einstellungen kann man eine ziemliche Genauigkeit dadurch geben, dass man die Vergrösserungen hinreichend stark wählt. Sind die zu messenden Dimensionen sehr klein, so fallen jedoch trotzdem die unvermeidlichen Einstellungsfehler ziemlich schwer ins Gewicht. Von dem Glanze der Flächen sind die Beobachtungen unabhängig, dagegen influiert ihre Unebenheit in hohem Grade auf die Messungen.

Eine genauere Messung der horizontalen Koordinaten suchte Krysinski[1]) dadurch herbeizuführen, dass er in sein Okularmikrometer einen auf photographischem Wege hergestellten sog. Transversalmassstab, wie er in der Technik des geometrischen Zeichnens so vielfach benutzt wird, anbrachte.

Die von Thoulet[2]) angegebene Methode zur Bestimmung der Flächenwinkel unterscheidet sich nicht wesentlich von dem Wertheimschen Verfahren; nur wählt ersterer die sechs, ihren Koordinaten nach zu bestimmenden Punkte so, dass je zwei in der gemeinschaftlichen Kante der beiden Flächen zusammenfallen, und ermittelt ferner die erforderlichen Dimensionen auf dem Wege der Zeichnung.

Es sei an dem Krystallfragment Fig. 139, welches irgendwelche Lage unter dem Mikroskop einnimmt, der Winkel der Flächen *M* und *a* zu messen. Man wählt auf der Kante der beiden Flächen zwei beliebige Punkte *r* und *s*, auf jeder Fläche einen weiteren Punkt (*t* auf *M* und *u* auf *a*), stellt nacheinander bei unveränderter Lage des Krystalls auf jeden der Punkte *r*, *s*, *t*, *u* ein und liest an der Mikrometerschraube des Tubus ihre Höhendifferenzen ab. Hierauf versieht man, ohne das Präparat irgendwie zu verschieben, das Mikroskop mit einer Camera lucida — oder hat dies zweckmässig schon vorher getan — und zeichnet den Krystall durch diese ab, markiert die ihrer Höhen-

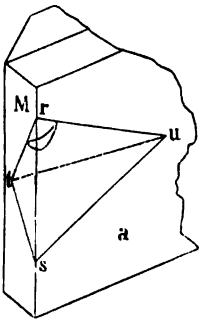


Fig. 139.

1) Z. X. 14. 1888. 17—32.
2) Bull. Soc. Min. Fr. 1. 1878. 68.

lage nach bestimmten vier Punkte durch feine Nadelstiche und verbindet dieselben durch gerade Linien. Nun ersetzt man das Präparat durch ein Objektivmikrometer, das mit dem Teilungswert des Tubusmikrometers übereinstimmen muss, und zeichnet die Skala desselben gleichfalls. Man hat alsdann die horizontale Projektion des Tetraëders *rstu*, dessen scheinbare Länge der Kanten sich sofort vermittelst des durch das Objektivmikrometer erhaltenen Massstabes bestimmen lässt. Diese scheinbare Länge jeder Kante, und die Höhendifferenz ihrer Endpunkte bilden die Katheten rechtwinkliger Dreiecke, deren Hypotenusen die wirklichen Längen der Tetraëderkanten darstellen. Aus den bekannten Längen der drei Seiten der drei in einem Tetraëdereck zusammenstossenden geradlinigen Dreiecke (*trs*, *sru*, *tru*) berechnet man nach bekannten Formeln der ebenen Trigonometrie die drei in dem Eck zusammenstossenden Winkel derselben und hat damit die drei Seiten eines sphärischen Dreiecks, aus denen ein Winkel $M:a$ zu berechnen ist.

Bei dem Thouletschen Verfahren sind natürlich ebenso die an der Mikrometerschraube des Tubus abgelesenen Höhendifferenzen nur dann die wirklichen Masse dieser Lineargrössen, wenn der beobachtete Krystall frei in Luft auf dem Objektglase liegt. Ist derselbe in ein anderes Medium eingebettet, liegt er also in einem Dünnschliff, dann ist die gemessene Höhendifferenz nicht die wirkliche, sondern kleiner als diese und weicht von der wirklichen um eine bestimmte Grösse ab, welche von dem Brechungsexponenten der umhüllenden Substanz abhängig ist. Die Korrektur erfolgt ebenso, wie oben bei dem Wertheimschen Verfahren angegeben wurde.

**109. Die Methode von Bertrand zur Messung körperlicher Winkel.** Eine allerdings nur für lose und spiegelnde, aber auch für sehr kleine Krystalle brauchbare Methode der mikroskopischen Winkelmessungen gab Em. Bertrand[1]) an. Er legt den Krystall $M$ in beliebiger Stellung auf die Fläche eines Glaswürfels; dann werden die Tracen jeder der verlängert gedachten Flächen, deren Winkel gemessen werden soll, zwei Seiten der Würfelfläche unter zwei sich zu 90° ergänzenden Winkeln schneiden. Der Winkel der einen Trace mit der Würfelfläche sei $a$, der der andern $\alpha$ (Fig. 140). Ebenso schneiden die Verlängerungen der Flächen die beiden andern im Würfeleck zusammenstossenden Kanten unter den Winkeln b, c und $\beta$, $\gamma$. Von den Winkeln $a$, $b$, $c$ und $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ brauchen nur je zwei gemessen zu werden, da stets die Tangente des dritten dem Produkt aus den Cotangenten der beiden andern gleich ist.

Verbindet man die Durchschnittspunkte der beiden Paare sich schneidender Tracen durch die Linie $KK_1$, so ist offenbar der Winkel der Ebene $KBK_1$ und $A_1KK_1C_1$ der gesuchte Winkel $x$. Derselbe berechnet sich aus dem, durch die beiden genannten Flächen und die obere Würfelfläche gebildeten sphärischen Dreieck. Nennt man die Nei-

1) C. R. 85. 1877. 1175. Bull. Soc. Min. Fr. 1. 1878. 22. 26.

gung der Fläche $ABC$ zur oberen Würfelfläche $y$, so ergibt sich aus dem rechtwinkligen sphärischen Dreieck bei $A$:

$$\sin a = \operatorname{cotg} y \operatorname{tg}(90-c) = \operatorname{cotg} y \operatorname{cotg} c$$

$$\operatorname{tg} y = \frac{\operatorname{cotg} c}{\sin a}$$

und da $\operatorname{tg} a = \operatorname{cotg} b \operatorname{cotg} c$, so ist auch

$$\operatorname{tg} y = \frac{\operatorname{tg} a \operatorname{tg} b}{\sin a} \quad \text{oder}$$

$$\operatorname{tg} y = \frac{\operatorname{tg} b}{\cos a} \qquad \text{I}$$

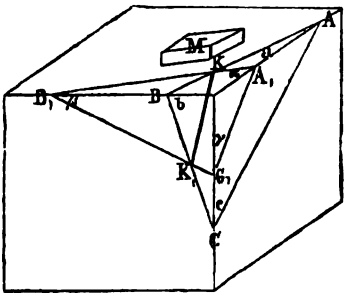


Fig. 140.

Für die Neigung der Fläche $A_1 B_1 C_1$ gegen die Würfelfläche, welche $z$ heisse, folgt ebenso aus dem rechtwinkligen sphärischen Dreieck bei $B_1$

$$\sin(90-\alpha) = \operatorname{cotg} z \operatorname{tg} \beta$$

$$\cos \alpha = \operatorname{cotg} z \operatorname{tg} \beta$$

$$\operatorname{tg} z = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\cos \alpha}. \qquad \text{II}$$

Damit kennt man in dem schiefwinkligen sphärischen Dreieck bei $K$ die Winkel $y$ und $z$ und die eingeschlossene Seite $A_1 K B = 270^0 - [\alpha + (90^0 - a)] = 180^0 - \alpha + a$ und findet den gesuchten Winkel $x$ durch die Formel 3 in § 12 S. 21. Nach der dortigen Bezeichnung ist $c$ die eingeschlossene Seite, also hier $180^0 - \alpha + a$, $\alpha = y$, $\beta = z$. Gesucht wird $\gamma = x$.

Um die Winkel $a$, $b$, $c$ und $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ genau bestimmen zu können, befestigt Bertrand das Kryställchen mit etwas Wachs in beliebiger Stellung auf einer der Würfelflächen, stellt den Würfel auf den drehbaren Mikroskoptisch so, dass eine Kante genau von vorn nach hinten läuft und schiebt vermittelst der Schrauben am Objekttisch den zu messenden Krystall in die Mitte des Gesichtsfeldes. Vor dem Mikroskop ist ein Schirm angebracht mit einer schmalen Vertikalspalte von solcher Höhe, dass durch dieselbe und einen passend angebrachten Spiegel das Kryställchen von oben bis unten beleuchtet wird. Der Spalt wird genau parallel der Axe des Instrumentes und so gestellt, dass die Einfallsebene des Lichtes das Gesichtsfeld des Mikroskops nach links und rechts halbiert. Dreht man nun den Objekttisch, so wird eine der Flächen, deren Neigungswinkel gemessen werden soll, hell beleuchtet erscheinen, sobald sie senkrecht zur Einfallsebene des Lichtes steht, also ihre Normale in der Ebene des einfallenden Lichtes und der Axe des Mikroskops liegt. Die Drehung, welche am Nonius des Objekttisches abgelesen wird, gibt den Winkel, den die Trace der beleuchteten Fläche mit der einen Würfelkante bildet ($a$). Auf gleiche Weise findet man den Winkel $\alpha$. — Wird darauf der Würfel so aufgestellt, dass die vordere Fläche oben liegt und eine ihrer Kanten parallel der Linie $0^0 - 180^0$ am Objekttisch läuft, deren Nullpunkt mit dem Nullpunkt des Nonius zusammenfällt, so bestimmen sich die Winkel $b$ und $\beta$ ebenso wie vorher $a$ und $\alpha$.

Um die Unsicherheit der Einstellung auf das Beleuchtungsmaximum der in ihrer Neigung zu messenden Flächen zu entfernen, bringt Bertrand im Okular einen Zylinder von Flintglas an, dessen obere Fläche sich in der Ebene der Okularblende (s. Fig. 89) befindet. Der Zylinder, dessen Endflächen genau parallel sein müssen, ist vertikal in zwei Hälften durchschnitten und vermittelst Canadabalsams mit den gut polierten Schnittflächen wieder verkittet. Die Trace der Schnittfläche wird in die Ebene der Axe des Instrumentes und des einfallenden Lichtes gestellt. So lange das Licht parallel dem Medianschnitt des Zylinders einfällt, hat man ein gleichmässig helles Gesichtsfeld, in welchem sich die Schnittebene als eine dunkle Linie abhebt; sowie die Beleuchtung schief wird, müssen die beiden Hälften des Gesichtsfeldes, infolge der einseitigen Totalreflexion an der Grenze des stärker lichtbrechenden Flintglases gegen den schwächer lichtbrechenden Canadabalsam, verschieden beleuchtet sein. Die gleichmässige Beleuchtung, welche sehr scharf eingestellt werden kann, beweist, dass die beleuchtete Fläche genau senkrecht zur Einfallsebene des Lichtes steht. Später hat Bertrand diesen Zylinder noch dadurch verbessert, dass er zwischen die beiden Flintglashälften eine sehr dünne Platte von Crownglas einfügte, die bei schiefem Einfall des Lichtes, wegen ihres gegenüber dem Canadabalsam geringeren Brechungsexponenten, dunkel erscheinen muss, während je nach der Richtung, von wo das Licht schief einfällt, die rechte oder linke Hälfte des Flintglaszylinders hell ist. Sobald das Licht genau in der Medianebene einfällt, ist die Crownglaslamelle ebenso hell beleuchtet, wie der Rest des Gesichtsfeldes.

Krystalle bis zu $^1/_{30}$ mm Grösse sind auf diese Weise messbar und bei guter Spiegelung der Flächen geht die Genauigkeit bis auf 5′—10′.

**110. v. Fedorows Prinzip der Autokollimation.** Ein von den bisher besprochenen Methoden zur Messung körperlicher Winkel gänzlich abweichendes Verfahren beruht auf dem bei Reflexionsgoniometern üblichen Wollastonschen Prinzip, bei dem gewöhnlich die Einstellung durch ein Fernrohr und zuweilen auch durch ein Mikroskop bewirkt wird, wenn man sich mit den übrigens wenig genauen Schimmermessungen begnügen will. Indessen hat schon vor zehn Jahren E. v. Fedorow[1]) eine wie es scheint wenig beachtete, vortreffliche Konstruktionsidee beiläufig ausgesprochen, nach der man auch mit dem Mikroskop die Reflexionsmethode exakt zur Anwendung bringen kann. Man versieht dazu die äussere am besten ebene Fläche des Mikroskopobjektivs mit einem undurchsichtigen Signal, etwa mit einem schwarzen Kreuz, oder graviert dasselbe auf ein kurz vor die Frontlinse zu befestigendes Glas und beleuchtet alsdann dieses Kreuz von oben her durch einen Gaussschen Spiegel oder besser durch einen Vertikal-Illuminator (s. § 189). Stellen wir jetzt das Mikroskop auf eine ungefähr senkrecht zum Tubus liegende Fläche ein, so sehen wir nichts von dem Kreuz; nähern wir aber den Tubus genau bis

1) Z. X. 22. 1894. 242—243.

auf die halbe Fokaldistanz, so erkennen wir plötzlich das Spiegelbild jenes Signals, das durch passende Drehung der spiegelnden Fläche mit dem Okularfadenkreuz zur Deckung zu bringen ist. Mit dieser mikroskopischen Autokollimation[1]) sind die Grundlagen für die Winkelmessungen an sehr kleinen spiegelnden Flächen gegeben, und es bedarf nur der nötigen Drehapparate, die im nächsten § besprochen werden.

**111. Einkreisige Goniometer für Mikroskope.** C. Nägeli und S. Schwendener haben schon 1867 [2]) ein einkreisiges Goniometer zum Gebrauch bei mikroskopischen Beobachtungen abgebildet, bei dem die Drehaxe parallel zum Tisch verlief und also der Teilkreis senkrecht stand. Der in Fig. 141 abgebildete Fuesssche Apparat erfüllt ähnliche Zwecke, wenn er auch ursprünglich als eine Brög-gersche Justiervorrichtung konstruiert wurde. Die Bewegung erfolgt um die Axe $k$ und wird an der Marke $i$ mittelst des Teilkreises $T$ abgelesen. Die im Ring $v$ liegenden Teile sind besser aus der Zeichnung Fig. 135 S. 194 zu erkennen und dort erklärt. Der kleine Apparat wird auf dem Tisch des Mikroskops befestigt und ist mit diesem drehbar. Schon 1874 konstruierte V. v. Ebner[3]) einen Trog-apparat, bei dem die Drehung des Objektes unter Wasser oder auch in einer andern Flüssigkeit vollzogen werden konnte. Solche Apparate gehen jetzt zuweilen unter dem Namen des Bertrandschen Goniometers[4]), da dieser Forscher die Erfindung wiederholte. Hier ist eine auf den Tisch des Mikroskops zu schraubende Metallplatte in der Mitte durchbohrt und mit einem Glasfenster versehen, durch welches die vom Polarisator kommenden Strahlen einfallen. Oben ist ein kürzer Metallzylinder aufgelötet, der eine Stopfbüchse für die parallel zum Tisch laufende Drehaxe mit Teilkreis besitzt. Die unbequeme Stopfbüchse hat R. Fuess, wie vor ihm schon V. v. Ebner, dadurch vermieden, dass er den am Teilkreis $T$ vorbeigleitenden Arm $i$ (Fig. 142) oben umbog und mit dem abwärts gerichteten Schenkel in die Flüssigkeit tauchte. Auf diese Weise erreicht man allerdings nur eine Winkelbewegung von 125°, was aber in vielen Fällen genügt. $G$ ist das hier halbzylindrische Gefäss, $a$ das Fenster, $k$ die Drehaxe. Das zu untersuchende Präparat wird entweder in die kleine Pinzette $P$ geklemmt und durch deren Bewegung justiert — eine hierbei eintretende Dezentrierung korrigiert man durch die

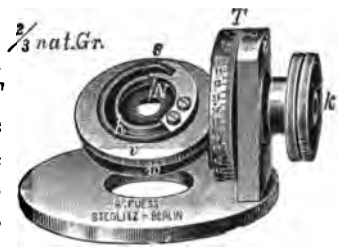


Fig. 141.

1) Durch seitliche Anbringung des Signals in einer Art von Kollimator könnte man wohl eine intensivere Beleuchtung als durch den Vertikal-Illuminator erreichen, wäre dann aber auf schwache Vergrösserungen beschränkt.

2) Das Mikroskop. 1. Aufl. Leipzig 1867. 2. Aufl. 1877. 312.

3) S. W. A. 70. 1874. Abb. S. 112.

4) Bull. Soc. Min. Fr. 3. 1880. 97—100.

Schraube *Sch* und den Kreuztisch — oder es wird auf einen Glasstreifen gelegt, der gegen die Pinzette ausgetauscht werden kann, und durch die Feder *o* festgehalten. Das Präparat muss bei richtiger Orientierung immer in der Verlängerung der Axe *k* liegen. Auch A. Nachet[1]) hat die Stopfbüchse beseitigt, indem er ein Zahnrad in der Flüssigkeit laufen und ein anderes über den Rand des Gefässes hinüber in das erstere eingreifen lässt.

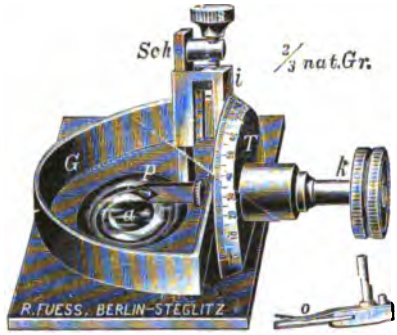



Fig. 142.

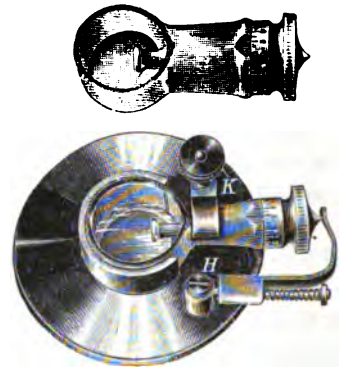



Fig. 143.

Ein anderer einfacher Drehapparat ist von C. Klein[2]) beschrieben und wieder von R. Fuess ausgeführt worden (Fig. 143). Er dient besonders zur Untersuchung von ganzen Krystallen oder Edelsteinen in geschliffener Form und dergl., die dabei in eine Flüssigkeit von möglichst gleichem Brechungsvermögen getaucht werden. Die Grundplatte wird durch gewöhnliche Objektklammern auf dem Tisch des Mikroskops festgehalten. Die Mitte ist durchbohrt und mit einem teilweise ausgesparten erhöhten Rand umgeben, in den zwei verschieden hohe Glasgefässe abwechselnd eingesetzt werden. Die Stopfbüchsen der Glasgefässe sind sehr weit, damit der auf den Glasstopfen befestigte Krystall hindurchgeführt werden kann. Die Klammern *K* und *H* dienen zum Festhalten des Gefässes und des Stopfens, dessen Drehung von 5° zu 5° abzulesen ist. Da der Krystall ziemlich weit von den Beleuchtungslinsen absteht, so wird für die Beobachtung im stark konvergenten Licht eine besondere Kondensorlinse beigefügt.

**112. Zwei- und mehrkreisige Goniometer** oder Universaldrehapparate laufen in ihrem Konstruktionsprinzip alle darauf hinaus, einen ganzen Krystall oder ein Krystallpräparat möglichst allseitig im Raume drehen und das Mass dieser Drehung im allgemeinen an zwei Kreisen mit senkrecht aufeinander stehenden Axen ablesen zu können. Man will also die Lage einer Richtung im Raume ebenso festlegen, wie dies seit Jahrhunderten von den Astronomen mittelst der Theodoliten — z. T.

1) Bull. Soc. Min. Fr. **10**. 1887. 186–187.
2) S. B. A. 1891. 435–436.

auch Universalinstrumente genannt — geschieht. Die älteste Vorrichtung für ein Mikroskop, das speziell mineralogischen Zwecken diente, mag S. Highley 1856 beschrieben und abgebildet[1]) haben. Die Lagen der Axen mit messbaren Bewegungen entsprechen durchaus den bei v. Fedorows einfacheren Apparaten vorhandenen (s. Fig. 145). Auch G. G. Valentin[2]) benutzte eine ähnliche Anordnung der Drehaxen, die aber nur qualitative Bewegung erlaubte. Ebenso eignet sich für qualitative Beobachtung in universaler Richtung die von J. L. C. Schroeder van der Kolk[3]) vorgeschlagene gläserne Halbkugel von etwa 30 mm Durchmesser, welche mit der konvexen Fläche in der runden Oeffnung des Mikroskoptisches ruht und bei Drehung um alle möglichen horizontalen Axen den Mittelpunkt der Planfläche immer an der gleichen Stelle behält[4]). Dieses Bewegungsprinzip ist also das gleiche, welches Brögger bei seinem oben beschriebenen Justierapparat Fig. 135 benutzt und welches bei jedem Kugelgelenk zur Anwendung kommt. Damit die Halbkugel (Fig. 144) nicht bei schiefer Stellung in eine geradere Lage zurückfällt, stellt man neben den Rand einen schweren Körper, etwa ein Gewicht von 20 g. Die glatte Fläche des Gewichtstücks bietet genügend Halt bis zur Neigung der Planfläche von 45° gegen den Horizont. Um die Eintauchmethode hiermit zu kombinieren und also die Präparate auch in sehr schiefer Richtung durchschauen zu können, bedeckt Schroeder van der Kolk nach dem Adamsschen Prinzip[5]) das auf der grösseren Halbkugel liegende Präparat mit einer kleineren Halbkugel, so dass, unter Vernachlässigung der Präparatendicke, die Mittelpunkte der beiden Planflächen zusammenfallen. Will man auch dickere Präparate einschliessen, so muss man die Halbkugeln entsprechend abschleifen, also bei der Zwischenschaltung eines montierten Gesteinsschliffs von der unteren Halbkugel eine, der Dicke des Objektträgers, von der oberen eine, der Dicke des Deckglases gleichkommende Schicht entfernen. Das zwischen diesen Kugelsegmenten liegende Präparat wird in eine Flüssigkeit eingebettet, welche den gleichen oder einen höheren Brechungsexponenten als das Glas hat.

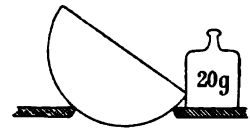


Fig. 144.

Mit dieser Schroederschen Halbkugel lassen sich qualitative Untersuchungen mit den denkbar einfachsten Mitteln durchführen; handelt es

---

1) Journ. Microscop. Soc. **4**. 1856. 281—285.

2) G. G. Valentin, Die Untersuchung d. Pflanzen- u. Tiergewebe im polaris. Lichte. Leipzig 1861. 8°. 312 S., besonders S. 166. Abb. s. auch bei Nägeli und Schwendener, Das Mikroskop. 2. Aufl. 1877. 312.

3) Zeitschr. f. wiss. Mikrosk. 8. 1891. 459—461 und 12. 1895. 188—189; s. auch Schr. v. d. Kolk, Kurze Anleitung zur mikroskop. Krystallbest., Wiesbaden 1898. 37—38; Samml. Geol. Reichsmus. Leyden. 5. 1896. 74—75.

4) Ueber eine kleine Abänderung s. E. G. A. ten Siethoff, Centralbl. 1903. 657—658.

5) Pogg. Ann. **157**. 1876. 297—302.

sich aber um Messungen, so muss man zu einer von den zahlreichen Konstruktionen greifen, die im letzten Jahrzehnt, hauptsächlich auf Anregung von E. v. Fedorow[1]) und C. Klein[2]) und unter tätiger Mitwirkung von C. Leiss[3]), aus der Fuessschen Werkstatt hervorgegangen sind. Es gibt hier Apparate, die ausser einer Drehung um die Tischaxe noch Drehungen um zwei, drei und vier andere Axen erlauben, die ein Eintauchen der Präparate in Flüssigkeiten oder ein Bedecken mit Adamsschen Kugelsegmenten gestatten.

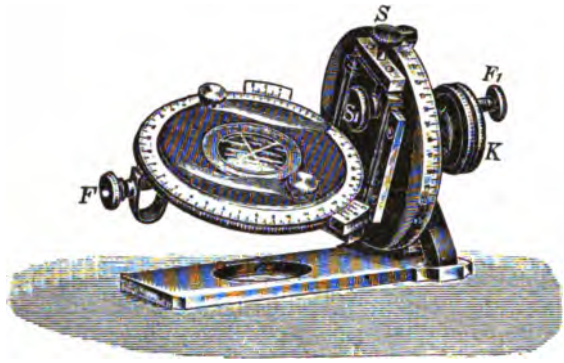


Fig. 145.

Ein v. Fedorow-Fuesssches Modell zeigt Fig. 145. Der eine Teilkreis mit der Axe $K$ und der Klemmschraube $F_1$ steht immer vertikal, der andere in der Anfangslage horizontal. Die Schrauben $S$ und $S_1$ dienen zur Zentrierung, so dass die beiden Drehaxen immer innerhalb des in seiner Dicke variabeln Präparates zum Schnitt kommen. Bei der hohen Lage des zu Anfang horizontalen Kreises müssen die Beleuchtungslinsen hinaufgesetzt werden, wie das in Fig. 146 bei $C$ zu sehen ist. Im übrigen ist hier ein v. Fedorow-Fuesscher Apparat mit zwei in der Anfangslage horizontalen Axen auf dem Kreuztisch des Mikroskops dargestellt.

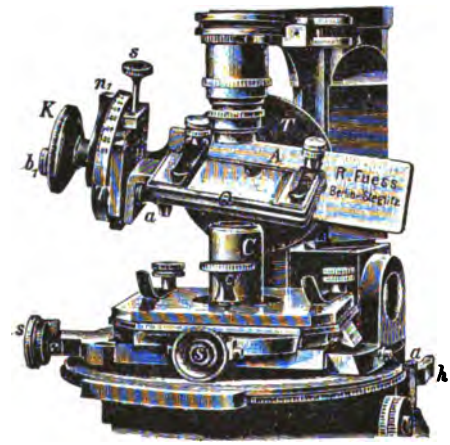


Fig. 146.

Wie C. Klein die Anordnung traf, wenn die Beobachtung in einer Flüssigkeit ausgeführt werden sollte, zeigt Fig. 147. Der Vertikalkreis wird an der Scheibe $T$ bewegt. Der anfangs horizontale Kreis $T_1$ wird durch die Axe $kz$ mittelst des in einen Zahnkranz eingreifenden Rädchens gedreht, $e$ und $e_1$ sind Federklemmen, welche den Schliff $S$ fest-

1) T. M. P. M. **12**. 1891. 505; Z. X. **22**. 1893. 235—244; **24**. 1895. 602—603; **25**. 1896. 353; **26**. 1896. 241—242.

2) S. B. A. 1895. 94—97; 106—107; 1151—1155. 1897. 428—430. Letztere Arbeit auch in N. J. B. B. **11**. 1897. 522—524.

3) N. J. B. B. **10**. 1895. 420—423. N. J. 1897. II. 93—94. S. ferner: C. Leiss, Die optischen Instrumente der Firma R. Fuess. 1899. 232—238.

halten. $G$ ist die Grundplatte mit Fenster $a$, $B$ ein etwas mehr als halbkugelförmiger Behälter, $n$ und $n_1$ sind Nonien, welche auf 5 Minuten abzulesen gestatten. Wieder eine etwas andere Anordnung zeigt der Kleinsche Apparat Fig. 148, der für lose Krystalle bestimmt und wohl ohne weitere Erklärung verständlich ist.

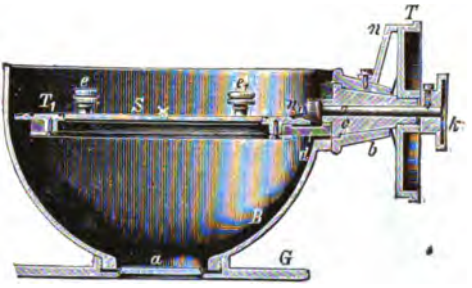


Fig. 147.

Ein mit drei Axen ausgestatteter Drehapparat nach C. Klein ist in Fig. 149 zu sehen. Die Grundplatte $G$, die auf dem horizontal umgelegten Mikroskop mit kräftigen Federn befestigt wird, steht vertikal und trägt an dem Arm $T$ zunächst die Axe $P$ mit dem Teilkreis $K$. Die Axe $P$ ist vertikal verschiebbar und durch die Schraube $V$ festzuklemmen, $S$ dient zur Fixierung von $K$. Unterhalb $T$ sind auf der Axe $P$ zwei Viertelbögen $L$ und $L_1$ aufgeschraubt, die wie die Zylinderschlitten eines Goniometer-Justierapparates wirken und an denen die Bewegungen mittelst der neben den Nonien liegenden Griffknöpfchen $W$ und $R$ ausgeführt werden. $R$ dient auch zur Festschraubung des Krystallträgers $F$. Alle drei Nonien erlauben eine Ablesung bis auf 5 Minuten. Bei der Beobachtung in einer Flüssigkeit wird ein parallelepipedisches Gefäss auf einem besonderen Stativ untergeschoben. Für Dünnschliffe ist zuerst von v. Fedorow ein dreiaxiger Universalapparat benutzt worden, der in der neusten Fuessschen Ausstattung nach C. Kleins Angaben nicht weniger als vier Drehaxen besitzt, von denen aber nur drei mit Teilkreisen versehen sind. In Fig. 150 ist ein Durchschnitt und in Fig. 151 eine Ansicht dieses für räumliche Orientierungen vollkommensten Apparates zu sehen. Die vier Axen sind $k$, $H$ und die Normalen auf $T_1$ und $K$,

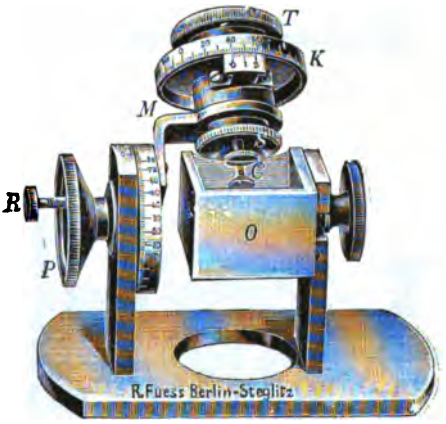


Fig. 148.

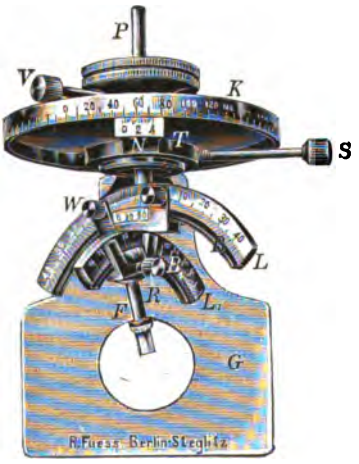


Fig. 149.

die drei Teilkreise (Axe $H$ hat keinen Teilkreis)[1]) sind $T$, $T_1$ und $K$. Die Arretierungsschrauben sind $f$ für Axe $k$, $g$ für Teilkreis $T_1$, $d$ für

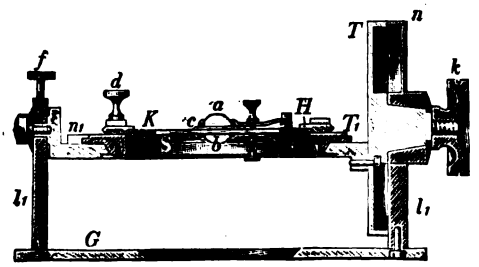



Fig. 150.

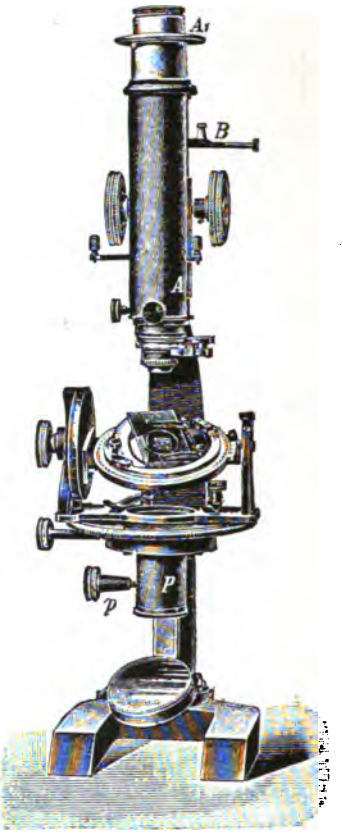



Fig. 152.

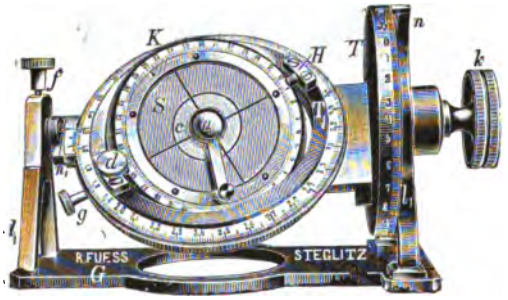



Fig. 151.

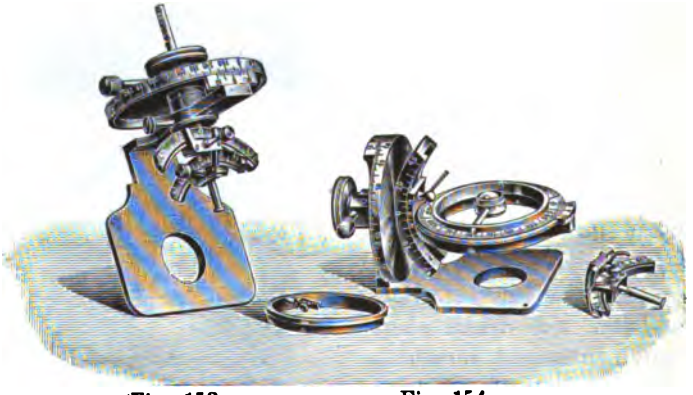


Fig. 153. Fig. 154.

1) C. Klein hat später auch diese Axe mit einem Gradbogen versehen lassen. S. B. A. 1898. 321. Fussnote 2.

Axe *H*. Die Bewegung der Glasscheibe *S* gegen den Teilkreis *K* braucht nicht arretiert zu werden. In der Anfangsstellung, wie sie in Fig. 150 gezeichnet ist, fallen die Axen *k* und *H*, sowie die Axen der Teilkreise $T_1$ und *K* zusammen, so dass der Apparat dann also nur zwei Drehaxen hat. Die Präparate (*c* in den Figuren) müssen auf rundem Objektträger von 20 mm Durchmesser und umgekehrt, also mit dem Deckglas nach unten liegen. Adamssche Kugelsegmente *a* und *b* lassen sich schliesslich zur Erweiterung des räumlichen Gesichtsfeldes oben und unten mit Oel etc. benetzt anlegen und wegklappen. Wie dieses Instrument auf dem Mikroskoptisch sich ausnimmt, ist aus Fig. 152 zu erkennen.

Auch die Firma Voigt und Hochgesang fertigt Universaldrehapparate mit drei Drehaxen nach C. Kleins Angaben an, von denen zwei Konstruktionen in Fig. 153 und 154 abgebildet sind.

---

## V. Das Konoskop.

**113. Allgemeines.** Wie in § 87 erklärt wurde, ist das Konoskop ein mit Polarisatoren und mit aussergewöhnlich grossem Gesichtsfeld versehenes Fernrohr, mit dem die Beobachtung im sog. konvergenten Licht auszuführen ist. Die Grösse des Gesichtsfeldes steht im allgemeinen, wie ebenfalls in § 87 erwähnt wurde, in umgekehrtem Verhältnis zur Brennweite des Objektivs. Will man also ein sehr grosses Gesichtsfeld haben und alle Erscheinungen, die etwa innerhalb eines Winkelraumes von 120° und mehr auftreten, auf einmal überblicken, so muss man Objektive von sehr geringer Brennweite oder sehr grossem Durchmesser oder sehr grosser relativer Oeffnung (s. § 81) anwenden. Fernrohre mit solchen Objektiven wurden besonders von Nörrenberg konstruiert[1]) und heissen gewöhnlich, wenn sie mit Polarisatoren verbunden sind, Polarisationsinstrumente. Die Linsensätze dieser Konstruktionen pflegen meistens sehr grob zu sein und eignen sich nicht wohl zu mikroskopischen Untersuchungen, dagegen hat man in den eigentlichen Objektiven der Mikroskope Linsensysteme, die sich gerade durch ihre grosse relative Oeffnung auszeichnen und hier gute Verwendung finden können. In den Figuren 155a, b, c sind einige solcher Objektive mit Gesichtsfeldern von 10°, 30° und 120° schematisch dargestellt. Ihre Aequivalentbrennweite beträgt etwa 32 mm, 9 mm und 5 mm, ihre freien Objektabstände — bei einer Tubuslänge von 160 mm — etwa 40 mm, 4 mm und 0.6 mm, ihre objektiven Sehfelder[2]) haben einen Durchmesser

---

1) S. auch die Erklärung von E. Reusch, 34. Vers. d. Naturf. u. Aerzte. Karlsruhe 1858. 160—163 und des Verf. Darlegungen in N. J. B. B. 12. 1898. 409. 410—414.

2) Unter objektivem Sehfeld versteht man jene Fläche, die mit einem als Mikroskopobjektiv benutzten Linsensystem übersehen werden kann.

von 6 mm, 2 mm und 0.5 mm. Gesichtsfeld und Sehfeld stehen, wie man aus den Zahlen erkennt, in annähernd umgekehrtem Verhältnis; die starken Systeme, die als Fernrohrobjektive einen grossen Winkelraum bestreichen, lassen als Mikroskopobjektive nur eine kleine Fläche überblicken. Zum Vergleich der Grösse der Gesichtsfelder dienen noch die unteren Teile der Figuren 155a, b, c, die ein und dasselbe Axenbild unter Objektiven von verschiedener Apertur zeigen. Trockensysteme haben meistens kein grösseres Gesichtsfeld als 120°, oder es wird ihr freier Objektabstand so klein, dass die Bequemlichkeit des Arbeitens darunter leidet. Die Immersionssysteme lassen, ihrer grossen Apertur entsprechend, zwar noch viel mehr überschauen, aber bei ihrer sehr kleinen Aequivalentbrennweite ist der

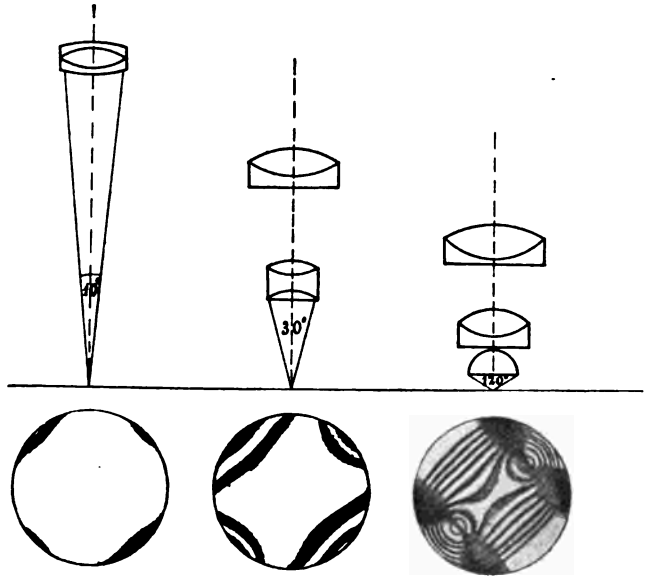


Fig. 155a. Fig. 155b. Fig. 155c.

freie Objektabstand ebenfalls sehr gering. Da sie ausserdem kostbar sind und eine sehr vorsichtige Behandlung verlangen, so hat man nach dem Prinzip dieser homogenen Immersionen Systeme von etwas grösseren Dimensionen und damit auch derberer Ausführung konstruiert, die zwar zum Entwerfen von mikroskopischen Bildern nicht fein genug berechnet und gebaut sind, aber als Fernrohrobjektive im Konoskop wegen ihrer grossen Apertur ausgezeichnetes leisten. So liefert die Firma Voigt und Hochgesang eine Monobromnaphtalin-Immersion nach R. Winkel mit der num. Apertur 1.52. Auch Trockensysteme, die ein Gesichtsfeld von 145°—146° haben, sind nach ähnlichen Ueberlegungen von Em. Bertrand[1]) zusammengestellt worden. Bei Anwendung der Immersionen muss man sich des in Fig. 93 S. 143 Dargestellten erinnern,

1) Bull. Soc. Min. Fr. 8. 1885. 377—378.

da in das Objektiv nur Strahlen eintreten können, die auch vom Beleuchtungsapparat aus in die Krystallplatte gelangen. Für die schwachen Objektive genügt auch eine schwache Kondensorlinse zur Beleuchtung, für die stärkeren Systeme müssen weitere Linsen eingeschaltet werden, wie das durch die mannigfachen in § 102 beschriebenen Wechselvorrichtungen geschieht. Zu der Monobromnaphtalin-Immersion gehört auch ein entsprechend starker Kondensor, der durch Monobromnaphtalin mit dem zwischen hoch brechenden Gläsern eingeschalteten Präparat verbunden wird.

**114. Umwandlung des Mikroskops zum Konoskop.** Ein durch das Mikroskopobjektiv alleine enstehendes Interferenzbild liegt in der hinteren oder oberen Brennebene des Objektivs und kann dem Auge nicht sichtbar gemacht werden, wenn man das Okular im Tubus lässt, denn dieses Okular ist auf eine Bildebene am oberen und nicht am unteren Ende des Tubus eingestellt. Am einfachsten ist es, das Okular zu entfernen und (nach Zwischenschaltung eines Analysators) mit blossem Auge in den Tubus zu blicken. Bei dem Fuessschen Objektiv 7 (Aequivalentbrennweite 5.2 mm) liegt, bei zusammengeschobenem Tubus und Benutzung der Objektivklammer, das fragliche Interferenzbild 192 mm vom oberen Tubusrande entfernt und kann also von einem normalen Auge gut gesehen werden. Ein anormales Auge muss ein auf diese Entfernung passendes Brillenglas anwenden, das oben auf den Tubus lose aufgelegt wird.

Bei dieser von A. v. Lasaulx[1]) zuerst angegebenen Methode beobachtet man ohne Fadenkreuz und auch ohne eine Skala, die etwa zum Auswerten des Axenbildes dienen könnte. Diesem Mangel hat H. Lenk[2]) dadurch abgeholfen, dass er an die Stelle im Objektiv, wo das Interferenzbild liegt, ein mit Teilung versehenes Glastäfelchen brachte. Bei dem Fuessschen Objektiv 7 muss dieses Glasscheibchen zwischen die oberste und die beiden unteren Linsen gebracht werden, weil hier die obere Brennebene des Systems liegt; bei dem Zeissschen Objektiv *DD* von ungefähr der gleichen Aequivalentbrennweite (4.3 mm) ist die Scheibe über der obersten Linse einzusetzen. Nach dieser Lasaulxschen Methode beobachtet man mit einem Fernrohr, welches sich von sonstigen Fernrohren, abgesehen von der enormen Apertur, durch eine ausserordentlich starke Verkleinerung unterscheidet. Das Mass dieser Verkleinerung erhält man durch Division der Aequivalentbrennweite des Objektivs 7 (5.2 mm) durch den Abstand des Auges vom Bilde, den wir zu 200 mm annehmen wollen. Wir haben ein Fernrohr mit der Vergrösserung $^1/_{38}$ oder mit 38facher Verkleinerung. In vielen Fällen ist diese Verkleinerung ganz erwünscht, da infolge der Dünne der Kryställchen die Interferenzerscheinungen so verwaschen sind, dass sie nur bei starker Zusammenschrumpfung des ganzen Bildes einigermassen gut unterscheidbare Einzelheiten erkennen

1) N. J. 1878. 377—380.
2) Z. X. **25**. 1896. 379—380.

lassen; in anderen Fällen aber ist eine Vergrösserung der Interferenzbilder von Vorteil, die man auf verschiedenen Wegen zu erreichen versucht hat.

So verwenden H. Laspeyres und C. Leiss[1]) eine Linse, welche derart berechnet ist, dass sie als einfache Lupe wirkt, wie dies bei den Nörrenbergschen Polarisationsinstrumenten aller Konstruktionen gebräuchlich ist. Für eine solche Anordnung liegen aber die Verhältnisse hier insofern nicht sehr günstig, als der durch die Lupe zu vergrössernde „Gegenstand", nämlich das Interferenzbild, sehr weit vom Auge entfernt liegt, und man ihm daher keine starke Vergrösserung erteilen kann. Senkt man die Lupe etwa $6^1/_2$ cm tief von oben in den Tubus, wie das bei manchen Mikroskopen geschieht, so muss sie für ein normales Auge eine Brennweite von 400 mm haben, um eine etwa $1^1/_2$fache Vergrösserung zu geben.

Sind dies die günstigsten Verhältnisse oder lässt sich durch eine andere Lupe in einer am Mikroskop leicht anzubringenden anderen Stellung eine stärkere Vergrösserung erzielen? In § 85 S. 138 wurde gesagt, dass bei einer Lupe von gegebener Brennweite die stärkste Vergrösserung durch Nahebringung der Lupe an das Auge erhalten wird; hier aber ist nicht die Lupe, sondern der Abstand des Objekts vom Auge vorgeschrieben. Dieser Abstand, der nach den Buchstaben in Fig. 87 und 88 gleich $A+d$ ist, möge als Konstante mit $C$ bezeichnet werden, dann lässt sich die Formel (15) S. 139 für die Vergrösserung auch schreiben

$$V = \frac{D-d}{C-d},$$

wo $D$ wie früher die deutliche Sehweite und $d$ der Abstand der Linse vom Auge ist. Da $C$ kleiner als $D$ ist, so wächst der Ausdruck für $V$ mit steigendem Wert für $d$. Bei diesen Verhältnissen kann man eine stärkere Vergrösserung erzielen, wenn man die Lupe vom Auge entfernt und dem zu vergrössernden Gegenstand nähert. Man tut also gut, diese Laspeyressche Lupe — die übrigens Laspeyres selbst als „Bertrandsche Linse" bezeichnet — näher an das Objektiv als an das Auge zu legen, wie dies z. B. bei den Mikroskopen von Voigt und Hochgesang unter Benutzung des Spaltes $i$ (Fig. 121, S. 177) geschieht. In das Fuesssche Mikroskop liesse sich in den unteren Spalt auch eine passende Linse mit Leichtigkeit einschalten. Der Abstand dieser Linse von dem durch Objektiv 7 entworfenen Interferenzbild misst bei meinem Instrument 37 mm und von der Ebene der deutlichen Sehweite etwa 87 mm, so dass A = 37 mm (s. Fig. 88, S. 138), B = 87 mm ist. Die Brennweite dieser Linse berechnet sich nach Formel (6) S. 122 zu 64 mm, und die damit zu erzielende Vergrösserung zu $2^1/_2$; allerdings übersieht man das ganze Interferenzbild nur bei Hin- und Herbewegung des Auges, da der Spalt etwas schmal ist und die Linse daher nicht genügend breit sein kann. Genügt diese Vergrösserung nicht — und solche Fälle kommen bei stark doppelbrechenden Mineralien auch im Dünnschliff vor — so muss man

1) Z. X. 4. 1880. 460. 25. 1896. 380.

einen anderen Weg zur Vergrösserung des primären Interferenzbildes einschlagen, den Amici in seinem schon 1830 konstruierten und 1844 beschriebenen Polarisationsapparat[1]) angegeben hat, und der von Em. Bertrand wieder beschritten wurde[2]). Hiernach wird in den Mikroskoptubus eine Linse so eingeschaltet, dass sie von dem in der Tiefe liegenden primären Interferenzbild ein sekundäres Bild oben in der Gegend des Tubusrandes entwirft, welch letzteres hier mit Lupen, Huyghensschen oder Ramsdenschen Okularen mit oder ohne Fadenkreuz und Mikrometerskalen betrachtet und ausgemessen werden kann. Die Brennweite jener Linse darf höchstens $^1/_4$ des Abstandes der Hauptebenen in Objektiv und Okular betragen; erreicht sie genau diesen Wert und steht die Linse in der Mitte zwischen Objektiv und Okular, so ist das sekundäre Interferenzbild umgekehrt aber gleich gross dem primären Interferenzbild.

Die Vorzüge, die das Amici-Bertrandsche Verfahren darbietet, haben alle Mechaniker, welche grössere Instrumente bauen, veranlasst, dasselbe zu adoptieren. So finden wir diese Linse mit einfachen Ein- und Ausschaltvorrichtungen z. B. an den grösseren Mikroskopen von Fuess, Voigt und Hochgesang, Leitz, Nachet, Seybert, Swift und Zeiss.

In den neueren Mikroskopen von R. Fuess (Fig. 115 auf S. 172) dient die Oeffnung $K$ in der linksseitigen Tubuswand zur Aufnahme einer in den Schieber $f$ gefassten Linse. Dieser Schieber wird bei Ausschaltung der Linse durch den federnden Anschlag $g$ fixiert. Die richtige Einschaltung der Linse in den Tubus wird durch den Anschlag des Schiebers $f$ an die Wand des Auszugrohres gegeben. Diese Linse bildet, in Verbindung mit einem in passender Entfernung montierten Ramsdenschen Mikrometerokular, ein Hülfsmikroskop von etwa fünffacher Vergrösserung, welches durch einen vorn unter $R$ sichtbar werdenden Trieb gehoben und gesenkt und auf das primäre Interferenzbild scharf eingestellt werden kann. Mit jedem Objektiv ändert sich die Lage des primären Interferenzbildes und damit die bei $R$ abzulesende Einstellung des Hülfsmikroskops.

Bei den Voigt und Hochgesangschen Mikroskopen ist die Lage der Linse variabel sowohl gegen Objektiv wie gegen Okular, und damit die Vergrösserung des ganzen Konoskops, bei Anwendung der gleichen Linsen, veränderlich. Auch hier lässt sich für eine bestimmte Stellung der drei Tuben gegeneinander, die an Teilungen abgelesen werden kann, die Vergrösserung ein für allemal bestimmen. E. Bertrand hat seine Linse auch verschiebbar eingerichtet[3]) aber Objektiv und Okular in ihrer Stellung fixiert. Er bezweckt hierdurch bei einer bestimmten Lage der Linse ein Fernrohr (Konoskop) und bei Senkung der Linse ein Mikroskop zu erhalten, er kann also allein durch Verschiebung der Linse Interferenzbild und Gegenstand nacheinander sehen. Ein solches Mikroskop hat

---

1) Ann. Chim. Phys. (3) **12**. 1844. 114. Pogg. Ann. **64**. 1845. 472.
2) Bull. Soc. Min. Fr. **1**. 1878. 27—28.
3) Bull. Soc. Min. Fr. **1**. 1878. 97; **3**. 1880. 98.

aufgerichtete Bilder. Uebrigens lässt sich diese Art der Beobachtung auch durch Hebung des Gesamttubus erreichen, nur sind die Bilder dann sehr schlecht[1]).

C. Klein verwendet zu dem Heraufholen des in der Tiefe des Tubus steckenden Bildes das Okular 1 in seiner gewöhnlichen Stellung am Mikroskop[2]) und betrachtet das über dem Augenglas dieses Okulars in etwa 2 cm Entfernung liegende sekundäre Interferenzbild entweder mit

Fig. 156.

blossem Auge, oder durch einfaches Aufsetzen von Okular 3 auf Okular 1, wodurch man eine $2^1/_2$fache Vergrösserung des primären Interferenzbildes erhält. Man kommt hier also zunächst nicht weiter als nach dem Laspeyresschen Verfahren, nur bedarf man keiner neuen Linsen, weil die Okulare 1 und 3 gewöhnlich allen Mikroskopen beigegeben werden. Eine stärkere Vergrösserung erreicht man durch die in Fig. 156 abgebildete Lupe, die auf Beckes Vorschlag[3]) mit einer Mikrometerskala versehen wurde, um ein Ausmessen der Interferenzbilder (s. § 116) zu ermöglichen, und von ihm Kleinsche Lupe genannt wird.

Oben ist gesagt, dass die Amici-Bertrandsche Linse sich mit dem an seiner gewöhnlichen Stelle befindlichen Okular zu einem Mikroskop verbinde, mit dem man das primäre Interferenzbild vergrössert betrachtet[4]). Wenn dies auch dem Sachverhalt entspricht, so ist es zur Vermeidung von Verwechslung doch besser, das Wort Mikroskop so lange nicht zu gebrauchen, als es sich um die konoskopische Beobachtung handelt; bei dem terrestrischen Fernrohr pflegt man das umkehrende Okular gewöhnlich auch nicht als Mikroskop zu bezeichnen. Die Lasaulxsche Anordnung (Objektiv und Auge) und die Laspeyresschc Anordnung (Objektiv, Lupe und Auge) lässt sich im Strahlengang mit einem astronomischen Fernrohr, die Anordnungen nach Amici-Bertrand (Objektiv, Linse, Okular und Auge) und nach Klein (Objektiv, Okular, Okular und Auge) lassen sich mit einem terrestrischen Fernrohr vergleichen. Die ersteren stellen die Bilder der Gegenstände auf den Kopf, die letzteren zeigen sie in der richtigen Lage. Aber die primären Interferenzbilder haben schon in bezug auf die einfallenden konvergenten Strahlenbündel gleichsam eine Umkehrung erfahren, daher sehen wir bei der v. Lasaulx und Laspeyresschen Methode die Interferenzbilder in der richtigen, bei der Amici-Bertrand und Kleinschen Methode in der

1) s. C. Klein, S. B. A. 1893. 224.

2) Nachr. d. K. Ges. d. Wiss. Gött. 14. 1878. 451. S. B. A. 1893. 222 Anm. 4 und 226.

3) T. M. P. M. 14. 1895. 375.

4) Es ist hier nicht das aufrichtende Bertrandsche Mikroskop, aus Objektiv, verschobener Linse und Okular bestehend, gemeint.

umgekehrten Lage. Die aussergewöhnlich kurze Brennweite der Konoskop-Objektive lässt die ganzen Linsenkombinationen bei veränderter Objektdistanz auch als Vergrösserungsinstrumente benutzen, wobei sie teils wie Lupen, teils wie zusammengesetzte Mikroskope — zuweilen mit dem blossen Auge als Okular — wirken. Die Lage der auf diese Weise zu erhaltenden, wenn auch meist schlechten Bilder, und die Lage der Interferenzbilder ist aus folgender Tabelle zu ersehen[1]).

| Untersuchungsmethode | Lage des mikroskopischen Bildes gegen das Objekt | | | Lage des Interferenzbildes gegen das Objekt |
|---|---|---|---|---|
| | Tubus bei mikroskop. Einstellung | Tubus gehoben | Tubus gesenkt[2]) | |
| Gewöhnliches Mikroskop. . | umgekehrt | — | — | — |
| v. Lasaulx . . . . . | — | umgekehrt | aufrecht | aufrecht |
| Laspeyres (Nörrenberg) | — | umgekehrt | aufrecht | aufrecht |
| Amici-Bertrand . . . . | — | aufrecht | umgekehrt | umgekehrt |
| Klein. . . . . | — | aufrecht | umgekehrt | umgekehrt |
| Schroeder v. d. Kolk[3]) . | — | — | — | aufrecht |

**115. Die Vorzüge in der Anwendung der Mikroskop-Objektive** beim Konoskop bestehen gegenüber den Nörrenbergschen Polarisationsinstrumenten und anderen Apparaten dieser Art darin, dass man die Interferenzfiguren noch an ausserordentlich kleinen und dünnen Blättchen beobachten und mit wenigen Handgriffen aus der Beobachtung im konvergenten Licht zu der im parallelen Licht übergehen kann. Vor allem aber ist man in der Lage genau anzugeben, von welchem Punkt des Dünnschliffs das beobachtete Interferenzbild herrührt. Die Beobachtung ist auch bei kleinen Präparaten unmittelbar, also ohne Abblendung, auszuführen, da wegen des geringen Durchmessers der Frontlinsen der starken Objektive nur sehr kleine Teile der untersuchten Platte Licht in diese Linsen senden können. Werden aber diese Präparate oder diese Stellen im Dünnschliff so klein, dass sie nur einen Teil des Sehfeldes ausfüllen, so erfahren die Interferenzbilder bei exzentrischer Lage des Auges leicht eine Störung. Bei dem v. Lasaulxschen Verfahren wendet man dann am einfachsten ein Diaphragma von etwa 1—2 mm Oeffnung an, welches man auf den oberen Tubusrand legt, oder man schiebt nach F. E. Wright eine Blende an Stelle der Amici-Bertrandschen Linse ein[4]). Bei dem Verfahren nach Amici-Bertrand benutzt man das von Czapski angegebene[5]) Okular mit Irisblende, wie es in Fig. 157 dargestellt ist.

1) Vergl. auch C. Klein, S. B. A. 1893. 227.

2) Falls die Frontlinse des Objektivs eine genügende Senkung, d. h. eine genügende Annäherung des Objekts an die Hauptebenen des Objektivs erlaubt.

3) S. den nächsten §.

4) T. M. P. M 20. 1891. 251.

5) Z. X. 22. 1894. 158—162.

Diese Irisblende *i* liegt in der Bildebene des Ramsdenschen Okulars, in der bei Anwendung des Instrumentes als Mikroskop das Bild des Objekts sich befindet, das durch Einschnürung der Blende von aller Umgebung isoliert werden kann. An der gleichen Stelle liegt, bei Anwendung des Instrumentes als Amici-Bertrandsches Konoskop, das sekundäre Interferenzbild, das nun allein unter dem Einfluss jenes Objekts entsteht. Für ausserordentlich kleine Objekte hat J. L. C. Schroeder v. d. Kolk ein sehr einfaches und hübsches Verfahren angegeben[1]). Er bringt auf das Deckglas des Dünnschliffs oder besser direkt auf das Präparat ein Tröpfchen Glyzerin, das er mit einem Stäbchen schnell umrührt, so dass ganz kleine Luftbläschen darin entstehen. Nach Auflegung eines Deckglases stellt man das Mikroskop auf die Libellen ein und senkt den Tubus noch um ein Kleines, worauf in jeder Libelle ein Interferenzbild erscheint, das dem optischen Verhalten des darunter liegenden Mediums entspricht. Die kleinen Luftblasen stellen konkave Linsen von sehr kurzer Brennweite und grosser Apertur dar und vertreten das Objektiv bei dem Amici-Bertrandschen Verfahren. Das ganze Mikroskop tritt an Stelle des aus Amicischer Linse und Okular bestehenden Hülfsmikroskops. Die Lage der Interferenzbilder ist dennoch nicht die gleiche, wie bei diesem letzteren Verfahren, sondern man sieht diese Interferenzbilder aufrecht in bezug auf das Objekt, weil die kleinen Luftblasen keine Sammel- sondern Zerstreuungslinsen darstellen. Aus diesem Grunde muss man auch von der Fokusierung der Libelle aus den Tubus senken, um die Erscheinung wahrzunehmen.

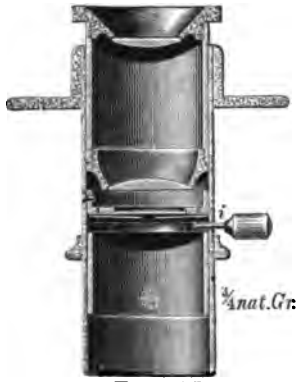


Fig. 157.

Auch bei makroskopischen Präparaten lässt sich unser Mikroskop ausgezeichnet verwenden. Ganz besonders gilt dies in bezug auf die Bestimmungen im parallelen Licht, während für die Beobachtung sehr dicker Präparate im konvergenten Licht, wegen der kleinen Fokalabstände der Objektive und Beleuchtungslinsen, etwas engere Grenzen gezogen sind.

**116. Messung mittelst des Konoskops.** Wie die im Konoskop auftretenden Erscheinungen bei den Krystallen im einzelnen beschaffen sind, wird in §§ 160—170 zu erörtern sein; hier möge nur vorausgeschickt werden, dass die in diesem Instrument zustande kommenden Interferenz- und Axenbilder über die räumliche Verteilung der Lichtbrechung in den Krystallen Aufschluss geben, und dass es sich bei der Ausmessung dieser Bilder auch um räumliche Winkel handelt. Man kann also die Dreh-

1) Zeitschr. f. wiss. Mikroskopie. 8. 1892. 459—461. Bertrand hat die Methode schon gekannt. Bull. Soc. Min. Fr. 8. 1880. 95—96.

apparate, die in den §§ 111 und 112 beschrieben sind, hier verwenden. Bei Gebrauch sehr starker Objektive versagen aber die Drehapparate den Dienst, weil die Frontlinse sich viel zu nahe über dem Präparat befindet und eine Drehung unmöglich macht. — In dem Falle, dass die beiden Punkte, deren Erscheinungen bestimmten räumlichen Richtungen entsprechen, gleichzeitig im Gesichtsfeld liegen, kann man aus dem linearen Abstand den räumlichen Winkel auf Umwegen finden[1]). Jener Abstand lässt sich zunächst durch ein festes Okularmikrometer oder ein bewegliches Okularschraubenmikrometer oder durch Projektion vermittelst einer Camera lucida auf Papier messen[2]). Die genauesten Resultate erhält man wohl, wenn man nach E. Mallards[3]) Vorschlag die Amici-Bertrandsche Linsenkombination anwendet und den Faden eines Okularschraubenmikrometers sukzessive mit den beiden Punkten — etwa mit den Hyperbelscheiteln eines zweiaxigen Interferenzbildes — zur Deckung bringt und die durchlaufene Strecke, die $= 2D$ sein möge, abliest. Vorbedingung für diese Messung ist möglichste Schärfe und Deutlichkeit des Interferenzbildes, d. h. Einstellung des sekundären Interferenzbildes in die Ebene des beweglichen Okularfadens. Eine solche unparallaktische Einstellung, die durch Bewegung der Amici-Bertrandschen Linse erreicht wird, ist für zentrale und peripherische Punkte wegen der gewölbten Form der Bilder nicht gleichzeitig möglich (s. auch § 175). Es sei nun $PP$ ein Präparat (Fig. 158), das bei Durchstrahlung in geneigter Richtung gewisse im Konoskop erkennbare Erscheinungen zeigt, und es soll der Winkel $E$, der für irgend eine dieser Erscheinungen charakteristisch ist, bestimmt werden. Dass die unter dem Winkel $E$ einfallenden Strahlenbündel innerhalb der Platte einen andern Winkel ($V$) mit der Plattennormale bilden, ist eine Erscheinung, die uns hier nicht weiter berührt. $V$ lässt sich aus $E$ berechnen, wenn die Brechungsverhältnisse des Krystalls bekannt sind.

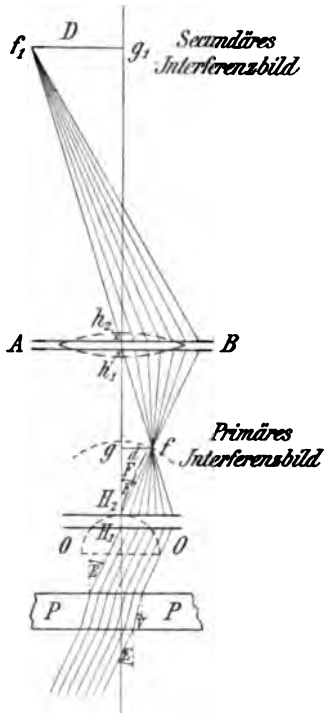


Fig. 158.

Das Objektiv des Konoskops möge hier schematisch durch eine halbkugelige Linse $OO$

1) Nach Bertrand (Bull. Soc. Min. Fr. 8. 1885. 380—383) kann man auch Präparat und Objektiv in fester Lage zu einander behalten und den oberen Teil des Mikroskops mit der Amici-Bertrandschen Linse + Okular zur Neigung nach rechts und links einrichten; es handelt sich offenbar um eine Variante des Adamsschen Verfahrens.

2) S. auch F. Becke, T. M. P. M. 14. 1894. 415—442. 563—565.

3) Bull. Soc. Min. Fr. 5. 1882. 77—87.

angedeutet werden, deren beide Hauptebenen in den durch die Hauptpunkte $H_1$ und $H_2$ gehenden Linien abgebildet seien. Nun ist in § 78 gesagt, dass jeder durch den Hauptpunkt $H_1$ gehende Strahl ungebrochen und nur parallel verschoben durch $H_2$ weiter läuft, also beim Schnitt mit der Brennfläche (hier in $f$) den Bildpunkt für das Bündel, das unter dem Winkel $E$ einfällt, liefert. $f$ ist auch das Bild eines sehr weit entfernten Gegenstandes, der seine Strahlen unter dem Winkel $E$ in das Fernrohr schickt. Aus dem Abstand $gf = d$ lässt sich der Winkel $E$ leicht finden, denn, da hier $H_2 f = F$ die Aequivalentbrennweite des Objektivs vorstellt, so ist

$$\sin E = \frac{d}{F}.$$

Nun messen wir aber nicht die Strecke $d$, sondern ihr durch die Amici-Bertrandsche Linse $AB$ entworfenes Bild $g_1 f_1 = D$, das bei einer bestimmten Linse in konstantem Verhältnis — $D$ sei gleich $m\,d$ — zu $d$ steht. Es ist daher auch

$$\sin E = \frac{D}{m\,F}.$$

Durch Messung der Aequivalentbrennweite des Objektivs findet man $F$ und durch Ermittelung der Stellung der Amicischen Linse und ihrer Brennweite erhält man auch $m$, so dass aus einer in mm gemessenen Strecke $D$ der Winkel $E$ zu berechnen ist. Einfacher und auch sicherer kann man den für eine bestimmte Kombination von Objektiv, Amicischer Linse und Okularteilung — falls diese nicht in mm, sondern in irgend einem beliebigen Masse erfolgte — geltenden Wert von $mF = K$ auf empirischem Wege erhalten. Man misst von einer Platte, die ein deutliches Axenbild (s. § 164) gibt, den Winkelabstand der optischen Axen ($2E$), wobei man Sorge trägt, dass der Austritt der beiden Axen symmetrisch zur Plattennormale erfolgt, und bestimmt alsdann im Konoskop die dem Winkel $2E$ entsprechende Entfernung $2D$. Aus der Gleichung

$$\sin E = \frac{D}{m\,F} \quad \text{oder} \quad \sin E = \frac{D}{K}$$

ist dann die Konstante $K$ zu finden. Ueber die Beckesche Methode der Messung mit Hülfe des Zeichenapparates s. w. u. in § 175.

**117. Axenwinkelapparat.** Die grössten zuweilen unüberwindlichen Schwierigkeiten bereitet bei den bisher beschriebenen Konoskopen die Einstellung der Plattennormale. Bei buchstäblich mikroskopischen Präparaten muss man die Bestimmung unterlassen, bei etwas grösseren Krystallen leistet der in Fig. 159 und 160 abgebildete, von dem Verfasser[1]) konstruierte Axenwinkelapparat einige Dienste. Die mechanische Anordnung ist die gleiche wie bei andern derartigen Instrumenten, nur ist der Limbusträger auf einen Arm links beschränkt, um die Zentrier- und Justierschrauben $C$ und $J$ mit der das Präparat haltenden Zange $Z$ leichter

1) E. A. Wülfing, N. J. B. B. 12. 1898. 405–446.

erreichen zu können. Schraube $h'$ dient zum Senken und Heben des Zentrierkopfes, und $h$ zur Fixierung in einer bestimmten Höhe. $i'$ klemmt den durch die Kappe $K$ geschützten und die Lupe $L$ ablesbaren Limbus, dessen grobe Bewegung am Speichenrad oben und dessen Feinstellung durch die Schrauben $f$ und $g$ erfolgt.

Wesentlich neu — wenn auch nicht im Prinzip, wie der Vergleich mit der Amici-Bertrandschen Methode im allgemeinen und dem Voigt und Hochgesangschen Konoskop (§ 114 S. 211) im besonderen zeigt, — ist die optische Einrichtung des Fernrohrs, das mit seinem Beleuchtungsrohr in Fig. 160 in teilweise aufgeschnittenem Zustand dargestellt ist. Das Objektiv, dessen Fokalebene zwischen den Schrauben $s$ (s. auch Fig. 159) liegt, besteht aus einer einzigen verkitteten, achromatischen und aplanatischen Linse, die sich nur in dem vorne abgeschliffenen Rand von der in Fig. 85 abgebildeten Lupe unterscheidet; es sind also nicht mehrere Linsen hintereinander gesetzt, wie bei allen etwas stärkeren Mikroskopobjek-

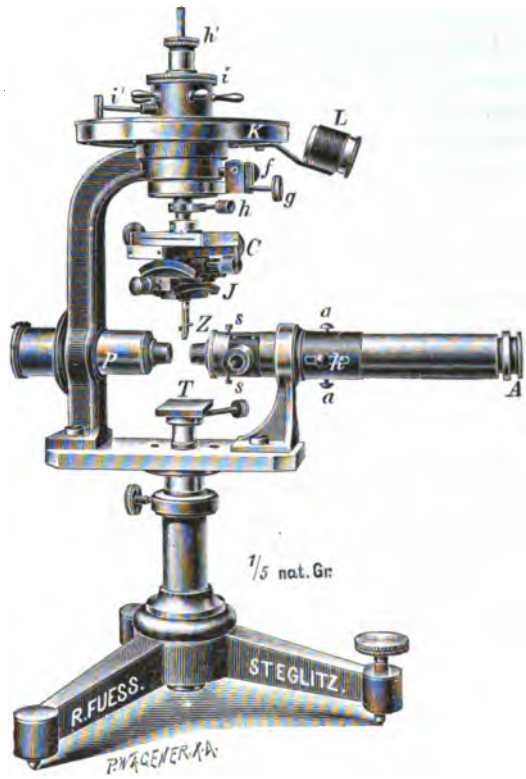


Fig. 159.

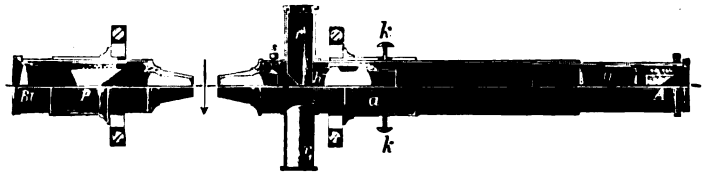


Fig. 160.

tiven oder bei vielen andern Axenwinkelapparaten. Dadurch verliert man, da auch der aplanatische Charakter der Linse einigermassen gewahrt bleiben sollte, erheblich an Gesichtsfeld, gewinnt indessen wieder bedeutend an freiem Objektabstand und kann sich vor allem mit Vorteil der Gaussschen Methode der Autokollimation zur Einstellung der Plattennormale bedienen. Zu diesem Ende ist ein Querrohr $rr_1$ (Fig. 160) angebracht, das auf der einen Seite ein innen schräg abgeschnittenes Röhrchen mit

dem unter 45° geneigten Gaussschen Spiegelglas, auf der andern Seite eine Kappe trägt. Nach Entfernung der Kappe fällt von einer seitlich aufgestellten Lampe Licht auf das Spiegelglas, geht am Fadenkreuz vorbei durch Brennebene und Objektiv und wird bei Normalstellung der Krystallplatte in sich selbst zurückgeworfen, so dass direkt gesehenes und gespiegeltes Fadenkreuz zur Deckung kommen. Rechts vom Gaussschen Spiegel liegt eine dicke, ebenfalls aus verkitteten Gläsern bestehende Linse *h*, die durch die Griffknöpfchen *a* von einem Ende des Rohrs zum andern verschoben werden kann. In der durch Fig. 160 dargestellten Lage entwirft diese Linse von einer in der Ebene *ss* auftretenden Erscheinung ein vierfach vergrössertes Bild in der Ebene der Okularblende, und bei Verschiebung nach der rechten Seite nahe an das Okular *o* wird eine solche Erscheinung viermal verkleinert. Wenn also in dem ersten Fall die Kombination von Objektiv, Hülfslinse und Okular ein etwa zweifach vergrösserndes Fernrohr darstellt, gibt sie im andern Fall ein solches von achtfacher Verkleinerung; und bei mittlerer Lage jener Linse *h*, die auch eine Verschiebung des Okulars notwendig macht, erhält man alle zwischen 2 und $^1/_8$ liegenden Vergrösserungen, so dass man sich auf diese Weise innerhalb weiter Grenzen der Güte eines Interferenzbildes anpassen kann. *k* dient zur Verschiebung des ganzen Tubus gegen den Krystall, *Bl* ist eine Beleuchtungslinse, *P* der Polarisator, *A* der Analysator, *T* ein Tischchen zum Aufsetzen eines planparallelen Gefässes zur Beobachtung der Axenbilder innerhalb einer Flüssigkeit.

Einen Axenwinkelapparat mit zwei Kreisen hat C. Viola beschrieben in Z. X. 28. 1897. 165—168.

## VI. Totalreflektometer.

Ausser den spezifisch mikroskopischen Methoden zur Bestimmung der Lichtbrechung, die in §§ 136—141 besprochen werden, und bei denen man mit dem Polarisationsmikroskop und einigen Hülfsutensilien auskommt, hat sich besonders im letzten Jahrzehnt die Methode der Totalreflexion bedeutend vervollkommnet. Eine ganze Reihe von Konstruktionen sind vorgeschlagen worden, die teils an das Kohlrauschsche Prinzip des Eintauchens in Flüssigkeiten[1]), teils an die Wollastonsche Prismenmethode[2]), die durch Liebisch für makroskopische Krystalle vervollkommnet wurde, anknüpfen, die aber alle übertroffen werden durch jene Apparate, welche die Bertrandsche Halbkugel (§ 118) mit der Methode von Pulfrich-Abbe (§ 119) verbinden.

1) Zuerst von J. Thoulet für das Mikroskop eingerichtet, Bull. Soc. Min. Fr. 6. 1883. 184—191, aber nun überholt. S. ferner A. J. Moses und E. Weinschenk, Z. X. 26. 1896. 150—155. C. Klein, S. B. A. 1898. 5—9.

2) F. Wallerand, Bull. Soc. Min. Fr. 20. 1897. 234—257. 22. 1899. 67—69. 25. 1902. 54—56. C. Klein, S. B. A. 1902. 106—110.

Die theoretische Grundlage für die Ableitung der Brechungsexponenten aus den Winkeln der Totalreflexion, ist bereits in § 34 mitgeteilt worden; über die bei den Messungen zu beobachtenden Einzelheiten, insbesondere bei doppelbrechenden Körpern, ist in § 143 Näheres zu finden.

**118. Bertrandsches Totalreflektometer.** Bertrand benutzte zuerst die später mit so grossem Erfolg verwendete Halbkugel, die er entweder in feste Lage zu einer Skala (s. Fig. 161) bringt[1]) oder, um die Genauigkeit der Ablesung zu erhöhen, mit einem neigbaren Mikroskop[2]) verbindet. Letztere Versuche scheinen zu keinem befriedigenden Resultat geführt zu haben, dagegen ist der kleine Apparat mit fester Skala für orientierende Versuche bei nicht zu kleinen Krystallen gut zu gebrauchen und möge schon wegen des neuen Konstruktionsprinzips hier Platz finden. Er besteht (Fig. 161) aus einem etwa 5 cm langen Metallrohr $R$, in dem zwei andere kurze Rohrstutzen sich verschieben lassen. Das mittlere Röhrchen trägt am inneren Ende eine in $^1/_{10}$ mm geteilte Skala $S$ und kann durch die Schraube $s$ ein für allemal festgeklemmt

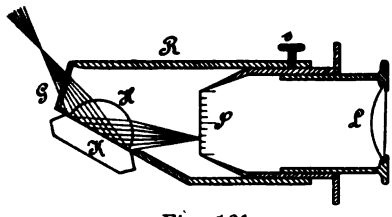



Fig. 161.

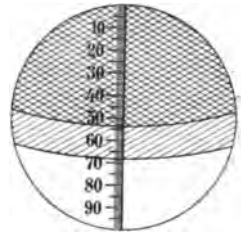



Fig. 162.

werden. Das innerste Röhrchen ist mit einer Lupe $L$ versehen, die für verschiedene Augen eine scharfe Einstellung auf die Skala gestattet. An der linken Seite ist das Hauptrohr unter 30° abgeschrägt und auf der teilweise elliptischen Endfläche mit einer Halbkugel $H$ von sehr stark brechendem Glase in der Weise geschlossen, wie es die Figur zeigt. Der Mittelpunkt der Planfläche dieser Halbkugel soll in der Rohraxe liegen (was in der Figur nicht genau eingehalten ist). Bei $G$ ist eine Mattscheibe eingesetzt. Der zu bestimmende Krystall wird mit einer Flüssigkeit, die ihn an Lichtbrechung übertrifft, auf die Halbkugel geheftet und durch Licht von der Mattscheibe aus beleuchtet. Man sieht alsdann den oberen Teil des Gesichtsfeldes dunkel, den unteren hell, und die Stellung der Grenze ist charakteristisch für das Brechungsvermögen des Krystalls. Die Skala wird durch Mineralien von bekannter Lichtbrechung ausgewertet. Bei doppelbrechenden Krystallen kann eine zweifache Grenze auftreten, wie dies Fig. 162 erkennen lässt; doch zeigen nur stark doppelbrechende Medien

1) Bull. Soc. Min. Fr. **8**. 1885. 382—383 und 426—428.
2) Bull. Soc. Min. Fr. **9**. 1886. 15—21; **10**. 1887. 140—141.

diese Erscheinung, da die Genauigkeit des Apparates im allgemeinen nicht über die zweite Dezimale hinausgeht.

**119.** Zu feineren Totalreflektometern ist die Halbkugel erst von Abbe[1]), als er an das Pulfrichsche Prinzip[2]) anknüpfte, verwendet worden. Im wesentlichen unterscheidet sich die Abbesche Benutzung der Halbkugel von der bei Bertrand üblichen dadurch, dass er die aus diesem Glaskörper konvergent austretenden Strahlen nicht zum Schnitt kommen lässt, um die Lage dieses Brennpunktes durch Lupe oder Mikroskop abzulesen, sondern dass er nahe an die Halbkugel eine plankonkave Linse von gleichem Glas und gleicher Krümmung wie jene legt und dadurch parallele Strahlen erhält, die sich mit einem Fernrohr beobachten lassen.

Um die Verbesserungen für mikroskopische Objekte hat sich besonders C. Klein verdient gemacht, der nach mannigfachen Vorversuchen[3]) und mit Unterstützung von C. Leiss das in Fig. 163 in Totalansicht dargestellte Instrument konstruierte[4]), dessen Fernrohr in Fig. 164 im Durchschnitt abgebildet ist. An diesem Fernrohr ist $c$ die eben erwähnte plankonkave Linse, aus der die Strahlen in das aus Objektiv $Ob$ und Okular $Oc$ bestehende Fernrohr mit der Bildebene bei dem $\times$ treten. Um die Beobachtung zu erleichtern, ist ein total reflektierendes Prisma $P$ angebracht, welches über sich zunächst das durch einen Knopf drehbare Nicol $N$, darüber eine Irisblende $J$ und zuletzt eine Vorschlaglupe $L$ trägt. Diese Lupe bildet mit den übrigen Linsen zusammen ein etwa zehnfach vergrösserndes Mikroskop und erlaubt die Einstellung des etwa in einem Dünnschliff liegenden Mineralblättchens auf die Mitte der Halbkugel oder des Gesichtsfeldes. Die störende Wirkung aller in der Umgebung liegenden Mineralien wird durch Abblendung mittelst der Irisblende aufgehoben. Diese Irisblende ist wohl von S. Czapski zuerst vorgeschlagen und in ihrer Wirkungsweise erklärt worden[5]). Es wird von den Konstrukteuren angegeben, dass man mit dem Mikroskop von oben her und von der Seite unten her, also durch Luft und durch Halbkugel hindurch, die Einstellung bewirken könne. Theoretisch sollte nur das eine oder das andere möglich sein; indessen versicherte mich Herr C. Leiss brieflich, dass die z. T. etwas verwaschenen Bilder zur Beobachtung und Zentrierung der Präparate vollkommen ausreichten. Nach Entfernung der Vorschlaglupe beobachtet man mit einem etwa $1^1/_4$fach vergrössernden Fernrohr die Grenze der Totalreflexion bei streifender oder reflektierter Beleuchtung (s. Fig. 192 und 193).

---

1) S. Czapski, Zeitschr. f. Instr. **9**. 1889. 360. **10**. 1890. 246—255 und 269—275. Hier finden sich wichtige Mitteilungen, die sich auf die durch exzentrische Lage der Halbkugel entstehenden Fehler beziehen; s. auch C. Pulfrich, Z. X. **30**. 1899. 567—586.

2) C. Pulfrich, Das Totalreflektometer etc. Leipzig 1890. 140 S., wo auch ausführlich ältere Literatur zu finden ist.

3) S. B. A. 1898. 325—329; 1902. 113—114.

4) S. B. A. 1902. 653—655; s. auch C. Leiss, Zeitschr. f. Instr. 1902. 331—334.

5) Zeitschr. f. Instr. **13**. 1893. 5; s. auch C. Pulfrich, Z. X. **30**. 1898. 570—571.

Von den in Fig. 163 abgebildeten mechanischen Teilen des Instrumentes dient der Spiegel *S* zur Beleuchtung bei mikroskopischer Beobachtung, der Spiegel *Bl* oder eine an seine Stelle zu setzende Linse zur

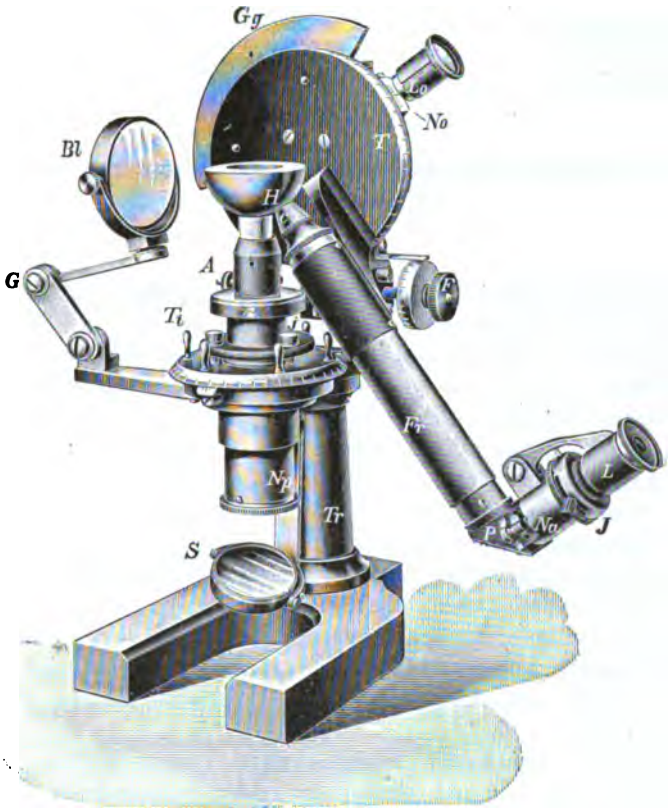



Fig. 163.

Fig. 164.

Beleuchtung bei Einstellung der Grenzlinie. Für die erstere Beleuchtungsart ist das mit einem Nicol versehene Rohr *Np* durchbohrt. Der Teilkreis *T* ist auf halbe Grade geteilt und sein Nonius erlaubt Ablesungen auf halbe Minuten; feinere Dispersionsmessungen werden mit

der Mikrometerschraube $F$ ausgeführt. Die Halbkugel $H$ lässt sich durch die Schrauben $j$ und $z$ justieren und zentrieren. Die Balanzierung erfolgt durch das Gegengewicht $Gg$.

---

## Fünfter Abschnitt.

## Die optischen Erscheinungen und ihre Verwendung zur Mineraldiagnose[1]).

### I. Einleitung.

**120. Interferenz in doppelbrechenden Krystallen.** Viele charakteristische optische Erscheinungen der Krystalle beruhen auf Interferenz der durch Doppelbrechung entstehenden beiden Wellen, wie sie in jedem anisotropen Medium, abgesehen von wenigen Richtungen, auftreten. Diesen Interferenzerscheinungen liegen folgende wichtigen, von Fresnel[2]) und Arago empirisch gefundenen Gesetze zu Grunde.

1. Linear polarisierte Wellen interferieren wie gewöhnliches Licht, wenn sie ausser der gemeinsamen Fortpflanzungsrichtung parallele Polarisationsebenen haben.
2. Linear polarisierte Wellen, deren Polarisationsebenen senkrecht aufeinander stehen, beeinflussen sich gegenseitig in keiner Weise.
3. Da bei jeder Doppelbrechung die beiden Wellen senkrecht aufeinander polarisiert sind, so müssen sie, um interferieren zu können, auf eine gemeinsame Polarisationsebene zurückgeführt werden.
4. Die zur Interferenz zu bringenden beiden Wellen müssen aber auch aus ein und derselben linear polarisierten Welle hervorgehen, da sonst die Schwingungsrichtungen einem fortwährenden, ausserordentlich schnellen Wechsel unterworfen wären, und bei der Zurückführung auf eine gemeinsame Polarisationsebene die in einem Moment entstehende Interferenzwirkung durch die eines andern Momentes aufgehoben würde.

Zusammengefasst lautet also die Grundbedingung für das Zustandekommen von Interferenzerscheinungen bei Krystallen, dass die beiden,

---

1) Der auf dem Gebiete der praktischen Krystalloptik besonders tätig gewesene französische Forscher Des Cloizeaux hat seine Beobachtungen in zahlreichen Arbeiten niedergelegt (s. Verzeichnis in Bull. Soc. Min. Fr. 20. 1897. 278—287). Die bahnbrechendsten Arbeiten finden sich, ausser in seinem bekannten „Manuel", besonders in 3 Publikationen von 1857, 1859 und 1867. In der ersten (Ann. Mines 11. 1857. 261—342) studiert Des Cloizeaux den optischen Charakter der Mineralien, in der zweiten (Ann. Mines 14. 1858. 339—420) entdeckt er die verschiedenen Axendispersionen und in der dritten (L'Institut 18. 1867. 206 S.) ergänzt er die früheren Beobachtungen und dehnt sie auf die bei verschiedenen Temperaturen angestellten aus.

2) Fresnel, Oeuvres complètes. 1. 385.

durch Doppelbrechung entstandenen, linear polarisierten Wellen aus ein und derselben linear polarisierten Welle hervorgegangen sein und auf eine und dieselbe Polarisationsebene zurückgeführt werden müssen.

Man nennt ein jedes Instrument, welches zur Beobachtung der Interferenzerscheinungen doppelbrechender Medien im polarisierten Licht dient, ein Polarisationsinstrument und unterscheidet (abgesehen von der Polarisationslupe)

**Polarisationsmikroskop** (Orthoskop)
und
**Konoskop** (Polarisationsfernrohr),

die bei aller Mannigfaltigkeit der instrumentellen Ausführung zwei Hauptteile besitzen. Der erste Teil hat dafür zu sorgen, dass die auf den Krystall auffallende Welle linear polarisiert ist, er hat also aus gewöhnlichem, sei es Sonnen-, Wolken- oder Lampenlicht, linear polarisiertes Licht herzustellen und heisst daher der Polarisator. Der zweite Teil hat dafür zu sorgen, dass die durch Doppelbrechung entstandenen linear polarisierten Teile der einfallenden linear polarisierten Welle wieder auf eine einzige Polarisationsebene zurückgeführt werden, damit sie zur Interferenz kommen und hierdurch erkennen lassen, welche Veränderungen mit ihnen durch den Krystall vorgegangen sind. Dieser zweite Teil dient also gleichsam zur Untersuchung jener Veränderungen und heisst daher der Analysator.

Diese Beobachtungsmethode erfolgt bei den primitivsten Instrumenten zwischen zwei unter dem Polarisationswinkel gegen die ein- und austretenden Lichtwellen geneigten Glasplatten, bei etwas vollkommeneren Apparaten, die aber zu eigentlichen Untersuchungen ebenfalls keine Anwendung mehr finden, zwischen Turmalinplatten, und bei den besten Einrichtungen zwischen polarisierenden Prismen der mannigfaltigsten Konstruktionen, wie sie in §§ 90—93, der Wichtigkeit des Gegenstandes entsprechend, ausführlich beschrieben wurden. Die Krystallpräparate werden in den meisten Fällen als Dünnschliffe oder in Form etwas dickerer planparalleler Platten der Beobachtung unterworfen; die ganze Anordnung nennt man wohl die Beobachtung „zwischen Nicolschen Prismen".

Die aus dem Polarisator austretende linear polarisierte Welle erfährt in dem Analysator keine Zerlegung, wenn sein Hauptschnitt parallel oder senkrecht zu demjenigen des Polarisators steht. Bei paralleler Stellung durchläuft die Welle den Analysator und gelangt, wenn wir von den Schwächungen durch Absorption und durch partielle Reflexion an den Ein- und Austrittsflächen und der Canadabalsamschicht des Analysators absehen, unverändert ins Auge. Das Gesichtsfeld ist vollkommen hell; man beobachtet bei „parallelen Nicols". Bei senkrechter Lage der beiden Hauptschnitte erfährt die vom Polarisator kommende Welle totale Reflexion an der Balsamschicht, das Gesichtsfeld ist voll-

kommen dunkel; man beobachtet bei „gekreuzten Nicols“. Bei mittlerer Neigung der beiden Hauptschnitte findet eine mittlere Beleuchtung statt, deren Stärke vom Cosinus des Neigungswinkels der beiden Hauptschnitte abhängt.

**121. Paralleles und konvergentes polarisiertes Licht.** Es gibt zwei Methoden, die Interferenzerscheinungen an Krystallen zu beobachten, von denen die eine als Beobachtung im parallelen Licht bezeichnet wird, weil das Licht in der Hauptsache in einer Richtung, also in Form eines Bündels das Präparat durchläuft, während die andere die Beobachtung im konvergenten Licht heisst, weil hier viele Lichtbündel innerhalb eines grösseren Winkelraums, von allen Seiten kommend, konvergierend auf das Blättchen fallen. In dem einen Fall sollen die Interferenzerscheinungen gesehen werden, welche an einem einzigen Strahlenbündel auftreten, im andern Fall sollen alle Interferenzerscheinungen auf einmal überblickt werden, die von einer Fülle von konvergierenden Strahlenbündeln, also von einem Strahlenbüschel, beim Durchlaufen des Krystalls hervorgebracht werden. Nun existiert in der Praxis kein vollkommen paralleles Licht[1]), und tatsächlich arbeiten wir auch bei der Beobachtung im parallelen Licht immer mit mehr oder weniger konvergentem Licht. Bei starken Objektiven, wie bei Hartnack Nr. 7 von etwa 5 mm Aequivalent-Brennweite und etwa 118° Apertur wird das Präparat auch bei der Beobachtung im parallelen Licht — also bei Verwendung des Mikroskopobjektivs als Vergrösserungslinse für das Okularbild — von vielen, unter starker Konvergenz auf das Blättchen fallenden Lichtbündeln durchstrahlt, nur ist die Auswahl aus diesen Bündeln in ihrer Vereinigung zum mikroskopischen Bild eine andere, als bei der Beobachtung im konvergenten Licht. Wie man diese Auswahl ändern und auch bei der Versuchsanordnung für paralleles Licht die Erscheinungen im konvergenten Licht wahrnehmen kann, ist in § 128, S. 240 erläutert.

**122. Lichtschwingungen und Pendelschwingungen.** Für das Verständnis der Interferenzphänomene bei anisotropen Medien ist die Bekanntschaft mit den Gesetzen der Lichtschwingungen erforderlich. Man kann die Lichtschwingungen mit Pendelschwingungen um so eher vergleichen, je kleiner die Ausschläge des Pendels sind, und je mehr die Bewegung seines Schwerpunktes als geradlinig anzusehen ist. Nun lehren die Pendelgesetze, deren Ableitung in den Lehrbüchern der Physik, etwa in Müller-Pouillets bekanntem Lehrbuch, 8. Aufl., Bd. I 1876. 307—310, nachgelesen werden möge, dass ein auf der Linie $AB$ Fig. 165 schwingender Punkt immer die Projektion eines anderen Punktes bildet, der sich mit gleichmässiger Geschwindigkeit auf dem über $AB$ geschlagenen Kreise

1) Fixsternlicht ist allenfalls genau parallel. Aber auch dieses muss theoretisch eine Apertur haben, wenn sie bis jetzt auch noch nicht nachgewiesen und es selbst mit den stärksten Fernrohren noch nicht gelungen ist, die Fixsterne als Scheibchen zu sehen.

bewegt. Mit dieser Hülfskonstruktion kann man leicht ermitteln, an welcher Stelle seiner hin und her pendelnden Bahn sich der Punkt $p_1$ nach Verlauf einer gewissen Zeit befindet, und welche Geschwindigkeit ihm zukommt.

Der auf dem Kreis mit dem Durchmesser $AB$ sich gleichförmig schnell fortbewegende Punkt $P$ macht einen ganzen Umlauf, während $p_1$ sich von $p$ nach $B$, dann rückwärts von $B$ nach $A$ und wieder vorwärts von $A$ nach $p$ bewegt, wobei $p_1$ immer genau rechts oder links von $P$ liegen soll. Wenn $P$ genau links von $p$ steht, so liegt seine Bahn parallel zu $AB$, und der durch seine Projektion dargestellte Punkt $p$ bewegt sich hier am schnellsten. Beim Fortschritt des sich gleichmässig bewegenden Punktes $P$ muss sich $p$ langsamer und langsamer bewegen, bis er im Punkte $B$ zur Ruhe kommt und rückläufig wird u. s. w. Bezeichnet man den Winkel, den die Linie $pP$ mit $pD$ bildet oder die Phase der Schwingung mit $\varrho$, und ist $R$ der Radius des Kreises oder die Amplitude der Schwingung, so folgt aus Fig. 165

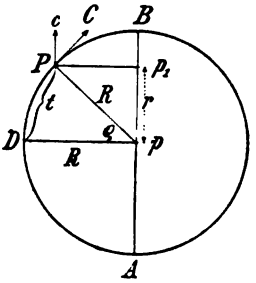


Fig. 165.

$$r = R \sin \rho.$$

Wegen dieser einfachen Beziehung nennt man diese Schwingungen Sinusschwingungen, auch ist die Bezeichnung „einfache harmonische Bewegung“ dafür gebräuchlich.

Ist nun $T$ die Zeit einer ganzen Schwingung, also einer Bewegung des Punktes $p_1$ von $p$ nach $B$, von $B$ nach $A$ und von $A$ nach $p$ oder die Zeit eines ganzen Umlaufs von $P$, und ist ferner $t$ die Zeit, welche der Punkt $P$ gebraucht hat, um von $D$ nach $P$ zu gelangen, so können wir den Winkel $\varrho$ auch durch den Bruch $360^0 \frac{t}{T}$ ausdrücken, so dass wir erhalten:

$$r = R \sin \left(360^0 \frac{t}{T}\right). \qquad (1)$$

Auf diese Weise ist also der zu einer bestimmten Zeit stattfindende Ausschlag des Punktes $p_1$ durch Amplitude ($R$), Schwingungsdauer ($T$) und Zeitverlauf seit dem Beginn der Schwingung ($t$) ausgedrückt. Für die Geschwindigkeit des Punktes $p$ in der Lage $p_1$ ergibt sich ebenfalls aus der Figur eine einfache Beziehung. $C$ sei die Geschwindigkeit des Punktes $P$ auf der Kreisbahn, $c$ die parallel zum Durchmesser $AB$ gezogene Komponente, dann ist

$$c = C \cos \rho = C \cos \left(360^0 \frac{t}{T}\right). \qquad (2)$$

Wir wollen uns nun eine Reihe von Aetherpunkten vorstellen, die sich in der Ruhelage auf einer Geraden $SS$ (Fig. 166) befinden, und bei denen die Bewegung am linken Ende beginnend durch die ganze Reihe fortlaufend alle Punkte nacheinander ergreift. Jeder Punkt möge Sinus-

schwingungen ausführen, die alle in einer Ebene erfolgen sollen, um das Bild einer linear polarisierten Welle zu erhalten. Nehmen wir alsdann eine Strecke $SS$ an, um die sich die Bewegung während einer ganzen Schwingung fortgepflanzt hat, so können wir die Lage der Punkte in einem bestimmten Zeitmoment mit Hülfe der obigen Formel (1) darstellen. Verbinden wir diese Punkte durch eine Kurve $KK$, so erhalten wir eine sog. Sinuskurve, die uns ein Bild von der Bewegung einer linear polarisierten Welle gibt. Diese in Fig. 166 gezeichnete Lage der Punkte auf der Kurve $KK$ sei zu einer bestimmten Zeit $t$ erreicht, wobei wir als Zeit 0 den Moment des Austritts von $p$ aus der Linie $SS$ ansehen wollen. Die Zeit $t$ ist also verstrichen, während der Punkt von $p$ nach $p_1$ wanderte.

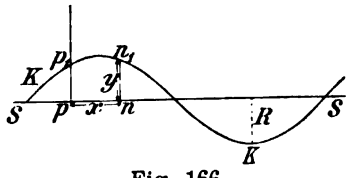


Fig. 166.

Eine für die weiteren Betrachtungen wichtige Frage betrifft die Ermittelung des zur Zeit $t$ erfolgten Ausschlags eines Punktes $n_1$, der zur Zeit $t_1$ — immer von dem obigen Zeitpunkt 0 an gerechnet — seine Ruhelage in $n$ verliess. Die Koordinaten des Punktes $n_1$ seien $x$ und $y$, dann ist

$$x = t_1 v, \qquad (3)$$

wo $v$ die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes ist. Ferner ist nach Formel (1)

$$y = R \sin\left(360^0 \frac{t - t_1}{T}\right). \qquad (4)$$

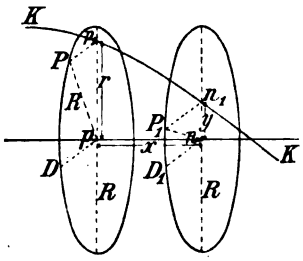


Fig. 167.

Die hier auftauchende Differenz $t - t_1$ erklärt sich dadurch, dass zuerst eine Zeit $t_1$ verstrich, bis das Teilchen $n$ im Punkte $n$ sich in Bewegung setzte, und dass dann während der noch übrig bleibenden Zeit $t - t_1$ der Ausschlag von $n$ bis $n_1$ erfolgte. Fig. 167 mit den senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung perspektivisch eingezeichneten Hülfskreisen möge zur weiteren Erklärung des Vorgangs dienen.

Setzen wir aus (3) den Wert für $t_1$ in (4) ein, so können wir auch schreiben

$$y = R \sin\left[\frac{360^0}{T}\left(t - \frac{x}{v}\right)\right] = R \sin\left[\frac{360^0}{vT}(vt - x)\right]. \qquad (5)$$

$vT$ ist das Produkt aus Fortpflanzungsgeschwindigkeit und Zeitdauer einer Schwingung; das ist aber soviel wie die Fortpflanzung der Bewegung über die Länge einer ganzen Welle von $S$ bis $S$, die man mit $\lambda$ zu bezeichnen pflegt, so dass schliesslich die Gleichung für die Lichtbewegung lautet

$$y = R \sin\left[\frac{360^0}{\lambda}(vt - x)\right]. \qquad (6)$$

**123. Newtonsche Farben.** Die in doppelbrechenden Blättchen im polarisierten Licht durch Interferenz entstehenden Farben gehören in die Kategorie der Farben dünner Blättchen oder der Newtonschen Farben, über deren Entstehung wieder in den Lehrbüchern der Physik[1]) nachgelesen werden möge. Die an farblosen Krystallen beobachteten Interferenzfarben sind in der Tat den reinen Newtonschen Farben meistens in hohem Grade ähnlich, doch darf man sie nicht immer mit ihnen identifizieren. Bei den monoklinen und triklinen Krystallen kann zunächst durch die Dispersion der Bisektrizen (s. §§ 169 und 170) eine Abweichung in den Farbentönen hervorgerufen werden, und bei den übrigen anisotropen Medien ist, wie bei den eben genannten, die Abweichung nur so lange eine geringfügige, als die Dispersion der Doppelbrechung zu vernachlässigen oder $\gamma - \alpha$ für alle Farben als nahezu konstant anzusehen ist. Dass die Interferenzfarben z. B. bei Vesuvian von der Newtonschen Skala stark abweichen, hat C. Hlawatsch[2]) gezeigt; dass die auffallenden Farbentöne bei Melilith auf solche Dispersionen zurückzuführen sind, ist höchst wahrscheinlich. Für viele der verbreitetsten gesteinsbildenden Mineralien kann man indessen sehr näherungsweise sagen, dass ein Blättchen von der Dicke $d$ dieselben Interferenzfarben gibt, wie eine Luftschicht von der Dicke $h$ oder nach der Theorie der Newtonschen Ringe wie eine Wegdifferenz (s. § 125 S. 232) $2h$, wo

$$d = \frac{2h}{\gamma_1 - \alpha_1}.$$

Diese Interferenzfarben gehören zu den charakteristischsten Erscheinungen bei mikroskopischen Untersuchungen und gestatten bei bekannter Dicke direkt einen Schluss auf den Wert $\gamma_1 - \alpha_1$ und bei bekannter Orientierung auch auf die für die Diagnose sehr wichtigen Grössen $\gamma - \alpha$ oder $\gamma - \beta$ oder $\beta - \alpha$ zu ziehen. Aus den Betrachtungen der Bezugsflächen (§§ 49 und 67) sieht man, dass bei gleicher Dicke und gleicher Substanz die optisch einaxigen Körper bei sonst gleichen Bedingungen die höchste Interferenzfarbe geben in Schnitten parallel der optischen Axe, optisch zweiaxige in Schnitten senkrecht zur Axe mittlerer Elastizität. Die Interferenzfarben müssen sinken, je näher das Blättchen senkrecht zu einer optischen Axe geschnitten wurde, und die farbige Interferenz hört ganz auf, wenn das Licht genau parallel einer optischen Axe das Blättchen durchläuft. Je dicker das Präparat eines doppelbrechenden Minerals ist, um so höher steigt die Interferenzfarbe, bis von einer gewissen Dicke ab das Weiss der höheren Ordnung erscheint. Die Dicke, bei welcher dieses Verhalten beginnt, ist bei jedem Mineral eine andere und zwar eine um so geringere, je grösser bei dem Mineral der Wert $\gamma - \alpha$ ist.

Newton hat die Reihenfolge der Interferenzfarben, welche dünne Blättchen mit zunehmender Dicke zeigen, bestimmt und in der nach ihm

---

1) Müller-Pouillet, 9. Aufl. 1897. II. 904.
2) T. M. P. M. 21. 1902. 107—155.

## Newtonsche Farbenskala.

| Dicke der Luftschicht in millionstel Millimetern $h$ | Wegdifferenz[1] in millionstel Millimetern $s_\gamma - s_\alpha = 2h = d(\gamma_1 - \alpha_1)$ | Phasendifferenz[1] für Na Licht $\frac{s_\gamma - s_\alpha}{\lambda} = \frac{2h}{\lambda} = \frac{d(\gamma_1-\alpha_1)}{\lambda}$ | I Interferenzfarbe zwischen gekreuzten Nicols $d(\gamma_1-\alpha_1) = z\lambda$[2] | II. Interferenzfarbe zwischen parallelen Nicols $d(\gamma_1-\alpha_1)=(2z-1)\frac{\lambda}{2}$[2] |
|---|---|---|---|---|
| | | | Erste Ordnung. | |
| 0 | 0 | | Schwarz | Lebhaft Weiss |
| 20 | 40 | $0\lambda$ | Eisengrau | Weiss |
| 48 | 97 | | Lavendelgrau | Gelblichweiss |
| 79 | 158 | $^1/_4\lambda$ | Graublau | Bräunlichweiss |
| 109 | 218 | | Klareres Grau | Braungelb |
| 117 | 234 | | Grünlichweiss | Braun |
| 129 | 259 | | Fast Reinweiss | Hellrot |
| 133 | 267 | | Gelblichweiss | Karminrot |
| 137 | 275 | | Blass Strohgelb | Dunkelrotbraun |
| 140 | 281 | | Strohgelb | Tiefviolett |
| 153 | 306 | $^1/_2\lambda$ | Hellgelb | Indigo |
| 166 | 332 | | Lebhaft Gelb | Blau |
| 215 | 430 | | Braungelb | Graublau |
| 252 | 505 | $^3/_4\lambda$ | Rotorange | Bläulichgrün |
| 268 | 536 | | Rot | Blassgrün |
| 275 | 551 | | Tiefrot | Gelblichgrün |
| | | | Zweite Ordnung. | |
| 282 | 565 | | Purpur | Heller Grün |
| 287 | 575 | | **Violett** | Grünlichgelb |
| 294 | 589 | $\lambda$ | Indigo | Goldgelb |
| 332 | 664 | | Himmelblau | Orange |
| 364 | 728 | | Grünlichblau | Bräunlichorange |
| 374 | 747 | | Grün | Hell Karminrot |
| 413 | 826 | | Heller Grün | Purpurrot |
| 421 | 843 | | Gelblichgrün | Violettpurpur |
| 433 | 866 | | Grünlichgelb | Violett |
| 455 | 910 | $^3/_2\lambda$ | Reingelb | Indigo |
| 474 | 948 | | Orange | Dunkelblau |
| 499 | 998 | | Lebhaft Orangerot | Grünlichblau |
| 550 | 1101 | | Dunkelviolettrot | Grün |
| | | | Dritte Ordnung. | |
| 564 | 1128 | | Hellbläulich | Gelblichgrün |
| 575 | 1151 | $2\lambda$ | Indigo [Violett | Unreingelb |
| 629 | 1258 | | Grünlichblau | Fleischfarbe |
| 667 | 1334 | | Meergrün | Braunrot |
| 688 | 1376 | | Glänzendgrün | Violett |
| 713 | 1426 | $^5/_2\lambda$ | Grünlichgelb | Graublau |
| 747 | 1495 | | Fleischfarbe | Meergrün |
| 767 | 1534 | | Karminrot | Grün |
| 810 | 1621 | | Mattpurpur | Mattmeergrün |
| 826 | 1652 | | Violettgrau | Gelblichgrün |
| | | | Vierte Ordnung. | |
| 841 | 1682 | | Graublau | Grünlichgelb |
| 855 | 1711 | | Mattmeergrün | Gelblichgrau |
| 872 | 1744 | $3\lambda$ | Bläulichgrün | Lila |
| 905 | 1811 | | Hellgrün | Karmin |
| 963 | 1927 | | Hellgrünlichgrau | Graurot |
| 1003 | 2007 | | Weisslichgrau | Blaugrau |
| 1024 | 2048 | | Fleischrot | Grün |

1) s. § 125 S. 232. 2) s. § 127 S. 238—239.

benannten Farbenskala zusammengestellt. Man sieht aus der, G. Quinckes[1]) Arbeit entnommenen, Tabelle auf nebenstehender Seite, dass gewisse Farbentöne periodisch wiederkehren, was zur Einteilung in Ordnungen geführt hat. Als eine „Ordnung" bezeichnet man die Farben, welche etwa zwischen zwei analogen Farbentönen liegen. Taf. III gibt die Newtonschen Farben der drei ersten Ordnungen zwischen gekreuzten Nicols in Irisdruck wieder. Die erste Ordnung erstreckt sich bis zu dem physiologisch so wirksamen Farbenumschlag von Rot nach Blau, wobei man Rot noch zur ersten Ordnung, die Uebergangsfarbe Purpur bereits zur zweiten Ordnung rechnet[2]). Auch die Grenze der zweiten Ordnung liegt auf einem solchen Uebergangsgebiet von Rot nach Blau, doch rechnet man hier noch das dem Purpur etwas verwandte Dunkelviolettrot zur zweiten Ordnung und beginnt die dritte Ordnung erst mit dem Hellbläulichviolett. Bei den höheren Ordnungen liegen die Grenzen noch mehr verschoben und streng genommen teilt man auch die Ordnungen nicht nach den analogen Farbentönen, sondern nach der Wegdifferenz ein. Da nun einmal die erste Ordnung mit einer Wegdifferenz von 0,000551 mm aufhört, so legt man die Grenze der zweiten und dritten Ordnung bei zweimal 0,000551 mm u. s. w. Mit den höheren Ordnungen werden die Farben immer blasser und verwaschener und von der siebenten bis achten Ordnung an vermag unser Auge keine Farbenunterschiede mehr wahrzunehmen. Das am Ende der ersten Ordnung in Kolonne I stehende Tiefrot nennt man das „Rot der ersten Ordnung", welches einer Wegdifferenz von 0,000551 mm entspricht; das Rot der zweiten Ordnung liegt bei etwa $2\,h = 0{,}0001101$ mm. Die genaue Kenntnis dieser Farbenskala erleichtert in hohem Grade die Schätzung der einem bestimmten Mineral eigenen Grösse der Doppelbrechung und ist bei Bestimmung des optischen Charakters eines planparallelen Mineraldurchschnitts unbedingt erforderlich.

Die Komplementärfarben, die in den Kolonnen I und II auf S. 228 immer nebeneinander stehen, lassen sich im Polarisationsmikroskop bei schwacher Vergrösserung nebeneinander, wie auch in ihrer Ergänzung zu Weiss durch einen einfachen Versuch leicht beobachten. Man entfernt den Polarisator, schiebt nur den Analysator ein und legt auf den Tisch ein Spaltungsstück von Kalkspat von 5 bis 10 mm Dicke über ein etwa in Staniol gefertigtes Loch von $^1/_2$ bis 1 mm Durchmesser. Dreht man dann den Kalkspat, bis eines der beiden durch Doppelbrechung entstandenen Bilder ausgelöscht ist und schiebt nun einen Gypskeil (s. § 157) in der 45° Stellung ein, so erscheint jenes Bild, dessen Wellen senkrecht zur Schwingungsebene des Analysators schwingen, in den Farben der Kolonne I, das andere Bild in den Farben der Kolonne II. An der Stelle, wo die beiden Bilder sich teilweise decken, findet die Ergänzung zu Weiss statt.

---

1) Pogg. Ann. 129. 1866. 177.

2) Michel-Lévy legt die Grenze zwischen Purpur und Violett, rechnet also Purpur noch zur 1. Ordnung.

In der Reihenfolge der Farben unter I sieht man in der Nachbarschaft des fettgedruckten **Violett** (mit $2\ h = 0.000575$ mm) einen auffallend schnellen Wechsel des Farbentons, indem eine Verminderung der Wegdifferenz um 0.000024 mm die Farbe in Tiefrot, eine Vermehrung um 0.000014 mm dieselbe in Indigo umschlagen lässt. Es ist dieses Violett die empfindlichste Farbe (teinte sensible) der ganzen Skala, die auch Uebergangsfarbe (teinte de passage) genannt wird.

---

## II. Die Erscheinungen im parallelen polarisierten Licht.

**124. Isotrope Blättchen im parallelen polarisierten Licht.** Wenn man in den Gang des linear polarisierten Lichtes zwischen Polarisator und Analysator ein Blättchen aus einem isotropen (amorphen oder regulär krystallisierenden) Mineral einschaltet, so erfährt die Lichtwelle wegen der allseitigen Gleichheit der Aetherelastizität keinerlei Aenderung ihrer Schwingungsebene, welches auch immer die Richtung sei, in der das Blättchen geschnitten wurde, und welches auch die Stellung sei, die man dem Blättchen zwischen Polarisator und Analysator gibt. Ist das Mineral also farblos, so beeinflusst es, abgesehen von der geringen Absorption, die ja ein Lichtstrahl in jedem Medium erfährt, weder die Farbe noch die Lichthelle des Gesichtsfeldes; ist es gefärbt oder farbig, so zeigt nunmehr das Gesichtsfeld die Farbe des Blättchens. Diese Farbe aber ändert sich in keiner Weise mit der Stellung, die man dem Blättchen gegen die Nicolhauptschnitte gibt. Auch die Richtung der Welle wird keine Aenderungen erfahren, wenn das Blättchen planparallel ist, und die Blattfläche senkrecht zur Richtung der Welle steht. Wird das Blättchen mittelst irgend eines Drehapparates geneigt, so wird die Welle im Blättchen von ihrem Wege abgelenkt werden, nach dem Austritt aus dem Blättchen jedoch ihren Weg parallel mit ihrer Einfallsrichtung fortsetzen. Diese Parallelverschiebung ist um so deutlicher zu beobachten, je grösser die Neigung und die Dicke des Blättchens ist. Sind die Nicols gekreuzt, so wird die hierdurch bedingte Dunkelheit des Gesichtsfeldes durch die Einschaltung des isotropen Blättchens in keiner Weise gestört. Diese Eigenschaft, in jeder Stellung zwischen gekreuzten Nicols, auch bei einer Drehung in seiner eigenen oder einer beliebigen anderen Ebene, dunkel zu bleiben, ist das wichtigste Kennzeichen eines isotropen Blättchens gegenüber einem anisotropen.

**125. Anisotrope Blättchen im parallelen polarisierten Licht.** Schiebt man ein durchsichtiges Blättchen eines doppelbrechenden Minerals, welches nicht senkrecht zu einer optischen Axe geschnitten wurde, zwischen Polarisator und Analysator, deren Hauptschnitte einen beliebigen

Winkel miteinander bilden, ein, so treten im weissen Licht Phänomene der chromatischen Interferenz auf. Wir gehen von dem einfachsten Falle aus, indem wir annehmen, dass das Blättchen allenthalben gleiche Dicke habe, dass die Strahlen senkrecht auf dasselbe auffallen und also an allen Stellen gleiche Dicken durchlaufen, dass homogenes Licht angewendet werde, und dass die Hauptschnitte von Polarisator und Analysator einen Winkel $> 0^0 < 90^0$ miteinander bilden. (In der schematischen Figur 168a sind Polarisator $P$ und Analysator $A$ zufällig in der Kreuzstellung gezeichnet). Bei diesen Annahmen durchläuft das vom Polarisator $P$ kommende Licht das Blättchen in Form von zwei Wellen $W_\alpha$ und $W_\gamma$, deren Normalen in der gleichen Richtung $uo$ mit zueinander senkrecht liegenden Schwingungsebenen und mit verschiedener Geschwindigkeit sich fortpflanzen. Diesen verschiedenen Geschwindigkeiten oder dem Mass der Doppelbrechung entsprechend, eilt nach der Durchlaufung des Blättchens die eine Welle der andern um eine ganz bestimmte Anzahl von Wellenlängen oder Bruchteilen einer Wellenlänge — je nach der Dicke des Präparats — voraus; wir erhalten also eine Phasenverschiebung, deren Grösse zu ermitteln sein wird. Im Punkt $o$ verlassen beide Wellennormalen das Blättchen unter dem gleichen Winkel, unter dem sie eingetreten sind, d. h. hier in der Richtung der Senkrechten, und laufen nun mit der einmal erhaltenen Phasendifferenz auf ihrem Wege durch Luft weiter, bis ihnen die Möglichkeit zu interferieren gegeben wird, bis sie also im Analysator $A$ auf eine gemeinsame Polarisationsebene zurückgeführt werden.

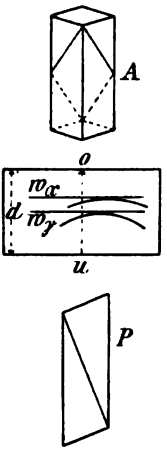


Fig. 168a.

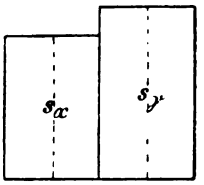


Fig. 168b.

Um einen Ausdruck für die Phasendifferenz zu erhalten, wollen wir die Brechungsexponenten der beiden zu $W_\alpha$ und $W_\gamma$ gehörenden Wellennormalen mit $\alpha_1$ und $\gamma_1$ und ihre Geschwindigkeiten mit $a_1$ und $c_1$ bezeichnen. Der Index 1 möge andeuten, dass wir es im allgemeinen nicht mit den Hauptbrechungsexponenten $\alpha$ und $\gamma$ (oder $\varepsilon$ und $\omega$) und den Hauptlichtgeschwindigkeiten $a$ und $c$ zu tun haben. Sind dann $t_\alpha$ und $t_\gamma$[1]) die Zeiten, in denen die beiden Wellen $W_\alpha$ und $W_\gamma$ das Blättchen von der Dicke $d$ durchlaufen, so ist

$$d = t_\alpha a_1 = t_\gamma c_1.$$

Während dieser Zeiten $t_\alpha$ und $t_\gamma$ würden die beiden Wellen in Luft die Strecken $s_\alpha$ und $s_\gamma$ zurücklegen (Fig. 168b), wobei für die lang-

1) Unter diesen Bezeichnungen $t_\alpha$ und $t_\gamma$, wie auch unter $W_\alpha$ und $W_\gamma$ und $s_\alpha$ und $s_\gamma$ mögen ebenfalls im allgemeinen keine extremen Werte verstanden werden; der Index 1 wurde hier nur wegen der besseren Uebersichtlichkeit fortgelassen.

samere Welle $W_\gamma$ die grössere Strecke $s_\gamma$ resultiert, weil diese Welle mehr Zeit zum Durchlaufen des Blättchens gebraucht. Nennen wir u die Lichtgeschwindigkeit in Luft, so ist auch

$$s_\alpha = u\,t_\alpha; \quad s_\gamma = u\,t_\gamma;$$

$$s_\gamma - s_\alpha = u(t_\gamma - t_\alpha) = d\left(\frac{u}{c_1} - \frac{u}{a_1}\right) = d(\gamma_1 - \alpha_1).$$

Es ist nun

$$\textbf{Gangunterschied} = \textbf{Wegdifferenz} = s_\gamma - s_\alpha = d(\gamma_1 - \alpha_1)$$

eine nach Millimetern gemessene Strecke, und

$$\textbf{Phasendifferenz} = \frac{s_\gamma - s_\alpha}{\lambda} = \frac{d}{\lambda}(\gamma_1 - \alpha_1)$$

eine nach Wellenlängen $\lambda$ gemessene Strecke.

**126. Intensität der aus Interferenz hervorgehenden Welle.** Mit der eben berechneten Phasendifferenz treffen die beiden senkrecht zu einander polarisierten und auch senkrecht zu einander schwingenden Wellen auf den Analysator; und es frägt sich nun, wie gross die Intensität der vom Polarisator ausgehenden Lichtwelle nach dem Durchlaufen des Analysators ist.

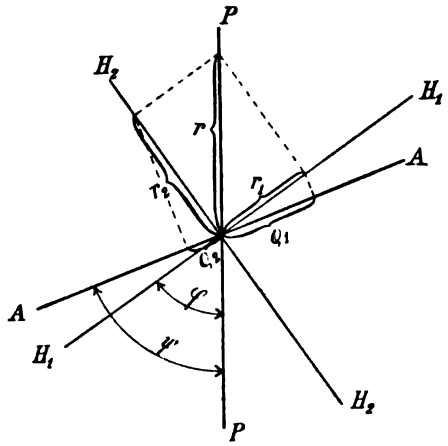


Fig. 169.

Die Schwingungsebene $PP$ (Fig. 169) des vom Polarisator gelieferten Lichtes möge mit keiner der beiden Schwingungsebenen des Krystalls ($H_1H_1$ und $H_2H_2$) zusammenfallen, sondern mit $H_1H_1$ den Winkel $\varphi$, mit der Schwingungsebene des Analysators $AA$ den Winkel $\psi$ einschliessen. Die Amplitude des vom Polarisator ausgehenden Lichtes sei $R$, seine Schwingungsdauer $T$, und der Moment des Eintritts werde mit $t$ bezeichnet, dann stellt sich nach dem Schwingungsgesetz [Gleichung (1) S. 225] der Ausschlag $r$ des eintretenden Lichtes folgendermassen dar:

$$r = R \sin\left(360^0 \frac{t}{T}\right),$$

wobei wir immer die Annahme machen, dass keine Schwächung durch Reflexion an den verschiedenen Flächen oder durch Absorption innerhalb der verschiedenen Medien eintrete.

Dieser Ausschlag zerlegt sich nun in dem Krystall nach den beiden parallel $H_1H_1$ und $H_2H_2$ verlaufenden Komponenten $r_1$ und $r_2$, so dass nach Fig. 169

$$r_1 = r\cos\varphi = R\cos\varphi \sin 360^0 \frac{t}{T}$$

$$r_2 = r\sin\varphi = R\sin\varphi \sin 360^0 \frac{t}{T}.$$

Von jetzt ab läuft jede Schwingung gänzlich unabhängig von der anderen mit der ihr eigentümlichen Geschwindigkeit weiter, so dass an der oberen Fläche der Krystallplatte beide Bewegungen zu verschiedenen Zeiten eintreffen. An der unteren Fläche des Blättchens war ein Schwingungszustand vorhanden, welcher der Zeit $t$ entsprach und die Amplituden $r_1$ und $r_2$ besass, an der oberen Fläche mögen die Amplituden $r_1'$ und $r_2'$ sein, die von den zum Durchlaufen des Blättchens notwendigen Zeiten $t_\alpha$ und $t_\gamma$ abhängen und sich nach dem Schwingungsgesetz [Gleichung (4) S. 226] folgendermassen darstellen:

$$r_1' = R \cos\varphi \sin 360^0 \frac{t - t_\alpha}{T}$$

$$r_1' = R \sin\varphi \sin 360^0 \frac{t - t_\gamma}{T}.$$

Setzt man wie oben $s_\alpha = n\,t_\alpha$; $\lambda = n\,T$; also $\frac{t_\alpha}{T} = \frac{s_\alpha}{\lambda}$; und analog $\frac{t_\gamma}{T} = \frac{s_\gamma}{\lambda}$, so folgt:

$$r_1' = R \cos\varphi \sin 360^0 \left(\frac{t}{T} - \frac{s_\alpha}{\lambda}\right)$$

$$r_2' = R \sin\varphi \sin 360^0 \left(\frac{t}{T} - \frac{s_\gamma}{\lambda}\right).$$

Die schliesslich auf die Schwingungsebene des Analysators reduzierten Komponenten $\varrho_1$ und $\varrho_2$ hängen ab vom Winkel $\psi - \varphi$. In Fig. 169 sind $\varrho_1$ und $\varrho_2$ und die Verhältnisse beim Austritt aus dem Blättchen so gezeichnet, als wenn keine Wegdifferenz der beiden Wellen oder eine solche um ganze Wellenlängen $\lambda$, $2\lambda$, $3\lambda$ u. s. w. stattgefunden hätte. In solchen Spezialfällen liegen $r_1'$ und $r_2'$ beim Austritt wie $r_1$ und $r_2$ beim Eintritt des Lichtes. Allgemein ist:

$$\rho_1 = r_1' \cos(\psi - \varphi)$$
$$\rho_2 = r_2' \sin(\psi - \varphi).$$

(Eine vereinfachte Ableitung für $\psi = 90^0$ s. § 127 S. 235—236.)

Die Grösse dieser beiden Ausschläge und ihre Richtung ist bestimmend für die Lichtbewegung, welche den Analysator durchläuft. Die durch Interferenz entstehende Resultante bestimmt den Ausschlag $i$, welcher ist:

$$i = \rho_1 - \rho_2 = r_1' \cos(\psi - \varphi) - r_2' \sin(\psi - \varphi). \qquad (1)$$

Setzt man für $r_1'$ und $r_2'$ die obigen Werte ein und an Stelle des Sinus der Differenz $\left(\frac{t}{T} - \frac{s_\alpha}{\lambda}\right)$ die Sinus der einzelnen Glieder, so erhält man

$$i = R\Big[\cos(\psi - \varphi)\cos\varphi \left(\sin 360^0 \frac{t}{T} \cos 360^0 \frac{s_\alpha}{\lambda} - \cos 360^0 \frac{t}{T} \sin 360^0 \frac{s_\alpha}{\lambda}\right) \qquad (1)$$
$$- \sin(\psi - \varphi)\sin\varphi \left(\sin 360^0 \frac{t}{T} \cos 360^0 \frac{s_\gamma}{\lambda} - \cos 360^0 \frac{t}{T} \sin 360^0 \frac{s_\gamma}{\lambda}\right)\Big]$$

oder auch

$$i = R\Big[\sin 360^0 \frac{t}{T}\Big(\cos(\psi-\varphi)\cos\varphi\cos 360^0\frac{s_\alpha}{\lambda} - \sin(\psi-\varphi)\sin\varphi\cos 360^0\frac{s_\gamma}{\lambda}\Big) \quad (2)$$
$$- \cos 360^0 \frac{t}{T}\Big(\cos(\psi-\varphi)\cos\varphi\sin 360^0\frac{s_\alpha}{\lambda} - \sin(\psi-\varphi)\sin\varphi\sin 360^0\frac{s_\gamma}{\lambda}\Big)\Big].$$

Dieser zur Zeit $t$ erfolgende Ausschlag braucht nicht der grösste zu sein, also nicht dem maximalen Ausschlag oder der eigentlichen Amplitude zu entsprechen. Gerade aber diese Amplitude hat für uns das grösste Interesse, denn ihr Quadrat ist, wie wir § 26 (S. 54) sahen, der Intensität des Lichtes proportional. Dieser grösste Ausschlag sei $J$ und finde zu einer uns übrigens unbekannten Zeit $\tau$ statt, dann ist auch nach dem Schwingungsgesetz

$$i = J \sin 360^0 \frac{t-\tau}{T}$$

oder, wenn wir der Zeit $\tau$ entsprechend, einen Weg $\sigma$ einführen, auch

$$i = J \sin 360^0 \Big(\frac{t}{T} - \frac{\sigma}{\lambda}\Big)$$

oder, wenn wir auch hier den Sinus der Differenz auflösen,

$$i = J\Big[\sin 360^0 \frac{t}{T}\Big(\cos 360^0 \frac{\sigma}{\lambda}\Big) \quad (3)$$
$$- \cos 360^0 \frac{t}{T}\Big(\sin 360^0 \frac{\sigma}{\lambda}\Big)\Big].$$

Diese Gleichung (3) ist zum besseren Vergleich möglichst ähnlich der obigen Gleichung (2) geschrieben. In beiden Gleichungen stehen links dieselben Grössen, also müssen auch die rechten Seiten einander gleich sein. Da nun in beiden Ausdrücken immer die gleichen Werte für $i$ sich ergeben, welche Werte auch $t$ annehmen mag, so müssen die Faktoren von $\sin 360^0 \frac{t}{T}$ und $\cos 360^0 \frac{t}{T}$ einander gleich sein. Zur Vereinfachung möge vorübergehend $360^0 \frac{s_\alpha}{\lambda} = A$ und $360^0 \frac{s_\gamma}{\lambda} = B$ gesetzt werden, dann ist:

$$J\cos 360^0 \frac{\sigma}{\lambda} = R(\cos(\psi-\varphi)\cos\varphi\cos A - \sin(\psi-\varphi)\sin\varphi\cos B)$$

$$J\sin 360^0 \frac{\sigma}{\lambda} = R(\cos(\psi-\varphi)\cos\varphi\sin A - \sin(\psi-\varphi)\sin\varphi\sin B).$$

Die unbekannte Grösse $\sigma$ lässt sich beseitigen, wenn man beide Gleichungen quadriert und addiert und ferner berücksichtigt, dass die Summe der Quadrate des Sinus und Cosinus gleich der Einheit ist. Man erhält alsdann für das Quadrat der Amplitude und also auch für die Intensität der nach der Interferenz übrig bleibenden Welle folgenden Ausdruck:

Intensität $= J^2 =$

$R^2[\cos^2(\psi-\varphi)\cos^2\varphi\cos^2 A + \sin^2(\psi-\varphi)\sin^2\varphi\cos^2 B - 2\cos(\psi-\varphi)\cos\varphi\sin(\psi-\varphi)\sin\varphi\cos A\cos B$
$+ \cos^2(\psi-\varphi)\cos^2\varphi\sin^2 A + \sin^2(\psi-\varphi)\sin^2\varphi\sin^2 B - 2\cos(\psi-\varphi)\cos\varphi\sin(\psi-\varphi)\sin\varphi\sin A\sin B],$

der sich nach abermaliger Anwendung des eben genannten Hülfssatzes vom Quadrat des Sinus und Cosinus und nach Zusammenfassung der Winkel $A$ und $B$ folgendermassen darstellt:

$$J^2 = R^2[\cos^2(\psi-\varphi)\cos^2\varphi + \sin^2(\psi-\varphi)\sin^2\varphi - 2\cos(\psi-\varphi)\cos\varphi\sin(\psi-\varphi)\sin\varphi\cos(A-B)].$$

Bedenkt man ferner, dass $\cos(A-B) = 1-2\sin^2\frac{A-B}{2}$ und $2\sin\varphi\cos\varphi = \sin 2\varphi$ ist, so folgt

$$J^2 = R^2\left\{[\cos(\psi-\varphi)\cos\varphi - \sin(\psi-\varphi)\sin\varphi]^2 + \sin 2\varphi \sin 2(\psi-\varphi)\sin^2\frac{A-B}{2}\right\}.$$

Fasst man dann noch die zum Quadrat erhobene eckige Klammer nach dem Schema $\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta = \cos(\alpha+\beta)$ zusammen und setzt die Werte für $A$ und $B$ ein, so erhält man

$$J^2 = R^2\left[\cos^2\psi + \sin 2\varphi \sin 2(\psi-\varphi)\sin^2\left(180^0\frac{s_\gamma - s_\alpha}{\lambda}\right)\right]$$

und, wenn nach § 125 an Stelle der Wegdifferenz $s_\gamma - s_\alpha$ die Dicke des Blättchens und die Brechungsexponenten eingesetzt werden, als Schlussformel:

$$\text{Intensität} = J^2 = R^2\left[\cos^2\psi + \sin 2\varphi \sin 2(\psi-\varphi)\sin^2\left(180^0\frac{d(\gamma_1-\alpha_1)}{\lambda}\right)\right]. \quad (4)$$

Diese von Fresnel in einer seiner berühmten Arbeiten über Doppelbrechung 1821 zuerst entwickelte Formel[1]) ist von fundamentaler Bedeutung für die Erklärung aller Interferenzerscheinungen, die an doppelbrechenden Blättchen im parallelen Licht zwischen Nicolschen Prismen beobachtet werden, so lange die Doppelbrechung nicht mit Zirkularpolarisation verbunden ist.

**127. Diskussion der Fresnelschen Formel.** Der Ausdruck (4) für $J^2$ lässt erkennen, dass im allgemeinen Fall die Intensität der aus dem Analysator austretenden Interferenzwelle sich aus zwei Teilen zusammensetzt, deren erster $\cos^2\psi$ unabhängig ist von der Wellenlänge und nur mit der Neigung der Hauptschnitte des Polarisators und Analysators variiert. Bei dem in der Praxis fast ausschliesslich benutzten Spezialfall der gekreuzten Stellung von Polarisator und Analysator wird $\psi = 90^0$, also $\cos^2\psi = 0$, und die Endgleichung für $J^2$ geht über in

$$\text{Intensität} = J^2 = R^2\sin^2 2\varphi \sin^2\left[180^0\frac{d(\gamma_1-\alpha_1)}{\lambda}\right]. \quad (5)$$

Dieser Wert für $J^2$ lässt sich auch direkt und einfacher als (4) ableiten. Die Gleichung (1) des vorigen § wird nämlich für $\psi = 90^0$

$$i = r_1' \sin\varphi - r_2' \cos\varphi$$

oder

$$i = R\sin\varphi\cos\varphi\left[\sin 360^0\left(\frac{t}{T} - \frac{s_\alpha}{\lambda}\right) - \sin 360^0\left(\frac{t}{T} - \frac{s_\gamma}{\lambda}\right)\right].$$

---

1) Oeuvres complètes 1. 615.

Setzen wir zur vorübergehenden Vereinfachung

$$360^0 \frac{s_\alpha}{\lambda} = A; \quad 360^0 \frac{s_\gamma}{\lambda} = B; \quad 360^0 \frac{t}{T} = C$$

so ist

$$i = R \sin\varphi \cos\varphi [\sin C \cos A - \cos C \sin A - \sin C \cos B + \cos C \sin B]$$

$$i = R \sin\varphi \cos\varphi [\sin C (\cos A - \cos B) - \cos C (\sin A - \sin B)]. \quad (6)$$

Obige Gleichung (3) hat hier die Form

$$i = J \left[\sin C \left(\cos 360^0 \frac{\sigma}{\lambda}\right) - \cos C \left(\sin 360^0 \frac{\sigma}{\lambda}\right)\right]. \quad (7)$$

Wiederholt man nun die bei (2) und (3) oben angestellte Ueberlegung bei Gleichung (6) und (7) so kommt man zu

$$J \cos 360^0 \frac{\sigma}{\lambda} = R \sin\varphi \cos\varphi (\cos A - \cos B)$$

$$J \sin 360^0 \frac{\sigma}{\lambda} = R \sin\varphi \cos\varphi (\sin A - \sin B);$$

woraus

$$\begin{aligned} J^2 &= R^2 \sin^2\varphi \cos^2\varphi (\cos^2 A + \cos^2 B - 2 \cos A \cos B \\ &\qquad \sin^2 A + \sin^2 B - 2 \sin A . \sin B) \\ &= R^2 \sin^2\varphi \cos^2\varphi [\ 1 \ + \ 1 \ - 2 \cos (A - B)] \\ &= R^2 2 \sin^2\varphi \cos^2\varphi [1 - \cos (A - B)] \\ &= R^2 2 \sin^2\varphi \cos^2\varphi 2 \sin^2 \frac{A - B}{2} \\ &= R^2 \sin^2 2\varphi \sin^2 \left(180^0 \frac{s_\gamma - s_\alpha}{\lambda}\right) \end{aligned}$$

und schliesslich die obige Gleichung (5) erhalten wird.

Die Intensität, welche ein doppelbrechendes, nicht senkrecht zu einer optischen Axe geschnittenes Blättchen zwischen gekreuzten Nicols ($\psi = 90^0$) zeigt, ist also in erster Linie abhängig von den Grössen $\sin^2 2\varphi$, d. h. von der Neigung des optischen Hauptschnittes des Blättchens gegen die Hauptschnitte des Polarisators und des Analysators. Der Wert für $J^2$ erlangt ein Minimum, er wird $= 0$, wenn $\sin^2 2\varphi = 0$, d. h. jedesmal, wenn der optische Hauptschnitt des Blättchens mit dem Hauptschnitte des Polarisators ($\varphi = 0$) oder demjenigen des Analysators ($\varphi = 90^0$) zusammenfällt. Bei einer Drehung des Blättchens in seiner Ebene um $360^0$, also bei einer vollen Drehung des Mikroskoptisches, tritt dieser Fall vier Mal ein, und daher lautet die Regel, dass doppelbrechende Blättchen bei einer vollen Umdrehung zwischen gekreuzten Nicols viermal dunkel werden, wobei die Dunkelstellungen um je $90^0$ auseinanderliegen.

Ein Maximum von Helle muss eintreten ($J^2 = \text{max.}$), wenn $\sin^2 2\varphi = 1$, d. h. wenn der Hauptschnitt des Blättchens um $45^0$ gegen die Hauptschnitte des Polarisators und Analysators geneigt ist. Bringt man also in homogenem Licht das doppelbrechende Blättchen in die Dunkelstellung, so wird bei Drehung desselben eine mit der Drehung wachsende Aufhellung eintreten, bis der Drehungswinkel $45^0$ ist; bei weiterer Drehung nimmt

die Aufhellung wieder ab und ist = 0, sobald der Drehungswinkel 90° erreicht. Bei jeder Dunkelstellung liegt der optische Hauptschnitt des Blättchens oder eine dazu senkrechte Ebene parallel dem Hauptschnitte des Analysators oder Polarisators, und die Beobachtung gewährt also ein Mittel, nicht nur anisotrope Blättchen von isotropen zu unterscheiden, sondern auch die Lage der Axen grösster und kleinster Elastizität im Blättchen zu bestimmen. Diese Dunkelstellung nennt man auch die Stellung der **Auslöschung**, und wenn hierbei die Nicolhauptschnitte mit gewissen krystallographischen Richtungen des Präparats einen Winkel einschliessen, so spricht man wohl von **Auslöschungsschiefe**. Unter der eigentlichen Auslöschungsschiefe eines Minerals versteht man indessen die Winkel, welche die Hauptelastizitätsaxen mit gewissen krystallographischen Richtungen (Kanten, Axen) einschliessen und die nicht notwendig mit dem Auslöschungswinkel auf einem Blättchen übereinzustimmen brauchen. Ueber die Methoden zur Bestimmung der Auslöschungschiefe s. §§ 131 —135.

Die Helle des Blättchens ist aber ferner abhängig von $\sin^2 180^0 \frac{d(\gamma_1-\alpha_1)}{\lambda}$, d. h. von der Wellenlänge $\lambda$ (Farbe) des angewandten Lichtes, von der Dicke d des Blättchens und von dem Unterschied $\gamma_1-\alpha_1$ der Brechungsexponenten der das Blättchen durchlaufenden Wellen. Der Wert $\sin^2 180^0 \frac{d(\gamma_1-\alpha_1)}{\lambda}$ wird = 0, wenn $\frac{d(\gamma_1-\alpha_1)}{\lambda}$ eine ganze Zahl ist, d. h. wenn der eine Strahl dem andern um eine Anzahl ganzer Wellenlängen vorauseilt. Dagegen ist $\sin^2 180^0 \frac{d(\gamma_1-\alpha_1)}{\lambda}$ ein Maximum, wenn $\frac{d(\gamma_1-\alpha_1)}{\lambda} = \frac{2z+1}{2}$ (wo z eine ganze Zahl), also wenn der eine Strahl dem andern um eine ungerade Anzahl halber Wellenlängen vorauseilt. Danach ist ein Blättchen im homogenen Lichte dunkel bei jeder Lage zwischen gekreuzten Nicols, wenn die Phasendifferenz ganze Wellenlängen beträgt. Die hier auftretenden Schwingungsverhältnisse sind in Fig. 170 dargestellt. Man kann hierfür die experimentelle Bestätigung sehr leicht erhalten, wenn man einen Gypskeil bei Na Licht zwischen gekreuzten Nicols beobachtet. Wenn die optischen Hauptschnitte des Keils mit den Nicolhauptschnitten nicht zusammenfallen, so zeigen sich auf dem Keil dunkle Streifen an den Stellen, wo die Dicke

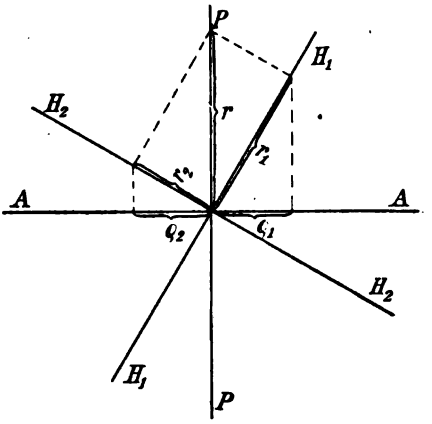


Fig. 170.

$$d = \frac{2z-1}{2}\frac{\lambda}{\gamma-\alpha}\ ^{1});\quad z = 1,\ 2,\ 3\ \ldots.$$

beträgt. Diese Streifen behalten eine konstante Dunkelheit bei voller Umdrehung des Tisches, während die zwischen den Streifen liegenden Partien bald hell bald dunkel werden, je nach dem Wert von $\varphi$. Wenn die Phasendifferenz ungerade halbe Wellenlängen beträgt, so zeigt ein solches Blättchen das Maximum der Helligkeit, welches es überhaupt unter dem Einfluss von $\varphi$ erreichen kann und ist also heller als jedes Blättchen von anderer Phasendifferenz in der gleichen Lage. Auch hiervon kann man sich leicht bei der Beobachtung des Gypskeils überzeugen, wenn man seine Aufmerksamkeit auf die verschiedenen Teile der hellen Felder zwischen den dunkeln Streifen lenkt.

Wenn man in der Gleichung (4) S. 235, wo $0^0 < \psi < 90^0$, $\psi$ um $90^0$ vermehrt, so geht die Gleichung über in

$$\text{Intensität} = J^2 = R^2\left[\sin^2\psi - \sin 2\varphi \sin 2(\psi-\varphi)\sin^2\left(180^0\frac{d(\gamma_1-\alpha_1)}{\lambda}\right)\right]. \quad (8)$$

Dieser Ausdruck ergänzt den Ausdruck in Gleichung (4) zur ursprünglichen Intensität $R^2$, denn $J^2_{90^0} + J^2_{0^0} = R^2$. Daraus folgt, dass eine Drehung des Analysators gegen den Polarisator um $90^0$ die Erscheinungen umkehrt. Wo demnach bei gekreuzten Nicols Dunkel eintritt, muss bei parallelen Nicols Hell auftreten.

Beobachtet man im weissen Licht, also bei Beleuchtung mit homogenen Lichtarten von unendlich vielen verschiedenen Wellenlängen, so lassen sich die hier durch ihren Farbenglanz sehr auffallenden Interferenzphänomene ebenfalls durch die Fresnelsche Formel erklären. Der erste Teil des Ausdrucks in Gleichung (4) ist unabhängig von der Wellenlänge und gilt also unverändert im weissen Licht. Im zweiten Teil, $\sin 2\varphi \sin 2(\psi-\varphi)\sin^2 180^0\frac{d(\gamma_1-\alpha_1)}{\lambda}$, wird zunächst $\sin 2\varphi \sin 2(\psi-\varphi)$ beeinflusst, da wenigstens im allgemeinen Fall die Hauptschnitte des Blättchens für verschiedene Lichtarten ja nicht zusammenfallen. Jedoch sind die durch diese Dispersionen bedingten Unterschiede in den weitaus meisten Fällen klein genug, um vernachlässigt werden zu können. Von grossem Einfluss ist aber die Anwendung des weissen Lichtes auf den Ausdruck $\sin^2 180^0\frac{d(\gamma_1-\alpha_1)}{\lambda}$. Es müssen aus dem weissen Licht alle die Wellen ausfallen, für welche $\frac{d(\gamma_1-\alpha_1)}{\lambda} = z$ ist, wenn z eine ganze Zahl bedeutet, während alle diejenigen zur Beleuchtung des Blättchens beitragen, für welche $\frac{d(\gamma_1-\alpha_1)}{\lambda}$ einen andern Wert hat. Das Blättchen erscheint demnach in jedem Falle farbig, und zwar

1) Diesmal treten die Hauptbrechungsexponenten $\gamma$ und $\alpha$ in die Formel ein, weil der Keil parallel zur Ebene der optischen Axen liegt.

setzt die jeweilige Farbe sich vorwiegend aus denjenigen Lichtarten zusammen, für welche $\frac{d(\gamma_1-\alpha_1)}{\lambda}=\frac{2z-1}{2}$ ist oder diesem Wert möglichst nahe kommt. Die Grössen $\sin 2\varphi$ und $\sin 2(\psi-\varphi)$ beeinflussen die Farbe, abgesehen von der meist unbedeutenden Bisektrizendispersion, nicht, sondern nur die Intensität dieser Farbe. Es kann also die Farbe, welche ein solches Blättchen in polarisiertem Licht zeigt, bei einer Drehung nur der Intensität nach, nicht der Art nach wechseln. Nehmen wir auch hier wieder den in der Praxis fast ausschliesslich vorkommenden Fall der Beobachtung zwischen gekreuzten Nicols, so kann die Gleichung (5) S. 235 die Form annehmen

$$\text{Intensität} = \Sigma J^2_\lambda = \Sigma R^2_\lambda \sin^2 2\varphi \sin^2\left[180^0\frac{d(\gamma_1-\alpha_1)}{\lambda}\right],$$

wo $\Sigma J_\lambda$ und $\Sigma R_\lambda$ die Summe der unendlich vielen Ausdrücke andeuten soll, welche allen Werten von $\lambda$ entsprechen. Die Diskussion dieser Gleichung, analog derjenigen für homogenes Licht durchgeführt, ergibt die Regel, dass doppelbrechende Blättchen, welche nicht senkrecht zu einer optischen Axe geschnitten sind, im weissen parallelen polarisierten Licht im allgemeinen eine Interferenzfarbe zeigen, welche abhängig ist von der Dicke und Lage des Blättchens im Krystall und von seiner Doppelbrechung. Die Intensität dieser Farbe hängt ab von der Neigung des Hauptschnittes des Blättchens gegen die Hauptschnitte des Polarisators und Analysators; sie erreicht bei einer vollen Drehung viermal ein Minimum (das Blättchen ist dunkel), wenn diese Neigung 0° und 90° beträgt, sie erscheint viermal im Maximum und zwar wenn diese Neigung 45° ist. Bei parallelen Nicols tritt die komplementäre Erscheinung auf; wenn also das Blättchen bei gekreuzten Nicols dunkel ist, so ist es bei parallelen Nicols farblos hell, wenn es in einer anderen Lage zwischen gekreuzten Nicols eine gewisse Farbe zeigt, so tritt bei parallelen Nicols die Komplementärfarbe auf.

**128. Anisotrope Blättchen senkrecht zu einer optischen Axe im parallelen polarisierten Licht.** In den quadratischen und hexagonalen Krystallen ist die Hauptaxe optische Axe, d. h. Richtung einfacher Brechung der Wellennormalen für Licht jeder Farbe, und ein basischer planparalleler Schnitt eines Minerals der genannten Systeme würde sich bei senkrechter Inzidenz im parallelen Licht für jede Farbe und jede Farbenkombination, also auch für weisses Licht, genau wie ein isotroper Körper im Polarisationsmikroskop verhalten, wenn wir annähernder mit streng parallelem Licht arbeiteten, als es nach den Ausführungen in § 121 tatsächlich der Fall ist. Wir haben immer mehr oder weniger konvergentes Licht und sehen nur wegen der Einstellung (auf die Oberfläche des Blättchens) und wegen einer Uebereinanderlagerung vieler Interferenzbilder nichts von jenen Erscheinungen, wie sie im eigent-

lichen konvergenten Licht auftreten und in den §§ 160—170 beschrieben werden. E. Bertrand hat einen einfachen Kunstgriff angegeben[1]), durch den man sich von dieser Uebereinanderlagerung leicht überzeugen kann. Man bedecke z. B. ein Axenpräparat von Kalkspat von 1 bis 2 mm (ev. auch geringerer Dicke) mit einem sehr fein durchlochten Staniolblättchen und stelle auf dieses Loch ein. Hebt man nun oder senkt man den Tubus ein wenig, so sieht man das Kreuz eines einaxigen Minerals von isochromatischen Ringen umgeben. Bringt man 10.20, oder mehr sehr feine Oeffnungen nebeneinander an, die alle im Gesichtsfeld überblickt werden, so sieht man die Erscheinung entsprechend vervielfacht. Nimmt man ein zweiaxiges Mineral senkrecht zur spitzen Bisektrix — eine Aragonitplatte eignet sich gut zu dem Versuch — so sieht man das Axenbild eines optisch zweiaxigen Körpers und zwar immer bei Linsenanordnung des Instrumentes, die für die eigentliche Beobachtung im parallelen Licht gebräuchlich ist.

Genau genommen sehen wir das Gesichtsfeld eines quadratischen oder hexagonalen Axenpräparats nur bei dünnen Blättchen so dunkel wie bei isotropen Körpern; sonst macht sich eine diffuse Aufhellung des Gesichtsfeldes bemerkbar, die mit der Dicke der Platte und mit dem Oeffnungswinkel des verwendeten Objektivs zunimmt. Im Dünnschliff können also die optisch einaxigen Mineralien, die parallel zur Basis getroffen sind, den isotropen Körpern sehr ähnlich aussehen; die Unterscheidung wird möglich, so bald man eine Drehung des Präparates um eine andere als die optische Axe vornimmt oder die Untersuchung im konvergenten Licht ausführt.

In dem rhombischen, monoklinen und triklinen System fallen die beiden optischen Axen nicht mehr mit Symmetrieaxen zusammen; sie erleiden daher eine Dispersion, und es kann also streng genommen keinen Schnitt mehr geben, der zugleich senkrecht zu einer optischen Axe für zwei verschiedene Farben wäre. Schon aus diesem Grunde kann man für einen solchen Schnitt nicht ein Verhalten erwarten, wie es ein isotropes Blättchen oder ein einaxiges Mineral senkrecht zur optischen Axe zeigt, vielmehr sollte man bei jeder Stellung eines solchen Schnittes zwischen zwei irgendwie zueinander geneigten Nicols im parallelen weissen Licht ein schwach aufgehelltes Gesichtsfeld erwarten, dessen Färbung annähernd den niedrigsten Tinten der Newtonschen Farbenskala entspricht.

Aber selbst bei Anwendung von homogenem Licht erscheinen dünne Schnitte aus einem zweiaxigen Mineral senkrecht zu einer optischen Axe bei gekreuzten Nicols nicht dunkel, sondern hell, und zwar in jeder Stellung bei einer vollen Umdrehung in ihrer Ebene. Diese scheinbare Anomalie ist eine notwendige Folge davon, dass die optischen Axen zweiaxiger Körper die Axen innerer konischer Refraktion

---

1) Bull. Soc. Min. Fr. 3. 1880. 93—96.

sind (s. § 60)[1]). Eine ebene Welle, welche parallel einer optischen Axe auf eine senkrecht zu dieser geschnittene zweiaxige Platte fällt, pflanzt sich als einzige Wellennormale innerhalb des Krystalls in der Richtung der optischen Axe fort. Ausser dieser Wellennormale gibt es bei der niemals vorhandenen Beleuchtung mit absolut parallelem Licht noch eine ganze Anzahl von Strahlen — also zunächst nicht Wellennormalen — die auf einem Kegelmantel zwischen optischer Axe und Strahlenaxe liegen, und die wegen der gemeinsamen Tangentialebene an die Strahlengeschwindigkeitsfläche die gleiche Wellenoberfläche und demnach auch die gleiche Richtung der Wellennormalen haben. Das Charakteristische dieser auf einem Zylinder liegenden Wellennormalen ist nun, dass sie alle nach verschiedenen Richtungen schwingen (wie aus der Fresnelschen Konstruktion § 65 folgt) und also wegen ihrer vielfachen Uebereinanderlagerung in keiner Lage zwischen gekreuzten Nicols eine Verdunkelung hervorbringen können. Es ist das eine Erscheinung, an der man Schnitte dieser Richtung, wenn sie hinreichend dünn sind, sofort von solchen jeder andern Richtung unterscheiden kann.

**129. Mehrere übereinander liegende anisotrope Blättchen im parallelen polarisierten Licht.** Liegen zwei doppelbrechende Blättchen übereinander, so hängen die im polarisierten Licht auftretenden Phänomene von der Neigung der Hauptschnitte des Polarisators und Analysators zueinander und zu den Hauptschnitten der Blättchen ab. Denkt man sich die Blättchen zwischen gekreuzten Nicols, deren Hauptschnitte $PP_1$ und $AA_1$ seien (Fig. 171), so übereinander, dass ihre Hauptschnitte $HH_1$, $H'H'_1$, $JJ_1$, $J'J_1'$ sind, und bezeichnet man die Schwingungs-Amplitude der vom Polarisator kommenden Welle mit $Om$, so wird diese Welle im ersten Blättchen in zwei Wellen zerlegt, welche parallel $HH_1$ und $H'H'_1$ mit der Amplitude $Or$ und $Op$ schwingen. Im zweiten Blättchen wird die Welle $Or$ nach demselben Gesetz in die Wellen $Oq$ und $Os$, die Welle $Op$ in die Wellen $Ot$ und $Ou$ zerlegt. Beim Eintritt in den Analysator erfährt jede dieser 4 Wellen eine nochmalige Zerlegung. Nur die parallel $AA_1$ schwingenden Komponenten treten durch den Analysator und gelangen mit der Amplitude $Ov - (Ow + Ox + Oy)$, ohne der Phasenverschiebungen zu gedenken, ins Auge. Bei Beobachtung im weissen Licht erscheinen wieder Interferenz-

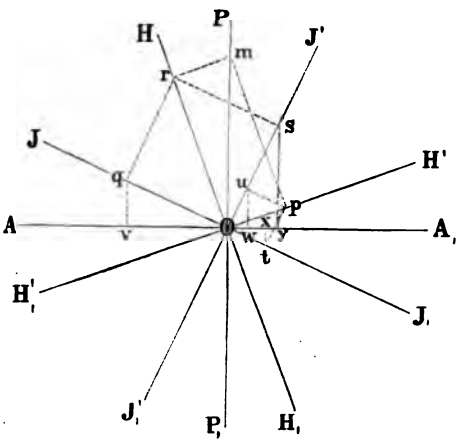


Fig. 171.

1) Vergl. E. Kalkowsky, Z. X. 9. 1884. 486—497.

farben, die von der Dicke und Doppelbrechung der Blättchen, sowie der Lage ihrer Hauptschnitte gegeneinander und gegen die Nicolhauptschnitte abhängen.

Dreht man die beiden Blättchen ohne die gegenseitige Lage ihrer Hauptschnitte zu ändern, so tritt im weissen Licht niemals Dunkelheit ein, weil niemals die Hauptschnitte beider Blättchen gleichzeitig mit denen der Nicols zusammenfallen. Im homogenen Licht findet eine Auslöschung nur statt, wenn die Wegdifferenzen in beiden Blättchen ganze Vielfache der angewandten Wellenlänge sind. Liegt der Hauptschnitt von einem Blättchen einem Nicolhauptschnitt parallel, so zeigt die Kombination Interferenzfarben, die nur dem andern Blättchen zu verdanken sind (vergl. § 131, S. 248); es treten Erscheinungen auf, als wenn das erste Blättchen gar nicht vorhanden wäre.

Von grosser praktischer Bedeutung sind einige andere Spezialfälle. Liegen die Hauptschnitte beider Blättchen zueinander senkrecht oder parallel, so verhält sich das System der beiden Blättchen mit Beziehung auf den viermaligen Eintritt der Auslöschung des Lichtes zwischen gekreuzten Nicols genau so, wie ein einziges Blättchen. Es kann nun hier entweder die Schwingungsebene der schnelleren Welle in einem Blättchen mit der gleichen Ebene im andern Blättchen parallel laufen, oder es findet dieser Parallelismus zwischen den Schwingungsebenen der schnelleren Welle in dem ersten Blättchen und der langsameren Welle im andern Blättchen statt. Wenn gleichwertige Schwingungsrichtungen (oder auch Elastizitätsaxen) parallel liegen, so addieren sich die Wegdifferenzen, und die Interferenzfarbe muss steigen; wenn ungleichwertige Schwingungsrichtungen parallel liegen (oder wenn gleichwertige Elastizitätsaxen sich kreuzen), so muss die Interferenzfarbe sinken. Nennt man die Dicke der Blättchen $d_1$ und $d_2$ und die Brechungsexponenten der die Blättchen senkrecht durchlaufenden Wellen $\gamma_1$, $\alpha_1$ und $\gamma_2$, $\alpha_2$, so sind die Wegdifferenzen $d_1\,(\gamma_1-\alpha_1)$ und $d_2\,(\gamma_2-\alpha_2)$, und die Formel (5) auf S. 235 geht über in

$$\text{Intensität} = R^2 \sin^2 2\varphi \sin^2\left[180^0 \frac{d_1(\gamma_1-\alpha_1)+d_2(\gamma_2-\alpha_2)}{\lambda}\right] \text{ bei Additionslage,}$$

$$\text{Intensität} = R^2 \sin^2 2\varphi \sin^2\left[180^0 \frac{d_1(\gamma_1-\alpha_1)-d_2(\gamma_2-\alpha_2)}{\lambda}\right] \text{ bei Subtraktionslage.}$$

Ist die Wegdifferenz in beiden Blättchen gleich gross, so wird der zweite Ausdruck = 0, d. h. bei gekreuzter Lage der Elastizitäten muss Dunkelheit des Gesichtsfeldes eintreten, die auch bei Drehung der Blättchen zwischen gekreuzten Nicols bestehen bleibt. Kennt man also die Verteilung der Elastizitäten in dem einen Blättchen, so kann man durch Beobachtung des Steigens oder Sinkens der Interferenzfarbe, nach Einschieben des zweiten Blättchens in paralleler oder gekreuzter Stellung der Hauptschnitte, den relativen Wert der Elastizitätsaxen in diesem zweiten Blättchen bestimmen.

Man überzeugt sich durch den Versuch leicht von der Richtigkeit, wenn man zwei gleich dicke Glimmer- oder Gypsblättchen in gekreuzter

Stellung ihrer optischen Axenebenen zwischen gekreuzten Nicols betrachtet. Auf diesen Additions-, Subtraktions- und Kompensationserscheinungen beruht die wichtige und mannigfaltige Anwendung des Gyps- (oder Quarz-) Keils, des Gypsblattes vom Rot erster Ordnung und des sog. $^1/_4$-Undulations-Glimmerblattes zur Bestimmung des optischen Charakters der Mineralien (s. §§ 154—159 und 176—179).

**130. Blättchen aus anisotropen Zwillingskrystallen im parallelen polarisierten Licht.** In Schnitten aus verzwillingten Krystallen müssen die den einzelnen Individuen zugehörigen Teile sich im allgemeinen im polarisierten Licht verschieden verhalten, da die Lage der Teilindividuen gegenüber einer bestimmten krystallographischen Richtung eine umgekehrte ist, und demnach auch die optischen Ellipsoide keinen Parallelismus mehr aufweisen (s. Beispiel in § 196). Die Dunkelstellung jeder Lamelle wird wieder erreicht, wenn ihr Hauptschnitt parallel oder senkrecht zu dem des Polarisators steht oder also die Axen grösster und kleinster Elastizität in der Lamelle mit den Hauptschnitten von Polarisator und Analysator zusammenfallen. Die Anwendung der in den vorangegangenen §§ abgeleiteten Regeln über das Verhalten doppelbrechender Lamellen im polarisierten Licht lehrt nun, dass bei gewissen Stellungen zwischen gekreuzten Nicols, die demselben Zwillingsgesetz gehorchenden Lamellen in einem verzwillingten Krystall im homogenen Licht gleich hell und bei hinreichender Dünne auch gleichfarbig erscheinen müssen. A. Michel-Lévy hat diesen für die Kenntnis der polysynthetischen Feldspatkrystalle besonders wichtigen Gegenstand in einer interessanten Arbeit behandelt: Sur les positions d'égale intensité lumineuse de deux minéraux juxtaposés en plaque mince. Application aux plages composées d'un mélange de deux minéraux superposés dans l'épaisseur de la plaque. Bull. Soc. Min. Fr. 1883. 219—237 [1]).

Nach der Formel (5) S. 235 ist die Intensität zweier Blättchen zwischen gekreuzten Nicols bei homogenem Licht

$$\text{Intensität}_1 = R^2 \sin^2 2\varphi_1 \sin^2\left[180^0 \frac{d(\gamma_1 - \alpha_1)}{\lambda}\right]$$

$$\text{Intensität}_2 = R^2 \sin^2 2\varphi_2 \sin^2\left[180^0 \frac{d(\gamma_2 - \alpha_2)}{\lambda}\right],$$

wo $\gamma_1$, $\alpha_1$, $\gamma_2$, $\alpha_2$ die Brechungsexponenten der das Blättchen senkrecht durchlaufenden Wellennormalen, $d$ die Dicke der gleich starken Blättchen und $\varphi_1$ und $\varphi_2$ die Winkel eines Hauptschnittes jedes Blättchens mit dem Hauptschnitt des Polarisators vorstellen.

Man kann diese Formeln näherungsweise auch für weisses Licht anwenden, wenn man sehr dünne Blättchen ($d$ etwa = 0,01 mm), an denen die chromatische Polarisation noch nicht zu sehen ist, beobachtet.

---

1) S. auch C. R. 94. 1882. 93—96. 178—180; ferner Michel-Lévy et Lacroix, Les Minéraux des roches. 1888. 73—81.

Sind die Lamellen nicht dünn genug, um das Phänomen im weissen Licht gut zu zeigen, so wendet man ein rotes Glas an. Bedenkt man ferner, dass $\gamma_1 - \alpha_1$ und $\gamma_2 - \alpha_2$ kleine Werte sind — bei den meisten Feldspaten liegen sie unter 0.008 — so kann man wieder näherungsweise an die Stelle des zweiten Sinus in den obigen Ausdrücken den Bogen setzen und erhält

$$\text{Intensität}_1 = R^2\left(\frac{180^0\, d\,(\gamma_1-\alpha_1)}{\lambda}\right)^2 \sin^2 2\varphi_1 \qquad (1)$$

$$\text{Intensität}_2 = R^2\left(\frac{180^0\, d\,(\gamma_2-\alpha_2)}{\lambda}\right)^2 \sin^2 2\varphi_2. \qquad (2)$$

Für $\gamma_1 - \alpha_1$ möge $x_1$, für $\gamma_2 - \alpha_2$ möge $x_2$ gesetzt werden, dann muss, wenn beide Blättchen gleiche Intensität haben sollen, sein

$$R^2\left(\frac{180^0\, d\, x_1}{\lambda}\right)^2 \sin^2 2\varphi_1 = R^2\left(\frac{180^0\, d\, x_2}{\lambda}\right)^2 \sin^2 2\varphi_2$$

oder

$$x_1 \sin 2\varphi_1 = \pm x_2 \sin 2\varphi_2. \qquad (3)$$

Setzt man $\varphi_2 = \varphi_1 + \eta$, so erhält man für das positive Vorzeichen

$$x_1 \sin 2\varphi_1 = x_2 \sin 2(\varphi_1+\eta) \qquad (4)$$

$$x_1 \sin 2\varphi_1 = x_2(\sin 2\varphi_1 \cos 2\eta + \cos 2\varphi_1 \sin 2\eta)$$

$$\sin 2\varphi_1 (x_1 - x_2 \cos 2\eta) = x_2 \cos 2\varphi_1 \sin 2\eta$$

$$\operatorname{tg} 2\varphi_1 = \frac{x_2 \sin 2\eta}{x_1 - x_2 \cos 2\eta} \qquad (5)$$

und für das negative Vorzeichen

$$\operatorname{tg} 2\varphi_1 = -x_2 \sin 2(\varphi_1+\eta) \qquad (6)$$

$$\operatorname{tg} 2\varphi_1 = -\frac{x_2 \sin 2\eta}{x_1 + x_2 \cos 2\eta}. \qquad (7)$$

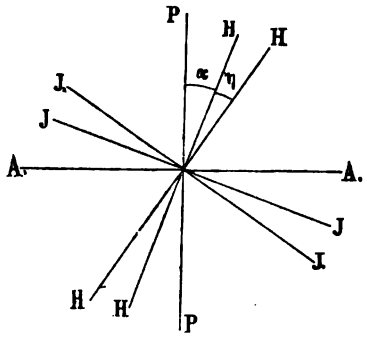


Fig. 172.

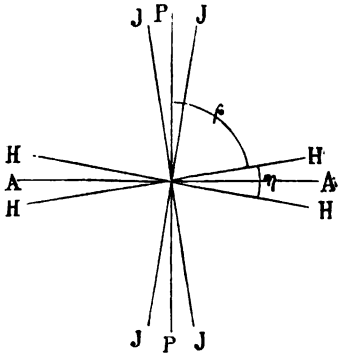


Fig. 173.

Da man stets $\eta = 90^0$, $x_1 > x_2$ nehmen kann, so müssen, falls $\alpha$ der kleinste Winkel ist, welcher für $\varphi_1$ gesetzt der Gleichung (5) genügt, alle andern Werte von $\varphi_1 = \alpha + n\ 90^0$ sein (wo $n = 1, 2, 3 \ldots$), also immer um $90^0$ von einander abweichen. Da nun in Gleichung (5) $\operatorname{tg} 2\varphi_1$ positiv ist, so muss der Wert von $\alpha$ zwischen 0 und $45^0$ liegen; damit muss auch, weil in Gleichung (4) $x_1 \sin 2\alpha$ positiv ist, $x_2 \sin 2\,(\alpha+\eta)$

positiv, also $2(\alpha+\eta) < 180^0$ und $\alpha+\eta < 90^0$ sein. Die Hauptschnitte beider Lamellen liegen demnach auf derselben Seite des Hauptschnittes vom Polarisator (Fig. 172).

Ist in Gleichung (7) $\beta$ der kleinste Wert, welcher für $\varphi_1$ gesetzt der Gleichung genügt, so müssen die anderen Werte $\beta + n\,90^0$ sein, also wieder um rechte Winkel von einander abstehen. Da nun nach (6) $\mathrm{tg}\,2\beta$ negativ sein soll, so muss $\beta$ zwischen $45^0$ und $90^0$ liegen und nach Gleichung (6), worin $2\varphi_1 = 2(\beta+\eta)$, muss auch $2(\beta+\eta) > 180^0$ also $\beta+\eta > 90^0$ sein. Es müssen demnach die Hauptschnitte der beiden Lamellen auf verschiedenen Seiten des Hauptschnittes des Polarisators oder Analysators liegen (Fig. 173).

Die positiven Werte für $\mathrm{tg}\,2\varphi_1$ geben für die Zwillingslamellen bei einer vollen Drehung in ihrer Ebene vier Stellungen gleicher Lichthelle $\alpha$, $\alpha+90^0$, $\alpha+180^0$, $\alpha+270^0$; ebenso erhält man aus den negativen Werten von $\mathrm{tg}\,2\varphi_1$ vier Stellungen gleicher Lichthelle der Zwillingslamellen zwischen gekreuzten Nicols, nämlich $\beta$, $\beta+90^0$, $\beta+180^0$, $\beta+270^0$. Somit werden bei einer vollen Umdrehung die Zwillingslamellen achtmal gleiche Lichthelle besitzen.

Wenn der Schnitt ein System von Zwillingslamellen nicht senkrecht zur Verwachsungsebene getroffen hat, so müssen zwischen je zwei angrenzenden Zwillingslamellen Streifen vorhanden sein, welche aus übereinander liegenden Keilen der beiden angrenzenden Zwillingslamellen bestehen. Auch für diese Verhältnisse hat Michel-Lévy[1]) die Formeln abgeleitet, wonach bei den durch die Winkel

$$\varphi_1 = \alpha + n\,90^0 \qquad n = 1, 2, 3 \ldots .$$

bedingten vier Stellungen, die aus übereinander gelagerten Partien bestehenden Streifen ebenso hell erscheinen, wie die angrenzenden Lamellen, während bei den andern, den Winkeln

$$\varphi_1 = \beta + n\,90^0 \qquad n = 1, 2, 3 \ldots .$$

entsprechenden Stellungen, die Streifen vollständige Auslöschung zeigen.

Dasselbe Verhalten zeigen auch polysynthetische Krystalle, in denen nicht zwei, sondern viele Lamellen beiderlei Stellung miteinander abwechseln.

---

## III. Die praktischen Methoden zur Bestimmung der Auslöschungsschiefe. (Stauroskopische Methoden.)

Wie sich aus der Diskussion der Fresnelschen Formel § 127 ergab, zeigt ein doppelbrechendes Blättchen zwischen gekreuzten Nicols Dunkelheit bei dem Zusammenfallen seiner optischen Hauptschnitte mit den Nicolhauptschnitten. Wenn wir daher an dem Mikroskop die Nicolhauptschnitte durch irgend ein Verfahren den Okularfäden parallel zu stellen in der

1) Bull. Soc. Min. Fr. 1883. 222—224; s. auch Minéraux des roches 77—79.

Lage sind und damit diese sonst nicht sichtbaren Hauptschnitte der Beobachtung unmittelbar zugänglich machen, so haben wir einen vorzüglichen Apparat, um an jedem makroskopischen und mikroskopischen Blättchen die Lage der optischen Hauptschnitte zu bestimmen. Der auch in § 127 S. 237 als Auslöschungsschiefe definierte Winkel, der von einer Auslöschungsrichtung mit einer morphologischen Richtung eingeschlossen wird, gibt Anhaltspunkte für die Erkennung der Lage der Elastizitätsaxen zu den Krystallaxen in einem Mineral und damit zur Auffindung des Krystallsystems (vergl. § 49 und § 66).

**131. Herrichtung des Instrumentes für stauroskopische Messungen.** Die Bestimmung der Auslöschungsschiefe, welche nach einer von F. v. Kobell vorgeschlagenen und weiter unten zu erwähnenden Methode auch als stauroskopische Bestimmung bezeichnet wird, ist im Prinzip einfacher als in der praktischen Ausführung. Um zuverlässige Resultate bei diesem wichtigen determinativen Hülfsmittel zu erhalten, ist es zunächst notwendig, das Mikroskop sorgfältig zu justieren und auch an den schon justiert aus den Werkstätten hervorgehenden Instrumenten eine gewissenhafte Kontrolle durchzuführen.

Zunächst überzeugt man sich, dass das Okular mit dem Fadenkreuz im Tubus feststeht, oder drückt, wenn hier wegen des leichteren Wechsels eine kleine Lockerung zu bemerken ist, die im Schlitz des Tubus laufende Schraube vor der Bestimmung immer an die gleiche Seite; alsdann misst man bei schwacher Vergrösserung den Winkel der Fäden in den verschiedenen Okularen nach der in § 107 angegebenen Methode, indem man von einem gerade nicht gebrauchten Okular die Augenlinse abschraubt und einen der Fäden als Einstellmarke benutzt. Die Okularfäden sollen sich bis auf die Genauigkeit der Tischteilung oder wenigstens bis auf wenige Minuten unter 90° schneiden. Nach diesen vorbereitenden Prüfungen sind zwei Forderungen zu erfüllen:

erstens müssen die Hauptschnitte von Polarisator und Analysator gekreuzt werden;

zweitens muss der Winkel, den ein Nicolhauptschnitt mit einem Okularfaden bildet, genau ermittelt werden, da ein Parallelismus von vorneherein nicht zu erwarten ist.

Die Kreuzung der Nicols nimmt man unter Einschaltung aller Linsen, welche zur nachherigen stauroskopischen Bestimmung dienen sollen, vor, indem man die Beleuchtungsquelle möglichst symmetrisch vor dem Mikroskop aufstellt und von der gewöhnlichen Mikroskopbeleuchtung durch Wolkenlicht nur bei vorläufig orientierenden Einstellungen Gebrauch macht. Alles Seitenlicht, besonders das direkt ins Auge fallende, ist durch passende Schirme abzublenden, und nunmehr der aufsetzbare Analysator bis zur vollständigsten Dunkelheit des Gesichtsfeldes zu drehen. Dabei geht man in diese Dunkelstellung immer in dem gleichen Drehungssinne, also indem man den Analysator etwa im Sinne des Uhrzeigers bewegt. Glaubt man die dunkelste Stelle überschritten zu haben, was

sehr leicht vorkommt, so dreht man um ein erhebliches Stück zurück und versucht von neuem durch Drehung im Uhrzeigersinne die Dunkelstellung zu erreichen. Nach jeder Einstellung wird an der Teilung des Analysators dessen Stellung schätzungsweise bis auf 0.1° abgelesen und aus 10 derartigen Ablesungen der Mittelwert genommen. Nun wiederholt man die 10malige Operation mit umgekehrter Drehung des Analysators und vereinigt schliesslich alle 20 Ablesungen zu einem Mittelwert. Mangelnde Uebung verlangt mehrfache Wiederholung dieser Operationen, die bei guten Beleuchtungsverhältnissen und sorgfältiger Abblendung des Seitenlichts in den Einzelablesungen kaum 1° von einander abweichen, so dass man das Endresultat aus den 20 Einstellungen bis auf $^1/_{10}{}^0$, d. h. bis auf die mit der Teilung des Analysators überhaupt erreichbare Einstellungsgenauigkeit, richtig erhält.

Zur Erfüllung der zweiten Forderung stellt man aus Anhydrit ein sehr dünnes Spaltblättchen her. Man wählt am besten die unvollkommenste Spaltbarkeit nach (100), also senkrecht zur spitzen Bisektrix, weil hier wegen der geringsten Doppelbrechung am ehesten noch ein Blättchen mit Newtonschen Farben zu erhalten ist, und man nicht unter der diffusen Aufhellung (s. auch § 128, S. 240) des Weiss der höheren Ordnung zu leiden hat. Auch sind an einem solchen Präparat die Kanten wegen der andern beiden, sehr vollkommenen Spaltbarkeiten ausserordentlich scharf. Das Blättchen muss, da es rhombisch krystallisiert und pinakoidale Spaltbarkeit besitzt, gerade Auslöschung zeigen; in der Dunkelstellung sollen also bei einem justierten Instrument die Kanten den Okularfäden parallel laufen. Dieses Blättchen wird wie ein Dünnschliff in Canadabalsam eingebettet, mit einem Deckglas versehen und für die sich von Zeit zu Zeit wiederholenden Kontrollbestimmungen aufbewahrt.

Zu einer Bestimmung befestigt man dieses Präparat mittelst der Klammern auf dem Objekttisch und dreht zwischen den gekreuzten Nicols auf Dunkelheit. Zehn Ablesungen an der Tischteilung werden nach Uhrzeigerdrehung, zehn nach Drehung im andern Sinne ausgeführt. Der Mittelwert aus allen zwanzig Beobachtungen entspricht der Parallelstellung des Blättchens in bezug auf die Nicolhauptschnitte, aber einstweilen noch nicht in bezug auf das Fadenkreuz. Misst man dann schliesslich die Abweichung der Richtung einer Kante oder eines guten Spaltrisses von dem benachbarten Faden des Fadenkreuzes, wozu meistens fünf Ablesungen genügen, da diese Einstellung mit viel grösserer Genauigkeit als die auf Dunkelheit auszuführen möglich ist, so wird man meistens finden, dass der Mittelwert aus diesen fünf Ablesungen mit dem Mittelwert aus den letzten zwanzig Ablesungen nicht übereinstimmt. Ist die Abweichung gering, beträgt sie z. B. 0.9°, so wird man sie notieren, aber an dem Instrument keine weitere Korrektur vornehmen[1]). Ist sie erheblich grösser, so muss man den Polarisator mit seiner innersten Fassung mit einem passenden Schlüssel etwas

1) An dem grossen Fuessschen Instrument S. 182 lassen sich mittelst der Schrauben $A$ und $A_1$ auch kleine Korrekturen sicher ausführen.

drehen und die ganze Operation von der Kreuzung der Nicols an wiederholen.

Zu einer weiteren Kontrolle der erhaltenen Einstellungen kann man, wenn das Anhydritblättchen so dünn gespalten ist, dass es eine empfindliche Farbe zeigt, folgende Beobachtung ausführen: Man stellt den Tisch mit dem Blättchen auf die aus den 20 Ablesungen erhaltene Zahl und dreht den Analysator um wenige Grade nach rechts oder links. Liegt ein Hauptschnitt des Anhydrits genau parallel dem Polarisatorhauptschnitt, so erfolgt die Aufhellung des Gesichtsfeldes ohne Farbenerscheinung (vergl. § 129, S. 242), ist aber eine geringe Abweichung vorhanden, so zeigen sich Farben, die um so leichter erkannt werden, als sie bei Drehung des Analysators nach der einen und der andern Seite komplementär sind[1]).

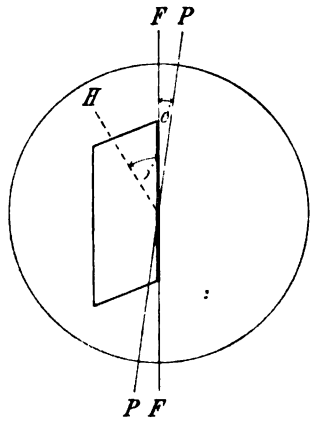


Fig. 174.

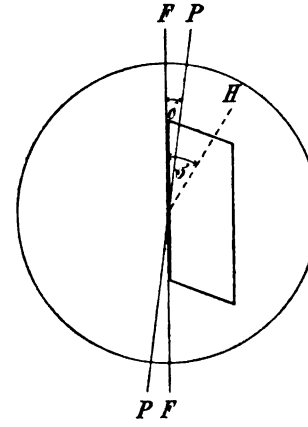


Fig. 175.

Von dem Fehlerwinkel zwischen Nicolhauptschnitten und Fadenkreuz kann man sich auch unabhängig machen, wenn man das auf Auslöschung zu untersuchende Mineralblättchen nach Beendigung der ersten Messungsreihe auf die andere Seite legt und die Einstellungen wiederholt. Auch hier müssen vorher die Nicols sorgfältig gekreuzt sein. Sei in Fig. 174 und 175 die Auslöschungsschiefe $\sigma$, $\delta$ die fehlerhafte Abweichung zwischen Faden $FF$ und Polarisatorhauptschnitt $PP$, und $H$ ein Hauptschnitt des Blättchens, so muss man in dem durch Fig. 174 dargestellten Fall um den Winkel $\sigma+\delta$ bis zur Auslöschung drehen und im andern Fall (Fig. 175) nur um den Winkel $\sigma-\delta$. Der Mittelwert aus beiden Messungen gibt den richtigen Winkel $\frac{(\sigma+\delta)+(\sigma-\delta)}{2}=\sigma$.

**132. Einstellung auf Dunkelheit und auf Interferenzbild.** Für viele Bestimmungen der Auslöschungsschiefe genügt weisses Licht, und nur

1) Vergl. E. Weinschenk, Z. X. 24. 1895. 581—583, der die Beobachtung mit dünnen Quarznadeln von 0.05—0.15 mm Dicke anstellt, die das Scheelitvorkommen im Riesengrund begleiten sollen, aber leider nicht mehr zu erhalten sind.

bei Medien mit Dispersion der Bisektrizen, also bei monoklinen und triklinen Krystallen, muss man bei feineren Untersuchungen monochromatisches Licht anwenden.

Nun ist das Auge verhältnismässig unempfindlich gegen geringe Schwankungen in der Lichthelle, und man wird sich leicht überzeugen, dass die Ablesungen der Stellungen grösster Dunkelheit doppelbrechender Blättchen um ein Bedeutendes schwanken können, wenn man nicht die Beleuchtungsverhältnisse so sorgfältig behandelt, wie dies im vorigen Paragraphen angeraten wurde. — Man hat diese Ungenauigkeit durch eine Reihe von Hülfsapparaten zu verringern gesucht, die aber nicht alle den gewünschten Zweck erfüllen. Die Hauptbedingung für eine gute Bestimmung bleibt immer die peinliche Anordnung der Beleuchtungsverhältnisse, und wenn diese genau beobachtet wird, so kann man mit der einfachsten Methode durch Einstellung auf das Maximum der Dunkelheit wohl in allen Fällen auskommen. Max Schuster, dem der Verfasser die Belehrung auch auf diesem Gebiete verdankt, hat alle seine durch keine andern Messungen übertroffenen Bestimmungen nach der im vorigen § angegebenen Methode ausgeführt.

Indessen werden diese Hülfsapparate so häufig erwähnt, dass sie auch hier angeführt werden mögen. So schob F. v. Kobell[1]) in den Gang des polarisierten Lichtes zwischen Blättchen und Analysator eine Calcitplatte ein, welche, senkrecht zur Axe geschliffen, die Interferenzfigur — ein dunkles Kreuz mit einer Anzahl konzentrischer isochromatischer Kreise — nur dann ungestört zeigt, wenn die Axen grösster und kleinster Elastizität im doppelbrechenden Blättchen mit den Hauptschnitten des Polarisators und Analysators zusammenfallen. Er nannte ein so konstruiertes Instrument ein Stauroskop. Das Auge sollte nach des Erfinders Ansicht die Aufhebung der Störungen in der sehr symmetrischen, buntfarbigen Interferenzfigur sicherer wahrnehmen als den Eintritt des Dunkelheitsmaximums. Auch die Variante, welche Březina in seiner Doppelplatte[2]) dieser Methode gab, indem er die senkrecht zur Axe geschnittene Calcitplatte durch eine Kombination zweier nahezu senkrecht zur Axe geschliffener Platten ersetzte, erlaubt keine besonders hohe Genauigkeit in der Bestimmung.

**133. Einstellung auf Farbe.** Wenn nach diesem v. Kobellschen oder dem Březinaschen Verfahren die fehlerhafte Einstellung an der Störung einer Interferenzfigur erkannt, und also die Symmetrieempfindlichkeit des Auges benutzt wird, so basieren andere Methoden auf dessen Farbenempfindlichkeit, indem statt auf das Dunkelheitsmaximum zwischen gekreuzten Nicols auf eine bestimmte Farbe eingestellt wird. Bringt man in den Gang des polarisierten Lichtstrahls, am bequemsten durch Einfügung in den Schlitz *tt* des Mikroskops Fig. 112, eine parallel zur Axe

1) Pogg. Ann. 95. 1855. 320.

2) Diese Březinasche Doppelplatte ist wohl zuerst in Schraufs Lehrbuch d. phys. Min. 2. 1868. 219—220 mit Abbildung der Interferenzfigur beschrieben.

geschliffene Quarzplatte von 0.064 mm Dicke, deren Axe unter 45° gegen die Nicolhauptschnitte geneigt ist, so wird das ganze Gesichtsfeld mit dem, in der Newtonschen Farbenskala S. 228 fett gedruckten, empfindlichen Violett beleuchtet. Legt man nun das zu untersuchende Blättchen so auf den Mikroskoptisch, dass ein Teil des Gesichtsfeldes frei bleibt, so wird das Blättchen in einer andern Farbe als Violett erscheinen, da zu dem Phasenunterschied, welchen die Wellen im Quarz annehmen, sich derjenige Phasenunterschied addiert, den sie in dem doppelbrechenden Blättchen erhalten. Dreht man alsdann den Mikroskoptisch mit dem Blättchen, so wird in dem Augenblick, wo die Axen kleinster und grösster Elastizität im Blättchen parallel den Nicolhauptschnitten liegen, eine Zerlegung der vom Polarisator kommenden Welle im Blättchen nicht mehr stattfinden. Die Zerlegung erfolgt erst in der Quarzplatte, und es muss daher in diesem Falle das Blättchen dieselbe Farbe zeigen, wie das Gesichtsfeld. In dieser Lage sind also wieder die Axen grösster und kleinster Elastizität im Blättchen, d. h. seine Hauptschnitte, parallel den Projektionen der Arme des Okularfadenkreuzes auf das Blättchen. Man kann auch die Quarzplatte durch irgend eine andere Platte eines doppelbrechenden Minerals, welche eine empfindliche Interferenzfarbe zeigt, ersetzen und statt ihrer in vielen Fällen ein Gypsblättchen oder Glimmerblättchen mit dem Rot I. Ordnung bis Violett II. Ordnung verwenden. Diese Einstellung auf die empfindliche Farbe der Quarzplatte erreicht wohl bei farblosen Blättchen einen recht hohen Grad von Schärfe, ist aber bei stärker gefärbten Mineralien nicht besonders vorteilhaft. Daher schlug C. Klein eine senkrecht zur Axe geschliffene Quarzplatte von 3.75 mm Dicke vor[1]), welcher man zufolge der Zirkularpolarisation dieses Minerals durch Drehung des Analysators verschiedene Farben, darunter auch (bei Parallelstellung der Nicols) die für farblose Blättchen empfindlichste, als teinte de passage bezeichnete, violette Farbe geben kann. Bei gefärbten Mineralien wählt man denjenigen Ton der zirkularpolarisierenden Quarzplatte, welcher sich in jedem Falle als der geeignetste herausstellt. Die Methode der Beobachtung und Bestimmung ist dieselbe, wie bei der parallel zur Axe geschnittenen Quarzplatte, nur hat man im allgemeinen keine gekreuzten Nicols.

**134. Methoden von Bertrand, Bravais und Calderon.** Die Methode der Anwendung von Blättchen mit empfindlichen Farben kann nun in ihrer Genauigkeit bedeutend gesteigert werden, wenn man jene Blättchen zerschneidet und in gekreuzte Stellung bringt oder bei Quarz rechts und links drehende Platten kombiniert, so dass gleichsam Zwillinge in bezug auf die Schnittfläche entstehen.

E. Bertrand[2]) schaltet an die Stelle des Okularfadenkreuzes eine Quarzplatte ein, welche nach dem Prinzip der Soleilschen Quarzdoppel-

1) N. J. 1874. 9.
2) Z. X. 1. 1877. 69.

platte aus 2 gleich (etwa 2.5 mm) dicken Paaren von rechts- und linksdrehenden Quarzplatten besteht, die senkrecht zur Axe geschnitten und so zusammengekittet sind (Fig. 176), dass sich stets eine rechte Platte (*r*) mit zwei linken Platten (*l*) berührt. Diese Platte ist so in das Okular einzufügen, dass die als sich rechtwinklig schneidende Linien erscheinenden Berührungsflächen der vier Stücke den Nicolhauptschnitten genau parallel laufen. Bei gekreuzten Nicols sind alsdann die vier Sektoren vollkommen gleich gefärbt. Man wählt die Dicke der Platte am besten so, dass bei gekreuzten Nicols fast farbloses, nur ganz schwach bläulich gefärbtes Licht hindurchgeht. Nach Einschaltung eines doppelbrechenden Blättchens auf dem Mikroskoptisch erscheinen die gegenüberliegenden Sektoren der Platte gleich, die anliegenden verschieden gefärbt, und der gleiche Ton kehrt in allen Sektoren erst dann wieder, wenn die Axen grösster und kleinster Elastizität im Blättchen parallel den Nicolhauptschnitten also parallel den Trennungslinien der Sektoren liegen. Die Einstellung auf den Parallelismus der Hauptschnitte im Blättchen und in den Nicols ist bei dieser Platte eine recht scharfe, zumal wenn man das Blättchen so weit dreht, dass zuerst die rechten dann die linken Sektoren der Platte ein deutlicheres Blau zeigen, und dann aus beiden Ablesungen das Mittel nimmt. — Die kleinste Abweichung aus der Parallelstellung des Blättchens erzeugt sofort verschiedene Färbung der Quarzsektoren, wie in Fig. 176 angedeutet ist. Dieses Bertrandsche Okular liefert sehr genaue stauroskopische Bestimmungen, so weit sie im weissen Licht ausgeführt werden dürfen, und teilt auch für sehr schwach doppelbrechende Substanzen den Vorteil grosser Empfindlichkeit mit den Methoden der Einstellung auf eine Interferenzfarbe (einfache Quarzplatte oder Gypsblättchen). Um die richtige Stellung der Bertrandschen Platte gegen die Nicolhauptschnitte zu prüfen, bez. die nicht richtige Stellung zu korrigieren, bedient man sich des in § 131 erwähnten Anhydritpräparates. Die gleiche Färbung der Sektoren kann nur eintreten, wenn eine Kante eines solchen Blättchens genau mit den Trennungslinien der Sektoren und mit den Nicolhauptschnitten parallel liegt. Dabei müssen die Nicols genau auf die für ihre Kreuzstellung bestimmenden Indizes bei Nichtanwendung der Bertrandschen Platte einstehen.

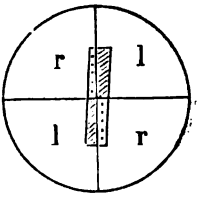


Fig. 176.

A. Schrauf[1]) empfiehlt mit Recht, die Entfernung der Linsen in einem mit Bertrandscher Platte versehenen Okular etwas grösser zu nehmen, als sie ohne diese Platte sein müsste, damit der Einfluss der Lichtbrechung durch die Platte eliminiert werde, und das Mikroskop nichts an seiner auflösenden Kraft einbüsse.

Bei dem dünnen Präparat, welches A. Bravais schon 1851 aus

1) Z. X. 8. 1884. 81—82.

Glimmer herstellte[1]) und F. Stöber neuerdings aus Quarz anfertigt[2]), ist die Okularkorrektion weniger notwendig. Für eine solche Bravais-Stöbersche Platte zerschneidet man ein parallel zur Hauptaxe geschliffenes Quarzplättchen mit der empfindlichen Farbe, also von 0.064 mm Dicke, unter 45° gegen die *c*-Axe in zwei Teile und legt den einen Teil I neben den andern II, wie dies Fig. 177 andeutet, so dass die beiden *c*-Axen unter 90° geneigt sind. Eine solche Quarzdoppelplatte kittet man zwischen zwei dünne Deckgläschen und legt sie an die Stelle des Fadenkreuzes im Okular. Die Fuge, in der beide Teile zusammenstossen, bildet den einen Faden des Fadenkreuzes, dessen anderer durch eine eingravierte Linie ersetzt werden kann.

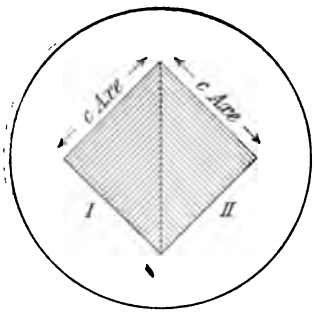


Fig. 177.

L. Calderon[3]) benutzte bei stauroskopischen Bestimmungen eine aus einem künstlichen Zwilling bestehende Calcitplatte. Dieselbe wird so hergestellt, dass man von den zwei Hälften, welche die Durchsägung eines Calcitrhomboëders nach der kurzen Diagonale liefert, je einen keilförmigen Teil abschleift, die Stücke mit den polierten Schliffflächen wieder zusammenkittet und darauf die aus- und einspringenden Winkel der Zwillingsplatte durch zwei parallele Flächen ersetzt. Eine solche Platte wird an derselben Stelle wie die Bertrandsche Platte in das Okular des Mikroskops so eingeschaltet, dass die als feine Linie erscheinende Zusammensetzungsfläche genau parallel einem Nicolhauptschnitt steht. Bei gekreuzten Nicols zeigen alsdann die beiden Hälften genau die gleiche Auslöschung. Sobald ein doppelbrechendes Blättchen im Gesichtsfeld erscheint, ist die gleichmässige Helle der beiden Hälften der Calcitplatte gestört und kehrt erst wieder, wenn das Blättchen so weit gedreht wird, dass seine Axen grösster und kleinster Elastizität mit den Nicolhauptschnitten zusammenfallen.

Von diesen sieben verschiedenen Methoden kann die erste, die sich auf die Einstellung des Maximums der Dunkelheit beschränkt, sowie die Methode von Kobell, Březina und Calderon in weissem und monochromatischem Licht benutzt werden, während die übrigen zur Hervorbringung der teinte sensible nur die Anwendung von weissem Licht gestatten.

**135. Berechnung der Auslöschungsschiefe aus der Lage der optischen Axen.** In der Einleitung zu diesem Kapitel (S. 246) wurde gesagt, dass der auf irgend einer bekannten Fläche beobachtete Aus-

1) C. R. **32**. 1851. 113; Pogg. Ann. **96**. 1855. 397. Eine andere Glimmerdoppelplatte hat H. Traube angegeben. N. J. 1898. I. 251.

2) Z. X. **29**. 1898. 22—24.

3) Z. X. **2**. 1878. 70.

löschungswinkel Anhaltspunkte für die Bestimmung der Lage der Elastizitätsaxen im Krystall gebe. Dies ist nun nicht so zu verstehen, dass man etwa aus einer einzigen Auslöschungsschiefe auf einer beliebigen Fläche ein Bild von der optischen Orientierung erhalten könnte; vielmehr muss man mit den Auslöschungsverhältnissen auf den Flächen und Zonen eines Minerals bekannt sein, um eine einzelne Bestimmung verwerten zu können. Zur Einführung in diese, schon 1877 durch A. Michel-Lévy in ihrer Wichtigkeit erkannten Materie[1]) mögen zwei Spezialfälle näher betrachtet werden. Bei einem monoklinen Krystall sei aus der bekannten Lage der optischen Axen $A$ und $B$ die Auslöschungsschiefe $\sigma$ auf einer Fläche der Prismenzone, die mit (010) den Winkel $w$ einschliessen möge, zu berechnen.

In der stereographischen Projektion Fig. 178 seien $A$ und $B$ die in der Symmetrieebene liegenden und auch innerhalb dieser Ebene ihrer Lage nach bekannten (s. die Winkel $\lambda_1$ und $\lambda_2$) optischen Axen. Ist $D$ die Lage der Bisektrix, $\Sigma$ die Auslöschungsschiefe auf (010), gemessen, gegen die Prismenkante, und $2V$ der Winkel der optischen Axen, so kann man auch setzen:

$$\lambda_1 = V - \Sigma$$
$$\lambda_2 = V + \Sigma.$$

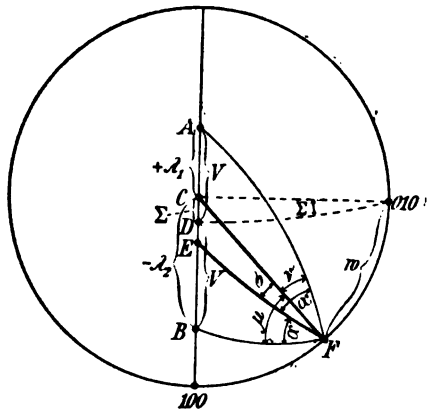


Fig. 178.

Es ist $\sigma$ zu berechnen. Die Auslöschungsrichtung $EF$ halbiert nach der Fresnelschen Konstruktion (s. § 65) den Winkel $AFB$ ($\alpha = \alpha$). Nach der Bezeichnung in Fig. 178 ist nun

$$\mu = \alpha + \sigma; \quad \nu = \alpha - \sigma; \quad \text{und demnach } \sigma = \frac{\mu - \nu}{2}.$$

Die beiden Winkel $\mu$ und $\nu$ lassen sich aus den rechtseitigen Dreiecken $FCB$ und $FCA$, von denen zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel gegeben sind, berechnen. In Dreieck $FCB$ ist $FC = R$, $CB = V + \Sigma$, $FCB = R - w$. In Dreieck $FCA$ ist $CA = V - \Sigma$, $FCA = R + w$. Nach den Formeln auf S. 23 ist

$$\operatorname{tg}\mu = \sin(R - w)\operatorname{tg}(V + \Sigma); \qquad (1)$$

---

1) Weitere Anleitung findet man in folgenden Arbeiten über Auslöschungsschiefe: A. Michel-Lévy, Ann. Mines **12**. 1877. 392—471; Ref. Z. X. **8**. 1879. 217—231: Minéraux des roches, 1888. S. 9 ff.; A. Harker, Min. Mag. **10**. 1893. 239—240; **13**. 1901. 66—68; G. Césaro, Mém. Acad. R. Belgique **54**. 1895. 26 S.; R. A. Daly, Proc. Amer. Acad. Arts and Sc. **34**. 1899. 311—323; de Souza Brandão, Communicações da direcção dos serv. geol. Lissabon. **4**. 1900. 13—40. 41—56. 57—126. A. A. Ferro, Rivista di Mineralogia, Padua. **20**. 1898. 1—11; Atti Soc. Ligustica di Sc. Natur. Genova. **9**. 1898. 143—230. Ref. Z. X. **32**. 1900. 532.

$$\operatorname{tg} v = \sin(R+w)\operatorname{tg}(V-\Sigma); \qquad (2)$$

$$\operatorname{tg} 2\sigma = \operatorname{tg}(\mu - v) = \frac{\operatorname{tg}\mu - \operatorname{tg} v}{1 + \operatorname{tg}\mu \operatorname{tg} v} = \frac{\cos w\,[\operatorname{tg}(V+\Sigma) - \operatorname{tg}(V-\Sigma)]}{1 + \cos^2 w \operatorname{tg}(V+\Sigma)\operatorname{tg}(V-\Sigma)}.$$

Es ist übrigens für die Rechnung einfacher, die Werte von $\mu$ und $v$ aus (1) und (2) zu ermitteln und damit $2\sigma$ zu finden.

Bei triklinen Krystallen kann man ebenfalls aus der Lage der optischen Axen die Auslöschungsschiefe auf jeder Fläche berechnen. In Fig. 179 sind die optischen Axen des Anorthits auf eine senkrecht zur Prismenzone (100).(010) liegende Fläche projiziert. Die Zeichenebene hat also bei richtiger Stellung des Krystalls eine horizontale Lage. Die mit kleinen Kreisen versehenen Punkte $\bar{A}$ und $B$ sind die Durchstichspunkte der optischen Axen, und $F$ ist eine Fläche der Zone (010).(001), auf der die Auslöschungsschiefe gegen die Spaltrisse nach $M$ (010) also gegen die Spur von $M$ auf $P$ ermittelt werden soll. Die Position der drei Punkte $\bar{A}$, $B$ und $F$ sei durch ihre Abstände von den Längsflächen und vom Zentrum der Projektion festgelegt und zwar sei für die

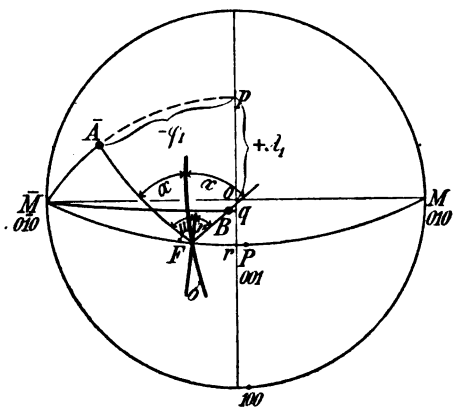


Fig. 179.

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\bar{A}$ Axe | : | $\bar{A}p = \varphi_1(-)$; | $op = \lambda_1(+)$ |
| B Axe | : | $Bq = \varphi_2(-)$; | $oq = \lambda_2(-)$ |
| F Fläche: | | $Fr = \varphi_3(-)$; | $or = \lambda_3(-)$. |

Der stark ausgezogene Bogen gibt in seiner (hier nicht gezeichneten) Tangente im Punkt $F$ die Auslöschungsrichtung auf der Fläche $F$ an. Die auf dem Bogen $\bar{M}FM$ in $F$ senkrecht stehende dicke Gerade zeigt die Richtung der Spaltrisse nach $M$ auf $F$[1]). Nach Fig. 179 ist nun, ähnlich wie in Fig. 178,

$$\begin{aligned} \mu &= \alpha + \sigma; \\ v &= \alpha - \sigma; \end{aligned} \quad \text{und demnach } \sigma = \frac{\mu - v}{2}.$$

$\mu$ und $v$ lassen sich aus den schiefwinkligen Dreiecken $\bar{M}\bar{A}F$ und $\bar{M}BF$ finden, in denen je zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel gegeben sind, nämlich

| in Dreieck $\bar{M}\bar{A}F$ | | in Dreieck $\bar{M}BF$ | |
|---|---|---|---|
| $\bar{M}\bar{A}$ | $= R - \varphi_1$; | $\bar{M}B$ | $= R - \varphi_2$; |
| $\bar{M}F$ | $= R - \varphi_3$; | $\bar{M}F$ | $= R - \varphi_3$; |
| $\bar{A}\bar{M}F$ | $= \lambda_1 + \lambda_3$; | $B\bar{M}F$ | $= \lambda_3 - \lambda_2$. |

1) Alle Spuren der Spaltrisse nach M auf Flächen der Zone $\bar{M}FM$ liegen senkrecht zum Grosskreis $\bar{M}FM$, was am leichtesten mit Hülfe der S. 9 erwähnten Holzkugel, auf der man die Spaltebenen als parallele Kleinkreise einzeichnet, verständlich wird.

Die Winkel $\overline{M}\,F\,\overline{A} = R - \mu$ und $\overline{M}\,F\,B = R + \nu$ werden nach Schema § 12. 4 S. 22 berechnet.

$$2R - (\overline{M}\,F\,\overline{A} + \overline{M}\,F\,B) = 2\sigma.$$

---

## IV. Methoden zur Bestimmung der Lichtbrechung.

Die als bekannt vorausgesetzte Methode der kleinsten Ablenkung[1]) ist unzweifelhaft die genaueste von allen hier in Betracht kommenden Methoden zur Bestimmung der Brechungsexponenten. Bei einiger Uebung kann man an gutem Material mit einem Spektrometer, welches noch viertel Minuten zu schätzen erlaubt, die Indizes bis auf wenige Einheiten der fünften Dezimale richtig erhalten. Die erforderliche Herstellung eines Prismas ist aber umständlich, und eigentlich mikroskopische Mineralien sind von dieser Methode ausgeschlossen. Für solche Präparate hat man andere Methoden erfunden, die alle eine geringere Genauigkeit besitzen, aber dennoch zuweilen eine weitgehende Anwendung zulassen, da man in vielen Fällen mit einer Bestimmung der Brechungsexponenten bis auf drei Dezimalen, in manchen Fällen sogar bis auf zwei Dezimalen auskommt, um eine Diagnose sicher stellen zu können.

**136. Die Methode des Herzogs von Chaulnes** wurde schon 1767 beschrieben[2]); sie verlangt als Beobachtungsobjekt planparallele Blättchen. Stellt man das Objektiv eines Mikroskops genau auf irgend einen Punkt ein und schiebt dann zwischen diesen Punkt und das Objektiv ein lichtbrechendes Medium — etwa eine planparallele Glasplatte — ein, so ist der zuvor deutlich sichtbare Gegenstand gar nicht mehr oder doch nicht deutlich sichtbar; vielmehr wird man das Objektiv um eine bestimmte Grösse heben müssen, um den Punkt mit derselben Schärfe wie vorher zu sehen. Diese Grösse, um welche der eingestellte Punkt gehoben erscheint, ist abhängig von der Dicke der eingeschobenen planparallelen Platte und ihrem Brechungsexponenten. Es sei in Fig. 180 der in Luft eingestellte Punkt *o*. Schiebt man die Lamelle *L* über denselben, so gelangt ein Strahl *oba* mit unveränderter Richtung, aber mit

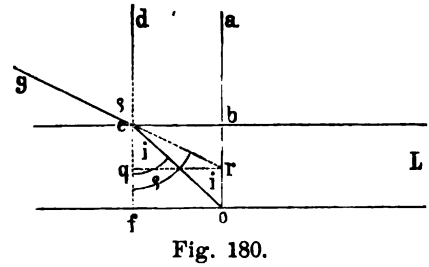


Fig. 180.

---

1) Der Beweis für die Minimalablenkung bei symmetrischer Lage des Prismas ist zu finden in P. Groths Phys. Kryst. 2. Aufl. 1885. 30—31; auch in Müller-Pouillets Lehrbuch, 9. Aufl. 1897. 55—57. Ueber die Bestimmungen an stumpfen Prismen s. Brögger-Ramsay, Z. X. 12. 1887. 209—221; Stöber, Ref. Z. X. 28. 1897. 109—110.

2) Hist. Acad. R. Sc. 1767. Paris 1770. 162. Mém. Acad. R. Sc. 1767. 423.

veränderter Geschwindigkeit durch die Lamelle in das Objektiv; ein Strahl $oc$ wird dagegen bei $c$ in der Richtung $cg$ abgelenkt und nun scheinbar von $r$ kommen. In $r$, wo die beiden Strahlen sich schneiden, liegt scheinbar der Punkt $o$, er erscheint also um die Grösse $ro$ gehoben. Setzen wir $ro = h$, $ob = D$, so haben wir, wenn $df$ das Einfallslot in $c$ und $rq$ senkrecht auf $df$ ist,

$$\operatorname{tg} i = \frac{cb}{D} \text{ und } \operatorname{tg}\rho = \frac{qr}{qc} = \frac{cb}{D-h},$$

woraus

$$\frac{\operatorname{tg}\rho}{\operatorname{tg} i} = \frac{D}{D-h}.$$

Bei hinreichender Kleinheit der Winkel $\varrho$ und $i$ kann man die Tangente mit dem Sinus vertauschen und also schreiben:

$$\frac{\operatorname{tg}\rho}{\operatorname{tg} i} = \frac{\sin\rho}{\sin i} = n = \frac{D}{D-h}.$$

Die Grössen $D$ und $h$ werden vermittelst der in § 100 ($gg$ in Fig. 112b S. 169) erwähnten Mikrometerschraube des Mikroskoptubus gemessen. Als Einstellungsobjekt nimmt man am besten eine Mikrometerteilung oder eine Mikrophotographie auf Glas. Die Dicke der zu bestimmenden Lamelle kann man finden, indem man nacheinander auf ein Staubteilchen an der unteren und an der oberen Fläche derselben einstellt. Die Differenz der beiden Einstellungen ist nun aber nicht die wirkliche Dicke der Platte, sondern ihre durch die Platte hindurch gesehene Dicke. Diese scheinbare Dicke sei $= D'$, dann ist offenbar die wirkliche Dicke $D = D' + h$, da ein Punkt auf der unteren Fläche der Lamelle, durch diese gesehen, um ebensoviel gehoben erscheint, wie vorhin das Probeobjekt. — Setzt man diesen Wert in die obige Gleichung ein, so geht sie über in

$$n = \frac{D' + h}{D'}.$$

Man vergesse nicht, dass die Genauigkeit des Verfahrens mit der Sicherheit der Einstellung zunimmt, wähle also scharf einstellbare Probeobjekte und die stärksten nach den Umständen verwendbaren Vergrösserungen. Ein Rechenbeispiel zeigt am besten die geringe Genauigkeit der Methode. Bei einem Glase sei $D = 0.200$ mm (also eine Dünnschliffstärke schon erheblich übersteigend), $h = 0.069$ mm gefunden, dann ist $n = 0.200 : 0.131 = 1.527$. Hätte man $D$ und $h$ nur um $\pm 0.001$ mm falsch bestimmt, so würde man $n = 0.199 : 0.132 = 1.507$ also um zwei Einheiten der zweiten Dezimale fehlerhaft finden können. Wiederholt man die Messungen mit grösserer Sorgfalt, so ist die zweite Dezimale bei dicken Präparaten im allgemeinen mit einiger Sicherheit festzustellen; bei eigentlichen Dünnschliffen ist die Methode kaum zu verwenden. Ihr schwacher Punkt ist die Bestimmung der Lamellendicke, die nur selten und ausnahmsweise an den verschiedenen Stellen der Lamelle die gleiche sein wird, und die man daher wenn möglich an demselben Punkt bestimmen muss, wo $h$ gemessen wurde. Ist das Blättchen lose,

so erhält man die besten Resultate, wenn man die Lamelle auf die hohe Kante stellt und ihre Dicke mit den Mikrometerschrauben des Tisches (s. § 106 und § 101 S. 172) ermittelt; nur muss man sicher sein, dass die Werte dieses Tischmikrometers mit denen des Tubusmikrometers übereinstimmen (s. auch § 150 S. 288 bei Babinetschem Kompensator).

**137. Modifikationen des Chaulnesschen Verfahrens.** Es lässt sich dieses Verfahren je nach dem konkreten Fall überaus mannigfaltig variieren. E. Becquerel und A. Cahours[1]) wie auch A. Bertin[2]) haben die so leicht mit Fehlern behaftete Vertikalmessung durch Bestimmung der jeweiligen Vergrösserung umgangen. Nach Bertin misst man die Vergrösserung eines Mikrometers, welches auf die Lamelle gelegt wird, deren Brechungsexponent bestimmt werden soll, bei voll ausgezogenem Okulartubus; sie sei $v_1$. Legt man dann das Mikrometer unter die Lamelle und lässt das Objektiv unverändert, so wird man das Okular senken müssen, um die Mikrometerteilung zu sehen und wird bei Messung die Vergrösserung anders finden; sie sei $v_2$. Nimmt man nun noch die Lamelle fort, so wird man bei unverändertem Objektiv abermals das Okular senken müssen, und die Vergrösserung sei nun $v_3$. Der Brechungsexponent der Lamelle ergibt sich dann aus der Relation

$$n = \frac{v_2}{v_3}\,\frac{v_1 - v_3}{v_1 - v_2}.$$

Nach der fundamentalen Linsenformel (§ 76 S. 122) ist nämlich

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{F},$$

wenn $A$ und $B$ die Entfernungen des Gegenstandes und seines Bildes von der Linse, und $F$ deren Aequivalentbrennweite bedeutet. Da nun $B:A$ die Vergrösserung durch das Objektiv ist, so hat man

$$1 + \frac{1}{v_1} = \frac{A}{F}$$

$$1 + \frac{1}{v_2} = \frac{A + (D - h)}{F}$$

$$1 + \frac{1}{v_3} = \frac{A + D}{F},$$

wenn $D$ und $h$ die gleiche Bedeutung wie bei der reinen Chaulnesschen Methode haben, und also hier mit $D-h$ und $D$ die Zunahme der Entfernung des Gegenstandes von dem Objektiv bei dem zweiten und dritten Versuch bezeichnet wird. Aus diesen Gleichungen leitet man ab:

$$\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} = \frac{D - h}{F}$$

$$\frac{1}{v_3} - \frac{1}{v_1} = \frac{D}{F}$$

1) C. R. **11**. 1840. 867—871; Pogg. Ann. **51**. 1840. 427—432.

2) Ann. Chim. Phys. **26**. 1849. 288—296; Pogg. Ann. **76**. 1849. 611—612.

und daraus

$$\frac{\frac{1}{v_3}-\frac{1}{v_1}}{\frac{1}{v_2}-\frac{1}{v_1}}=\frac{D}{D-h}=n,$$

falls man wieder annimmt, wie bei der Chaulnesschen Methode, dass die Tangenten mit dem Sinus verwechselt werden können.

Ueber die Erscheinungen, die bei doppelbrechenden Blättchen auftreten, und über ihre Verwendung zur Bestimmung der Hauptbrechungsexponenten haben besonders Cl. Sorby[1]) und G. G. Stokes[2]) gearbeitet. Eine zur Beobachtung der Sorbyschen Phänomene dienende Vorrichtung hat Th. Liebisch konstruiert, der in seiner Physik. Krystallographie 1891, 361—373, die hier auftretenden Verhältnisse näher schildert.

Schliesslich möge noch auf eine ebenfalls an planparallelen Blättchen auszuführende Methode von F. Bernard[3]) verwiesen werden, der aus der Verschiebung der schräg durch das Blättchen hindurchgehenden Welle den Brechungsexponenten ableitete.

**138. Die Einbettungsmethode.** Taucht man eine beliebige Substanz in eine Flüssigkeit von genau gleicher Brechung, Dispersion und Farbe, so verschwinden ihre Grenzen vollständig und sie wird damit unsichtbar. Will man daher die Einzelheiten der inneren Beschaffenheit eines Mineralkorns studieren, so wählt man eine Umhüllung von möglichst gleichen Brechungsverhältnissen; will man dagegen die äussere Form mit möglichster Schärfe sehen, so legt man das Korn in ein Medium von stark abweichender Brechung wie Luft oder Wasser (vergl. § 70). Aus diesem, jedem Physiker seit langem bekannten Verfahren[4]) hat sich erst spät eine quantitative Methode zur Bestimmung der Brechungsexponenten an mikroskopischen Objekten entwickelt, die ihre beste Darstellung und Ausarbeitung durch J. L. C. Schroeder v. d. Kolk fand[5]), und die gerade bei mikroskopischen Objekten, wenn andere Methoden versagen,

---

1) Proc. Roy. Soc. **26**. 1878. 384—386. Min. Mag. **2**. 1879. 1—4, 103—105.

2) Proc. Roy. Soc. **26**. 1878. 386—401.

3) C. R. **39**. 1854. 27—29; auch Pogg. Ann. **97**. 1856. 141—144, 145—148. Vergl. hierzu E. v. Fedorow, Z. X. **22**. 1894. 243—244.

4) Vergl. z. B. A. Biot, Mém. l'Inst. **18**. 1842. 545, 683—684. — C. Klein zeigte von neuem die Vorteile dieser Methode auch bei der Untersuchung makroskopischer Objekte im parallelen und konvergenten Licht (S. B. A. 1890. 347—352. N. J. 1891. I. 70—76), wozu der in Fig. 143 S. 202 abgebildete Apparat und manche andere Konstruktion diente.

5) Kurze Anleitung zur mikroskopischen Krystallbestimmung. Wiesbaden 1898. 60 S. In seinen Tabellen zur mikroskopischen Bestimmung etc. Wiesbaden 1900. 48 S., hat der Autor an über 200 Mineralien die Brechungsexponenten nach seiner Methode bestimmt. Verschiedene Monographien desselben Autors liefern zahlreiche Beispiele für die Anwendbarkeit der Methode, z. B. Mikroskopische Studien über Gesteine aus den Molukken. Samml. des Geol. Reichsmuseums, Leyden. Bd. **5** und **6**.

noch zum Ziele führt. 1880 hat auch schon J. Thoulet[1]) die eingangs erwähnte Tatsache benutzt, um den Brechungsexponenten eines Minerals im Dünnschliff zu bestimmen, indem er die Oberfläche so lange mit Flüssigkeiten verschiedener Brechung betupfte, bis ihre Rauhigkeit verschwand.

Bei abweichenden Dispersionsverhältnissen in Einschluss und Umgebung treten auch Farbenerscheinungen auf, die schon 1872 O. Maschke[2]) benutzte, um Quarz und Tridymit zu unterscheiden. Er erklärte anfangs diese Farbenerscheinungen als Interferenzen, hat aber später[3]) die richtige Erklärung gegeben und gezeigt, dass es sich um prismatische Farben handelt. Flüssigkeiten wie Wasser, Amylalkohol, Glyzerin, Mandelöl, Cassiaöl und an zwanzig Gemische der beiden letzten Oele benutzte er, um die Bestimmung der Lichtbrechung an einer Reihe von Mineralien mit gutem Erfolg durchzuführen. Auch wird in dieser zweiten Arbeit (S. 728) die Verschiebung der Blendenöffnung am Abbeschen Kondensor benutzt und damit von der so wichtigen schiefen Beleuchtung Gebrauch gemacht; ferner benutzte Maschke schon eine Abblendung des Gesichtsfeldes über dem Objekt.

Die Erscheinungen erklären sich folgendermassen: die Körner eines gepulverten Minerals bilden an vielen Stellen mehr oder weniger vollkommene prismatische Ränder und bieten damit dem Licht die Möglichkeit, sich farbig zu zerlegen oder total reflektiert zu werden. Daher umgeben sich diese Körner mit dunkeln und farbigen Rändern, die um so breiter werden, je weiter die Brechungsverhältnisse eines Korns und seines umgebenden Mediums voneinander abweichen. Trockener Quarzsand zeigt unter dem Mikroskop breite schwarze Ränder, die bei Einbettung in Wasser viel schmäler werden und in Canadabalsam oder Nelkenöl vollständig verschwinden. Kennt man also den Brechungsexponenten des Canadabalsams oder des Nelkenöls, so lässt sich ein Schluss auf die Lichtbrechung des Quarzes ziehen.

Um zunächst von der Farbenerscheinung abzusehen und nur die dunkeln Ränder zu erklären, wollen wir eine Beleuchtung mit homogenem Licht annehmen. Denken wir uns ein linsenförmiges Mineralkorn mit gewöhnlichem, parallelem, monochromatischem Licht beleuchtet, indem wir Polarisator und Kondensor entfernen und nur den einfachen Planspiegel anwenden, und stellen wir die Beobachtung mit einem Objektiv von grossem freiem Objektabstand an, so können die Lichtstrahlen das Korn konvergent (Fig. 181) oder divergent (Fig. 182) verlassen, je nachdem die umgebende Flüssigkeit eine schwächere oder stärkere Lichtbrechung als das Korn besitzt. In beiden Fällen aber zeigen die Randstrahlen in einiger Höhe über dem Korn eine Divergenz, so dass sie in das weit abstehende Objektiv nicht eintreten können; es müssen daher dessen Ränder — ob die Flüssigkeit nun stärker oder schwächer lichtbrechend

1) Bull. Soc. Min. Fr. 3. 1880. 62—68.
2) Pogg. Ann. 145. 1872. 568.
3) Wiedemanns Ann. 11. 1880. 722—734.

ist — dunkel erscheinen. Unter diesen Beleuchtungsverhältnissen wären wir auf die rohesten Tastversuche angewiesen, um jene Flüssigkeit zu finden, welche die Ränder zum vollständigen Verschwinden bringt. Wenden wir aber mit Schroeder v. d. Kolk eine schiefe Beleuchtung an, wie dies wieder schematisch in Fig. 183 und 184 angedeutet ist, so können wir mit Sicherheit eine Entscheidung treffen, ob das Korn stärker (Fig. 183) oder schwächer (Fig. 184) als die Flüssigkeit das Licht ablenkt. Blenden wir das Licht von links ab oder lassen es von rechts einfallen, so werden bei stärkerer Lichtbrechung des Korns noch Strahlen vom linken Rand und bei schwächerer Lichtbrechung solche vom rechten Rand in das Objektiv eintreten. Bei grossen Körnern kann man die Schiefe der Beleuchtung durch den Planspiegel bewirken, bei kleineren Objekten schaltet man den

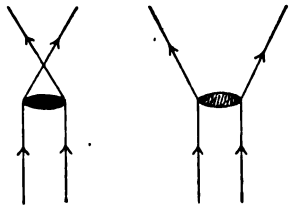


Fig. 181. Fig. 182.

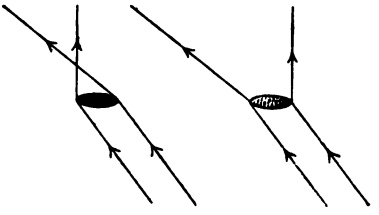


Fig. 183. Fig. 184.

Fig. 185.

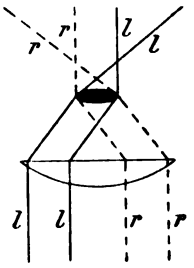



Fig. 186.

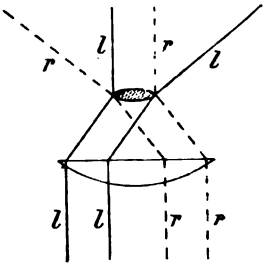



Fig. 187.

Kondensor ein und blendet mit dem Finger[1]) oder mit einem Stück schwarzen Kartons, das man zwischen Spiegel und Kondensor schiebt, die eine Seite der einfallenden Strahlen ab. Statt dieser primitiven Vorrichtung hat F. E. Wright[2]) einen Schieber am Polarisator konstruiert (Fig. 185), bei dem die Diafragmen von verschiedenem Durchmesser auch eine Irisblende ersetzen können. Bei Einschaltung des Kondensors wird man zuerst sehen, dass die dunkeln Ränder bedeutend schmäler werden, (wie dies die Figuren 186 und 187 erläutern), weil die mit *ll* bezeichneten Strahlen teilweise für die Beleuchtung des einen Randes, die mit *rr* bezeichneten teilweise für die Beleuchtung des andern Randes dienen. Erst bei Abblendung treten die Unterschiede deutlich hervor, wobei das Dunklerwerden des einen Randes besonders auffällt. Mit Berücksich-

1) Schroeder v. d. K., Zeitschr. f. wiss. Mikrosk. 8. 1892. 458.
2) T. M. P. M. 20. 1901. 239.

tigung der durch das Mikroskop erfolgenden Umkehr der Bilder ergibt sich folgende Regel:

Einschiebung der Blende und Randverdunklung (im Bilde) auf der gleichen Seite; Korn von stärkerer Lichtbrechung als Flüssigkeit.

Einschiebung der Blende und Randverdunklung (im Bilde) auf verschiedenen Seiten; Korn von schwächerer Lichtbrechung als Flüssigkeit.

Hiernach kann man also jederzeit sehen, in welchem Sinne der Unterschied zwischen Korn und Flüssigkeit liegt. Ob er aber gross oder klein ist, lässt sich am besten aus Farbenerscheinungen ableiten, die bei erheblichem Unterschied in der Dispersion der beiden Medien auftreten; und ein solcher Unterschied tritt meistens auf, da die Flüssigkeiten eine grössere Dispersion als die festen Körper haben.

An einem sehr hübschen Versuch demonstriert Schroeder v. d. K.[1]) die hier auftretenden Verhältnisse. Er bettet pulverisierten Baryt (n = 1.64) in ein Gemisch zweier Flüssigkeiten, deren Indizes unterhalb und oberhalb der Brechung des Baryts liegen, z. B. in Benzol (n = 1.50) und Jodmethylen (n = 1.74). Da nun das Benzol sehr flüchtig ist und durch Verdunstung sehr schnell aus der Mischung verschwindet, so hat diese zu Anfang des Versuchs eine geringere, nach wenigen Minuten eine stärkere Lichtbrechung als der Baryt. In Fig. 3 Taf. II mögen nach der Darstellung Schroeder v. d. Kolks die Abszissen die Zeit, die Ordinaten die Brechungsexponenten angeben. Der Baryt behält während des ganzen Versuchs die gleiche Brechung für blaue und rote Strahlen, was durch die beiden horizontalen Linien angedeutet ist, während in der Flüssigkeit diese Brechung immer höher wird, wie dies durch die beiden parallelen, nach rechts hin ansteigenden Linien, die wegen der grösseren Dispersion der Flüssigkeit einen grösseren Vertikalabstand haben, ausgedrückt werden soll. Zur Anfangszeit $t_1$ sind alle Indizes des Korns höher als die der Flüssigkeit, zur Zeit $t_2$ findet Uebereinstimmung für Blau statt, zur Zeit $t_3$ hat das Korn für Rot einen höheren, für Blau einen niedrigeren Index, zur Zeit $t_4$ findet Uebereinstimmung für Rot statt, und zur Zeit $t_5$ sind schliesslich alle Indizes der Flüssigkeit höher als die des Baryts.

Nennen wir den Rand des Korns, der im mikroskopischen Bild dem einzuschiebenden Schirm zugekehrt ist, den Vorderrand, so haben wir nach dem oben gesagten folgende Erscheinungen zu erwarten (bei dem Hinweis auf die Figuren ist die mikroskopische Bildumkehrung zu berücksichtigen):

Zur Zeit $t_1$ bis $t_2$ Vorderrand dunkel, Hinterrand hell (Fig. 186).
Zur Zeit $t_2$ bis $t_4$ Vorderrand blau (Fig. 187), Hinterrand rot (Fig. 186).
Zur Zeit $t_4$ bis $t_5$ Vorderrand hell, Hinterrand dunkel (Fig. 187).

Auf diese Weise lässt sich an Körnchen, an denen Vorder- und Hinterrand erst bei hundertfacher Vergrösserung zu erkennen sind, die

1) „Tabellen" S. 5—6.

Bestimmung der Brechungsexponenten bis auf eine Einheit der zweiten Dezimale richtig ausführen.

Auch doppelbrechende Krystalle lassen sich nach dieser Methode auf ihre Hauptbrechungsexponenten untersuchen[1]). Bei einaxigen Medien kann man die ordinäre Welle dadurch von der andern häufig unterscheiden, dass die Farbenerscheinungen viel deutlicher auftreten, auch muss man den zugehörigen Index an allen Körnchen gleich gross finden. Die Undeutlichkeit der Farbenerscheinung bei der ausserordentlichen Welle kann damit zusammenhängen, dass die Prismen an den Körnern sehr unregelmässig gebildet sind, und infolge davon die Welle, die in einer Richtung austritt, aus verschieden gerichteten ausserordentlichen Wellen hervorgeht. Diese letzteren haben verschiedene Indizes und können daher zum Teil für Blau, zum Teil für Rot mit der Flüssigkeit übereinstimmen und dadurch die Farbenerscheinung stören. Bei zweiaxigen Medien wird man sich darauf beschränken, die Hauptbrechungsexponenten $\alpha$ und $\gamma$ zu bestimmen, und $\beta$ mit Hülfe des Axenwinkels berechnen.

Von Einbettungsflüssigkeiten sollten nach Möglichkeit chemisch wohl definierte Körper von ganz konstanter Zusammensetzung und gegenüber Licht und Luft unveränderlichen Eigenschaften verwendet werden. Indessen lässt sich diese Forderung zur Zeit nur in beschränktem Masse erfüllen. Besonders ist die Anwendung der Oele wegen ihres indifferenten Verhaltens gegen Glas und Metall, denen sie wohl hauptsächlich ihren Gebrauch in der mikroskopischen Technik verdanken, nicht zu umgehen. Uebrigens haben A. de Lorenzo und C. Riva[2]) verschiedene Oele nach drei und sechs Monaten auf ihre Brechung untersucht und in den meisten Fällen eine Aenderung des Index von nur $\pm$ 0.001 gefunden. Schroeder v. d. K. hat eine lange Reihe von Flüssigkeiten zusammengestellt, von denen besonders zu empfehlen sind:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Wasser | 1.333 | Nitrobenzol | 1.554 |
| Tetrachlorkohlenstoff | 1.466 | Monobrombenzol | 1.561 |
| Bucheckernöl | 1.477 | Bromoform | 1.588 |
| Xylol | 1.495 | Zimmtöl | 1.605 |
| Benzol | 1.501 | Monojodbenzol | 1.621 |
| Zedernholzöl | 1.516 | α Monochlornaphthalin | 1.639 |
| Monochlorbenzol | 1.527 | α Monobromnaphthalin | 1.658 |
| Aethylenbromid | 1.536 | Jodmethylen | 1.740 |
| Nelkenöl | 1.544 | Schwefel in Jodmethylen | 1.83 |

Schwefel, geschmolzen bei 110°, 1.93.

Die nebenstehenden Brechungsexponenten beziehen sich bis auf den letzten auf eine Temperatur von etwa 15° und sind an möglichst reinen Körpern bestimmt worden, dennoch muss man an jedem neuen Präparat

---

1) s. auch H. Ambronn, Ber. d. math.-phys. Klasse. K. Sächs. Ges. d. Wiss. 1893. 3 S.

2) Ref. Z. X. 35. 1902. 501—502; s. auch C. Riva, Rendiconti Accad. Lincei 9. 1900. 173.

die Bestimmung von neuem vornehmen, schon weil man es zum Teil mit keinen chemischen Individuen zu tun hat[1]). Mineralien mit höherem Index als 1.93 kann man nach Retgers[2]) in geschmolzenen Phosphor einbetten, der die Eigenschaft hat, auch in kapillaren Räumen, also unter dem Deckglas, längere Zeit flüssig zu bleiben. Phosphor hat flüssig den Index 2.075, fest 2.144. F. Zirkel gibt in seinem Lehrbuch 1893. I. S. 40 eine Lösung von Quecksilberjodid in Anilin und Chinolin mit n = 2.2 an.

**139. Die Beckesche Methode.** Wenn bei der Schroederschen Methode Beleuchtungs- und Farbenerscheinungen in der Hauptsache auf prismatischer Ablenkung und Zerstreuung des Lichtes beruhen, und vorzugsweise lose Massen nach ihr untersucht werden können, so kommen bei dem Beckeschen Verfahren hauptsächlich die Erscheinungen der Totalreflexion zur Geltung und das Untersuchungsobjekt ist der Dünnschliff.

F. Becke lenkte im Jahre 1893[3]) die Aufmerksamkeit auf die feinen Unterschiede in der Beleuchtung, die im mikroskopischen Bilde eines Dünnschliffs unter gewissen Beleuchtungsverhältnissen überall dort entstehen können, wo verschieden brechende Mineralien in einer nahezu in der Sehrichtung liegenden Ebene aneinander stossen. Wenn man nämlich den Kondensor senkt oder das einfallende Licht durch eine Irisblende einschnürt, so erscheint bei Einstellung auf die Oberfläche des Schliffs oder auf eine noch etwas höhere Ebene eine charakteristische helle Linie auf der Seite des stärker lichtbrechenden Minerals.

Zur Erläuterung sei in Fig. 188 die Stelle eines Dünnschliffs dargestellt, in der bei *B* die beiden Mineralien von verschiedener Lichtbrechung in einer vertikalen Ebene zusammenstossen, und deren Beleuchtung durch das konvergent einfallende, durch die Linien 1 bis 12 angedeutete Licht erfolgt. Ueber und unter dem Schliff *ABC* mögen vorläufig Medien von gleicher Lichtbrechung wie die eingebetteten Mineralteile angenommen werden. Die Strahlen 1 bis 12 erfahren nun durch Brechung und Totalreflexion an der Grenzschicht Ablenkungen, wie sie in der Figur für Medien vom Brechungsexponenten 1.508 und 1.561 (also etwa für Leucit und α Bytownit) gezeichnet sind. Von diesen Strahlen werden 1 bis 6 nach oben rechts gebrochen, 7 bis 9 total reflektiert — wenn bei 9 etwa der Grenz-

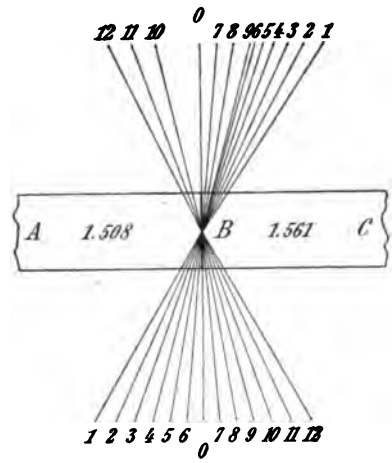


Fig. 188.

1) s. auch die kürzlich erschienene Mitteilung von V. de Sousa-Brandão „Ueber eine Skala von Lichtbrechungs-Indikatoren", Centralblatt 1904. 14—18.

2) N. J. 1893. II. 130—134.

3) S. W. A. **102**. 1893. 358—376. T. M. P. M. **13**. 1892/93. 385—388.

winkel der Totalreflexion liegt — und 10 bis 12 nach oben links mit einer kleinen Aufrichtung gebrochen. Die symmetrisch einfallende Beleuchtung ist also nach dem Durchlaufen des Dünnschliffs an der Grenzschicht unsymmetrisch verteilt; es findet eine Konzentration des Lichtes am Rande des stärker brechenden Mediums statt, wo mehr Licht austritt, als an irgend einer andern Stelle auf $AB$ oder $BC$, und diese Konzentration macht sich im mikroskopischen Bilde (Taf. XVI Fig. 1) in Gestalt einer zarten, hellen Linie bemerkbar, die wohl auch nach dem Entdecker benannt wird[1]). Stellt man das Mikroskop auf die Unterseite des Schliffs ein, so kehrt sich die Erscheinung um und man sieht nun die helle Umrandung auf der Seite des schwächer lichtbrechenden Minerals (Taf. XVI Fig. 2). Bei mittlerer Einstellung sieht man die Grenze scharf und ohne irgend eine unsymmetrische Schattierung in der Beleuchtung, hebt man aber den Tubus um ein weniges, so dass die Oberfläche des Schliffs in die Bildebene rückt oder scharf gesehen wird, so tritt die Erscheinung um so deutlicher hervor, je mehr man den Beleuchtungskegel bis zum Grenzwinkel der Totalreflexion einengt. Wenn man also nur die Strahlen von 4 bis 9 einfallen lässt, erkennt man jene Linie gut, während sie bei stärkerer Konvergenz verwaschen wird und ganz verschwindet. Je geringer die zu beobachtenden Unterschiede in der Lichtbrechung der beiden Mineralien sind, um so grösser ist der Grenzwinkel der Totalreflexion und um so flacher müssen die Randstrahlen des Beleuchtungskegels die Grenzschicht treffen, um so stärker muss also auch die Einengung, durch eine Irisblende etwa, erfolgen. Bei sehr dicken Schliffen tritt die Erscheinung weniger prägnant hervor, weil jeder Punkt der vertikalen Grenzebene zum Ausgang der unsymmetrischen Lichtverteilung dienen kann, und durch die Uebereinanderlagerung dieser Ausgangspunkte in erheblichen Niveauunterschieden der Effekt bei der Tubusbewegung nicht so plötzlich eintritt.

Alle nicht vollkommen reinen und nicht vollkommen intakt gebliebenen, ebenso wie stärker geneigte Grenzschichten sind von der Beobachtung auszuschliessen; es soll die Schicht möglichst senkrecht zum Schliff liegen. Von dem Eintreffen der letzteren Bedingung überzeugt man sich leicht, wenn man das Mikroskop auf verschiedene Höhen jener Ebene einstellt und dabei keine Seitenverschiebung wahrnimmt.

Die unsymmetrische Beleuchtung, die bei gehobenem Tubus in der Form der hellen Beckeschen Linie auf der Seite des stärker lichtbrechenden Minerals auftritt, wird noch verstärkt, wenn man das Licht schief einfallen lässt (Taf. XVI Fig. 3). Man kann hier wie Schroeder v. d. K. verfahren, indem man den Finger oder eine Scheibe zwischen Spiegel und Polarisator seitlich vorschiebt oder den Wrightschen Schieber anwendet oder auch, wegen der Reziprozität des Strahlengangs, die seitliche Abblendung nicht beim Eintritt sondern beim Austritt des Lichtes, also oberhalb des Okulars vornimmt. Dieses letztere Verfahren benutzte

---

1) Vergl. W. Salomon, Z. X. 26. 1896. 182; Erläuterung der Taf. XVI s. S. 266.

S. Exner schon 1885 bei seinem Mikrorefraktometer[1]), das nach Beckes Angaben von Fuess in der durch Fig. 189 wiedergegebenen Form angefertigt wird.

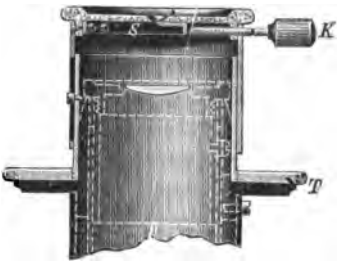
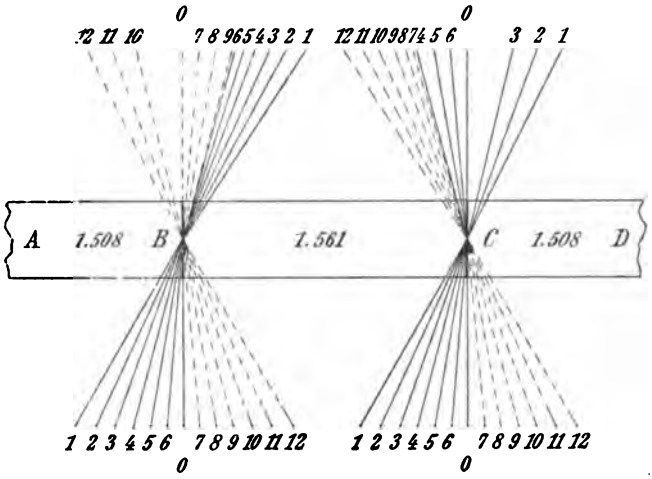



Fig. 189.

Dieser kleine Apparat wird über das Okular gestülpt und an seinem ausziehbaren Teil so lange auf und ab geschoben, bis die bei $S$ befindliche Oeffnung genau in der Austrittspupille (vergl. Fig. 89 S. 140) des betreffenden Okulars, das in der Figur gestrichelt angedeutet ist, liegt. Man erkennt die Richtigkeit dieser Stellung an dem Verschwinden des, das Gesichtsfeld umgebenden blauen Saumes. Die Schraube $K$ bewegt einen Schieber vor die Oeffnung und blendet dadurch einen Teil der Strahlen ab.




Fgi. 190.

Angenommen, diese Abblendung erfolge von unten her, und von dem zuerst symmetrisch einfallenden Lichtbündel 1 – 12 (Fig. 190) komme nur die ausgezogene Hälfte zum Durchtritt. Dieses Licht falle auf ein Mineralkorn $BC$, das von einem schwächer brechenden Medium $AB$ und $CD$ umgeben werde. Der in Fig. 190 nach den eingezeichneten Brechungsexponenten richtig konstruierte Strahlengang lässt erkennen, dass der dem einfallenden Lichtkegel abgewandte Rand des Einschlusses stärker beleuchtet wird, als der zugewandte oder, wenn wir die mikroskopische Umkehrung berücksichtigen, dass im Bilde ein stärker brechendes Korn einen hellen Rand auf der Seite des einfallenden Lichtes zeigt. Auch sieht man aus Fig. 190, dass die Unterschiede an den beiden Seiten des Korns deutlicher hervortreten, wenn ausser der schiefen Beleuchtung

1) Arch. f. Mikrosk. Anatomie **25**. 1885. 97.

noch eine Einschnürung des einfallenden Lichtkegels stattfindet, wenn nämlich die Strahlen 1, 2, 3 und 10, 11, 12 fortfallen.

In den durch Fig. 188 und 190 dargestellten günstigsten Verhältnissen wurde angenommen, dass bei dem Uebergang des Lichtes aus dem Schliff in das einschliessende Medium keine Ablenkung stattfinde, wie dies beispielsweise bei Quarz und Orthoklas in Canadabalsam auch annähernd der Fall ist. Weniger deutlich treten die Beleuchtungsverhältnisse auf, wenn das einschliessende Medium einen erheblich niedrigeren Index hat, weil dann die Lichtbüschel beim Austritt stark zerstreut werden. Will man beispielsweise Augit und Granat vergleichen, so muss man nicht Canadabalsam, sondern nach Becke Jodmethylen als Einschlussmittel verwenden.

Dank dem freundlichen Entgegenkommen des Herrn Professor Dr. Becke konnten in Tafel XVI die 1893 in den Sitzungsberichten der Wiener Akademie veröffentlichten Illustrationen, die seine Methode so vortrefflich erläutern, Aufnahme finden. In den vier Figuren ist ein und dieselbe Stelle eines Dünnschliffs aus den mikroklinreichen Randpartien des Tonalitkerns der Rieserfernergruppe in Tyrol abgebildet.

Zur Orientierung über die vorhandenen Mineralien werfe man zuerst einen Blick auf Figur 4, die den Schliff zwischen gekreuzten Nicols zeigt. Man erkennt unten ein grosses rundliches Mikroklinkorn mit deutlicher Gitterstruktur, darüber wenig nach rechts verschoben ein noch etwas grösseres Korn desselben Minerals, bei dem die Verzwillingung nicht erkennbar ist, weil der Schnitt ungefähr nach der Fläche *M* geht. Ziemlich genau in der Mitte des grossen Korns liegt ein rundlicher Quarzeinschluss, und von dem gleichen Mineral finden sich zwei eckige Einschlüsse im kleineren Mikroklin links in der Gitterstreifung. In den rechten Rand des oberen Kornes schiebt sich eine mikropegmatitische Verwachsung von Quarz und Plagioklas (Oligoklas-Andesin) ein, die noch drei bis vier (in Fig. 4 hell erscheinende) Mikroklinkörnchen umschliesst. Die übrigen Teile des Schliffs bestehen aus einem körnigen Gemenge von kleinen Mikroklinkörnern, Quarz, Plagioklas und Biotit. Unten rechts im Quarz hebt sich ein Zirkonsäulchen deutlich hervor.

Figur 1 ist aufgenommen bei symmetrischer Beleuchtung und Einstellung auf die Oberfläche des Schliffs. Man sieht — am besten mit einer schwachen Lupe — auf der Innenseite der Ränder der Quarzkörner und der Mikropegmatite eine zarte helle Linie und ferner, besonders im Mikroklin, helle Striche, die feinen Mikroperthitspindeln entsprechen. Das Zirkonsäulchen unten rechts im Quarz ist hell erleuchtet. Die drei bis vier im Mikropegmatit liegenden Mikrokline sind dunkler als ihre Umgebung, da der Mikropegmatit aus Quarz und Oligoklas-Andesin besteht und also höhere Lichtbrechung hat.

Figur 2 ist aufgenommen bei ebenfalls symmetrischer Beleuchtung aber Einstellung auf die Unterseite des Schliffs. Die hellen Beckeschen Linien liegen jetzt nicht mehr an der Innenseite der Quarzeinschlüsse, sondern an deren Aussenseite, also im niedriger brechenden Mikroklin;

infolgedessen heben sich auch die drei bis vier Mikroklinkörnchen im Mikroperthit hell von ihrer Umgebung ab. Die Mikroperthitspindeln sind in dunkle Striche umgewandelt, auch der Zirkon erscheint dunkel auf hellem Grund.

Figur 3 zeigt eine Aufnahme bei schiefer Beleuchtung und Einstellung auf die Oberfläche des Objektes. Die Lichtquelle ist nach links gerückt, und daher sind — unter Berücksichtigung des aus Fig. 191 zu ersehenden Einflusses der mikroskopischen Bildumkehrung — die linken Seiten der stärker brechenden Mineralien, wie Quarz etc., hell beleuchtet, während bei den schwächer brechenden Einschlüssen, wie bei den mehrfach erwähnten Mikroklinen im Mikroperthit, diese helle Seite rechts liegt. Durch die einseitige Verteilung des Lichtes wird das Relief bedeutend verstärkt, was man auch an den wulstig erscheinenden Mikroperthitspindeln und an dem Zirkonkrystall wahrnehmen kann.

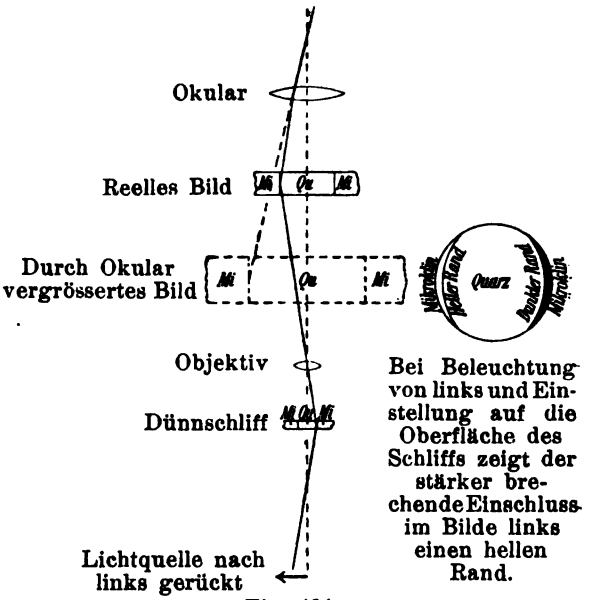


Fig. 191.

Der grosse Vorteil der Beckeschen Methode liegt in der Vermeidung von Flüssigkeiten und der Verwendung nur jener Apparate, die an jedem modernen Polarisationsmikroskop ohne weiteres angebracht sind. Sie ermittelt zunächst nur den Unterschied in der Brechung zweier Mineralien im Dünnschliff, erreicht aber hier eine Genauigkeit, die keiner anderen mikroskopischen Methode mit solcher Leichtigkeit zugänglich ist. So lässt sich nach Einstellung des Polarisators an zwei, in gekreuzter Stellung nebeneinander liegenden Quarzen sofort zeigen, dass die eine von der ordentlichen Welle ($\omega = 1.544$) durchlaufene Lamelle stärkere Lichtbrechung besitzt als die andere, die von der ausserordentlichen Welle ($\varepsilon = 1.553$) durchlaufen wird. Selbst die verschiedene Lichtbrechung in den Zwillingslamellen eines Leucitdünnschliffs, die kaum mehr als 0.001 beträgt, ist zu erkennen. Dreht man einen solchen Zwilling derart gegen das zentral einfallende, und durch eine Irisblende stark eingeengte, polarisierte Licht, dass dessen Schwingungsrichtung mit der grösseren Elastizität (a) in der einen Lamelle und der kleineren (c) in der anderen Lamelle übereinstimmt, so erscheint bei Hoch(Tief)stellung die letztere Lamelle deutlich heller (dunkler) als die andere.

**140. Anwendungsgebiet der Beckeschen Methode.** Bei Untersuchung der Dünnschliffe holokrystalliner Gesteine kann man häufig aus dem Brechungsverhältnis eines bekannten Minerals zu einem unbekannten eine Diagnose ableiten. Besonders erfolgreich wird dieser Weg bei der Bestimmung der Unterabteilungen der Feldspäte beschritten. Ist Quarz vorhanden, so hat man in jedem Korn ein Vergleichsmaterial mit dem Index 1.544 ($\omega$) und in günstigen Schnitten auch ein solches mit dem Index 1.553 ($\varepsilon$). Ueberblickt man nun die Brechungsexponenten in der Feldspatgruppe, wie sie sich im zweiten Teil dieses Buches finden, so erkennt man, dass Orthoklas, Mikroklin und Albit immer niedrigere, La-

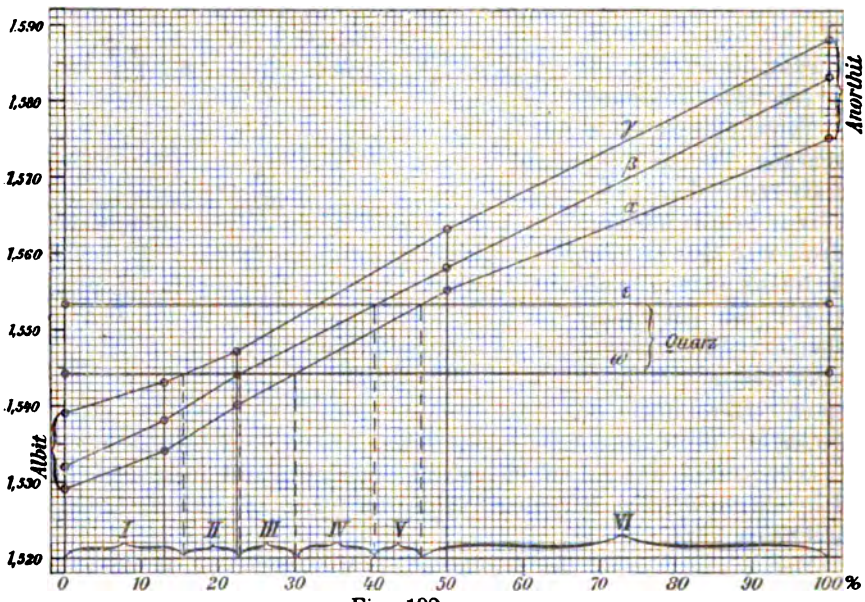



Fig. 192.

brador und Anorthit immer höhere Lichtbrechung als Quarz und zwar in jeder Schnittlage zeigen müssen, und dass für die sauren Plagioklase und solche von mittlerer Basizität, je nach der relativen Lage der Elastizitäten in den aneinander stossenden Blättchen, mannigfache, praktisch zu verwertende Beziehungen auftreten, die aus der graphischen Darstellung in Fig. 192 zu erkennen sind. Zur Konstruktion dieser Zeichnung wurden die neueren Angaben über die Brechungsexponenten der Plagioklase verwendet, wie sie auch Herr F. Becke nach brieflicher Mitteilung an Stelle seiner 1893 angenommenen Zahlen setzt.

| | Anorthitgehalt in Molekularprozenten | α | β | γ |
|---|---|---|---|---|
| Albit | 0 % | 1.529 | 1.532 | 1.539 |
| Oligoklas-Albit | 13 % | 1.534 | 1.538 | 1.543 |
| Oligoklas | 22½ % | 1.540 | 1.544 | 1.547 |
| Labrador | 50 % | 1.555 | 1.558 | 1.563 |
| Anorthit | 100 % | 1.575 | 1.583 | 1.588 |

Zunächst kann man die Plagioklase in drei Gruppen trennen, die wir wegen der späteren Einteilung mit I + II, III + IV und V + VI bezeichnen wollen, und für welche bezüglich des mittleren Brechungsexponenten $\beta$ folgende Verhältnisse gelten:

| I + II | III + IV | V + VI |
|---|---|---|
| $\beta \begin{matrix} < \omega \\ < \epsilon \end{matrix}$ | $\beta \begin{matrix} > \omega \\ < \epsilon \end{matrix}$ | $\beta \begin{matrix} > \omega \\ > \epsilon \end{matrix}$ |

Schnitte von Plagioklasen annähernd senkrecht zu einer optischen Axe lassen hiernach immer die Scheidung von I + II einerseits, von III + IV andererseits vornehmen, lassen also immer erkennen, ob Albit und saurer Oligoklas oder basischere Glieder vorliegen. Grenzen diese Schnitte an einen stark doppelbrechenden Quarz, so lässt sich auch noch der Vergleich mit $\epsilon$ anstellen, und die Gruppe III + IV von V + VI, d. h. basischer Oligoklas und saurer Andesin, wieder von den basischeren Gliedern sondern. Bequem für die Beobachtung sind zuweilen auch die beliebig getroffenen Plagioklase, die also Vergleiche von $\omega$ mit $\alpha_1$ und $\gamma_1$ anzustellen erlauben. Bei einer systematischen Behandlung der Frage muss man sich erinnern, dass in jedem beliebigen Durchschnitt eines Plagioklases zwei Elastizitäten liegen, die nicht mit den Hauptelastizitäten a, b oder c übereinzustimmen brauchen, von denen aber die eine Elastizität zwischen a und b, die andere zwischen b und c liegen muss, so dass wir die zugehörigen Brechungsexponenten mit $\alpha_1$ und $\gamma_1$ bezeichnen können; $\alpha_1$ kann bis $\beta$ hinauf, $\gamma_1$ bis $\beta$ hinunter rücken.

Sucht man nun im Schliff solche Stellen aus, in denen aneinander stossende Quarz- und Feldspatkörner gleichzeitig auslöschen, so müssen die Hauptelastizitäten der beiden Schnitte parallel laufen, d. h. es muss die grössere Elastizität im Feldspat mit der im Quarz gleich gerichtet sein, oder senkrecht auf ihr stehen. Bezeichnen wir die erste Orientierung als Parallelstellung, die zweite als Kreuzstellung, so können wir mit Becke für die vergleichenden Bestimmungen der Indizes, im Anschluss an die obige Figur 191, folgende Gruppierung vornehmen:

| Gruppe | Parallelstellung | Kreuzstellung | | Näherungsweise |
|---|---|---|---|---|
| I | $\omega > \alpha_1 \quad \epsilon > \gamma_1$ | $\omega > \gamma_1 \quad \epsilon > \alpha_1$ | Albit | $Ab - Ab_8An_1$ |
| II | $\omega > \alpha_1 \quad \epsilon > \gamma_1$ | $\omega \gtrless \gamma_1 \quad \epsilon > \alpha_1$ | Oligoklas | $Ab_8An_1 - Ab_3An_1$ |
| III | $\omega \gtrless \alpha_1 \quad \epsilon > \gamma_1$ | $\omega < \gamma_1 \quad \epsilon > \alpha_1$ | Oligoklas | $Ab_3An_1 - Ab_2An_1$ |
| IV | $\omega < \alpha_1 \quad \epsilon \gtrless \gamma_1$ | $\omega < \gamma_1 \quad \epsilon > \alpha_1$ | Andesin | $Ab_2An_1 - Ab_3An_2$ |
| V | $\omega < \alpha_1 \quad \epsilon < \gamma_1$ | $\omega < \gamma_1 \quad \epsilon \gtrless \alpha_1$ | Andesin | $Ab_3An_2 - Ab_1An_1$ |
| VI | $\omega < \alpha_1 \quad \epsilon < \gamma_1$ | $\omega < \gamma_1 \quad \epsilon < \alpha_1$ | Labrador-, Bytownit-, Anorthit | $Ab_1An_1 - An$ |

Es lassen sich also, lediglich durch Vergleich der Lichtbrechung im Dünnschliff mit Hülfe der Beckeschen Linie, Albit, Oligoklas, Andesin

voneinander und von den basischeren Gliedern unterscheiden, und es kann in manchen günstigen Schnitten auch noch in der Reihe der Oligoklase und Andesine eine weitere Trennung vorgenommen werden.

**141. Erweiterung der Beckeschen Methode.** Da die Empfindlichkeit der Methode wohl neunmal grösser ist als der Unterschied der hier hauptsächlich in Betracht kommenden Vergleichsindizes, nämlich des ordentlichen und ausserordentlichen Brechungsexponenten des Quarzes, so zeigte W. Salomon[1]), dass man auch Quarzschnitte zum Vergleich heranziehen könne, die nicht parallel zur $c$-Axe getroffen sind. Er ermittelt das betreffende $\varepsilon_1$ aus der Schiefe des Schnittes, die er aus dem im Konoskop zu beobachtenden Axenaustritt findet.

C. Viola hat die Vorgänge bei der Entstehung der Beckeschen Linie im einzelnen verfolgt[2]) und gefunden, dass bei dem Herunterschrauben des Tubus gerade bis zum Verschwinden der hellen Linie das Mikroskop auf die vom tiefsten Punkt der Grenzschicht total reflektierten Strahlen eingestellt ist, und dass man also, beim Heraufbewegen bis zur Einstellung auf die Oberfläche des Schliffs, die Strecke D—h der Chaulnesschen Methode finden kann, woraus sich mit Hülfe des Brechungsexponenten die Dicke eines Schliffs ermitteln lässt. Der gleiche Autor hat gefunden[3]), dass der Unterschied der Indizes zweier im Dünnschliff aneinander stossender Mineralien sich aus der Oeffnung der Irisblende, die für die Grenze der Beleuchtung nötig ist, berechnen lässt. Als Grenze der Beleuchtung bezeichnet Viola den zur Entstehung der Beckeschen Linie gerade noch nötigen Beleuchtungsgrad.

Michel-Lévy hat diese Methode dadurch weiter ausgestaltet[4]), dass er bei Abwesenheit von Quarz den Schliff von seinem Deckglas befreit und das mit einem Diamantstift angeschnittene fragliche Mineral mit einer Flüssigkeit von bekanntem Index bedeckt. Da von den Schroeder v. d. Kolkschen Flüssigkeiten viele den Canadabalsam angreifen, so nimmt Michel-Lévy die passend verdünnte Kleinsche Lösung, nachdem er vorher den irgend freiliegenden Canadabalsam mit Benzol entfernt hat. Um den Brechungsexponenten der Lösung nicht mit einem Refraktometer bestimmen zu müssen, bedient er sich einer von Mechaniker Ivan Werlein hergestellten Serie von 16 Mineralien mit bekannten Indizes[5]).

---

1) Z. X. **26**. 1896. 178—187; s. a. N. J. B. B. **11**. 1897. 358 und 392.

2) T. M. P. M. **14**. 1895. 554—562.

3) T. M. P. M. **16**. 1897. 150—154; auch Rendiconti R. Accad. Lincei. **5**. 1896. 212—216.

4) Étude sur la détermination des Feldspats etc. Paris 1894. 58—63.

5) Wegen der meistens stark abweichenden Dispersion von Flüssigkeit und Mineral sind Farbenerscheinungen zu erwarten, über die auch H. Ambronn Betrachtungen anstellte. Ber. K. Sächs. Ges. d. Wiss. Leipzig 1896. 8 S. Eine Näherungsmethode, die mit einer Flüssigkeit beide Indizes eines doppelbrechenden Blättchens zu bestimmen erlaubt, hat ebenfalls H. Ambronn angegeben. Ber. K. Sächs. Ges. d. Wiss. 1893. 3 S.

A. Brun[1]) taucht die Mineralien in Körnerform in Flüssigkeiten von bekanntem Index, richtet aber seine Aufmerksamkeit nicht so sehr auf die Randlinie bei scharfer Einstellung, als auf die Beleuchtung des Zentrums des Kornes bei Aenderung der Tubusstellung. Von der mittleren Einstellungslage des Tubus ausgehend muss,

wenn man den Tubus hebt,
die Mitte des Korns heller werden,
wenn das Korn einen höheren Index hat als die umgebende Flüssigkeit. Er führt die Erscheinung auf Totalreflexion zurück, doch handelt es sich hier wohl eher um eine Addition der Erscheinungen der Totalreflexion und der Brechung.

**142. Chagrin und Relief der Mineralien im Dünnschliff.** Beobachtet man die verschiedenen Mineralien eines Dünnschliffs, der in der gewöhnlichen Weise in Canadabalsam eingebettet ist, so sieht man bei genauer Einstellung die Oberfläche der einen glatt und eben, die der andern rauh und runzelig. Man hat letztere, wegen der Aehnlichkeit mit der Oberfläche des Chagrinleders, chagrinierte Oberflächen genannt[2]). Ferner sieht das mikroskopische Bild so aus, als wenn manche Mineralien erhöht, andere vertieft wären, obgleich sie doch in Wirklichkeit alle in einer Ebene liegen. Diese Erscheinung bezeichnet man als das Relief der Mineralien.

Aus den Darstellungen der §§ 138—141 erklärt sich die chagrinierte Oberfläche als eine Erscheinung, die von der Beschaffenheit der Mineraloberfläche und dem Einbettungsmedium herrührt. An vollkommen polierten ebenen Flächen ist niemals ein Chagrin zu beobachten, auch nicht, wenn Lichtbrechung im Korn und in der Umhüllung stark voneinander abweichen. Ebenso verschwindet dieses für manche Mineralien so charakteristische Merkmal, wenn Korn und Hülle gleiche Indizes haben. In beiden Fällen findet ein regelmässiger Uebergang der Lichtwellen aus dem einen Medium in das andere statt, wenn dieser Uebergang auch im ersten Fall mit einer Ablenkung verbunden ist. Ist dagegen der eingeschlossene Körper rauh und stärker oder schwächer lichtbrechend als seine Bedeckung, so erfahren die Wellen, an den infolge ungenügender Politur mannigfach geneigten Flächenstückchen der Grenzebene, unregelmässige Zerstreuung. Ferner können viele Wellen unter grösserem als dem Grenzwinkel auffallen und daher eine Totalreflexion erleiden. Mit dieser unregelmässigen Verteilung des Lichtes ist die unregelmässige Beleuchtung verbunden, welche die chagrinierte Oberfläche hervorruft.

Auch das Relief der Mineralien erklärt sich aus dem Inhalt der vorangegangenen Paragraphen. Die Ränder der stärker brechenden Einschlüsse erscheinen heller als die Umgebung und tragen damit bei zu der optischen Täuschung einer Annäherung des Objektes, also eines Heraus-

1) Arch. Sc. phys. et math. Genève **32**. 1894. 3 S.
2) J. Thoulet, Bull. Soc. Min. Fr. **3**. 1880. 62—68.

tretens aus der Umgebung. Bei Hochstellung des Tubus glaubt man, wegen der Verwaschenheit der Beckeschen Linie des kleinen, stärker lichtbrechenden Korns, dessen ganze Fläche heller und damit auch etwas höher zu sehen. Stellt man auf die untere Fläche des Schliffes ein, so erscheint diese um so stärker gehoben, je grösser der Index ist (vergl. § 136), und diese Tatsache, verbunden mit dem Bewusstsein wirklich gleicher Dicke, verstärkt noch die Vorstellung, dass die obere Fläche reliefartig heraustrete. Umgekehrt erscheinen schwächer lichtbrechende Durchschnitte vertieft und bei vollkommener Klarheit wie Löcher im Präparat. Diese optischen Täuschungen mögen aber auch durch scheinbaren Licht- und Schattenwurf verursacht werden. Wenn man z. B. bei den eckigen Quarzkörnern im unteren Mikroklin der Fig. 3 Taf. XVI den Eindruck bekommt, als wenn es sich gleichsam um ein von links her von der Sonne beleuchtetes Plateau handelte, so müssen die 3 bis 4 Mikroklinkörnchen im Mikropegmatit rechts wie Depressionen aussehen, die von steilen Rändern umgeben sind, da hier der Licht- und Schattenwurf umgekehrt liegt.

Die Intensität des Reliefs ist zur Orientierung im Schliff von grosser Bedeutung, indessen darf man nicht einmal schätzungsweise die Unterschiede der Brechungen danach bestimmen wollen, weil die Art der Präparation von zu grossem Einfluss auf jene Intensität ist.

Ueber die in älterem Canadabalsam entstehenden Punktierungen und Ränderbildungen, die mit der Oberfläche des Schliffs in manchen Beziehungen stehen, veröffentlichte C. Benedicks[1]) einige Beobachtungen.

**143. Die Methode der Totalreflexion.** Zur Beobachtung des mit der Totalreflexion verbundenen Grenzwinkels (vergl. § 34) dienen die in §§ 118—119 beschriebenen Instrumente. Die Beleuchtung zur Hervorbringung der Grenze zwischen hell und dunkel kann entweder durch streifend einfallendes (Fig. 193a) oder durch reflektiertes Licht (Fig. 193b) erfolgen. Die an den Halbkugelinstrumenten auftretenden Beleuchtungsverhältnisse sind in den genannten Figuren so dargestellt, wie sie zwischen Kalkspat $\omega$ und einem Glas vom Brechungsexponenten 1.83 auftreten. Der optische Kontakt zwischen Krystall und Halbkugel muss durch eine Flüssigkeit, deren Index den des Krystalls übersteigt, erfolgen. Der Krystall ist nach Möglichkeit immer so aufzulegen, dass diese Flüssigkeitsschicht von parallelen Flächen begrenzt wird, dann ist ihr Einfluss auf die Neigung der Strahlen verschwindend. Bei dem in Fig. 193a dargestellten streifenden Einfall, bei dem man von links her ein Lichtbüschel 1 bis 6 auf die dem Einfallsfernrohr gegenüberliegende Seite der Berührungsebenen von Krystall und Halbkugel fallen lässt, werden die Wellennormalen links 1 und 2 nach rechts 1 und 2 total reflektiert und nicht weiter verwendet. Die tangierende Wellennormale 3 wird unter dem Grenzwinkel $\varrho$ gebrochen, und die übrigen Normalen 4, 5 und 6 erfahren teils Reflexion nach rechts

1) Bull. Geol. Inst. Upsala. 5. 1901. 271—275.

oben, teils Brechung nach rechts unten. Stellt man nun ein Fernrohr auf die austretende Richtung 3 ein, so sieht man (Fig. 193a rechts) die untere Hälfte des Gesichtsfeldes halb hell und die obere Hälfte vollständig dunkel. Kennt man den Index $N$ des Glases, aus dem die Glaskugel angefertigt ist, so kann man aus dem Winkel $\varrho$ den Index der total reflektierten Wellennormale berechnen:

$$n = N \sin \varrho.$$

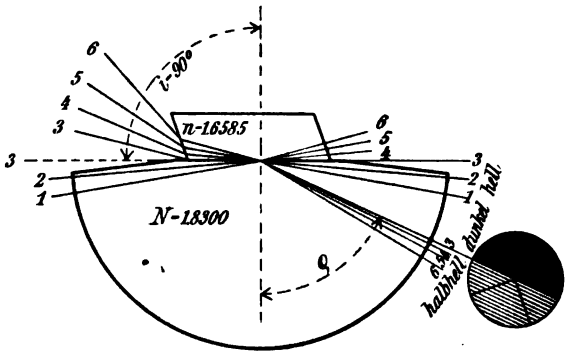



Fig. 193a.

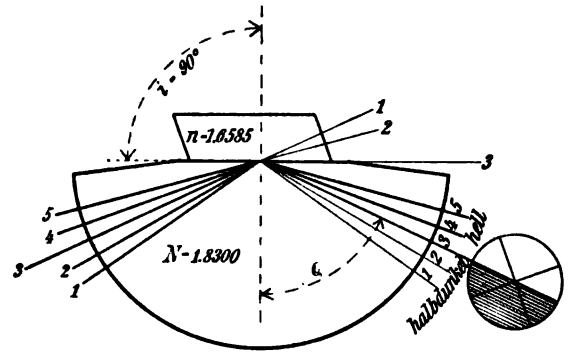



Fig. 193b.

Die Umrisse des zu untersuchenden Krystalls können dem Eintritt der Wellennormalen 3, 4 u. s. w. so hinderlich sein, dass zur Hervorbringung eines schmalen, das halbhelle Gesichtsfeld beleuchtenden Büschels ein breites Einfallsbüschel erforderlich ist; ja diese hindernde Wirkung kann so stark werden, dass sie die Einstellung auf die Grenzlinie der partiellen Brechung (Fig. 193a) unmöglich macht. In solchen Fällen wendet man die zweite Beleuchtungsart, die des reflektierten Lichtes, an, wie sie in Fig. 193b für die gleichen Substanzen dargestellt ist. Man bringt hier das Fadenkreuz des Fernrohrs auf die Grenzlinie der partiellen Reflexion. Wenn der Rand des Präparates es irgend ermöglicht, wendet man die erstere Art der Beleuchtung an, da die Grenze zwischen dunkel und halbhell (Fig. 193a) deutlicher zu erscheinen pflegt, als diejenige zwischen

hell und halbdunkel (Fig. 193b). Der Winkel $\varrho$ ist in beiden Fällen der gleiche, wie aus den Figuren hervorgeht. Bei der Anbringung der Beleuchtung durch Spiegel oder Linse muss man vorsichtig die eine Beleuchtungsart von der andern trennen und also nicht etwa Licht in der Richtung 3, 4, 5 der Figur 193a mit Licht in der Richtung 3, 4, 5 der Figur 193b auffallen lassen, da dann das dunkle Feld der partiellen Brechung oder das halbdunkle Feld der partiellen Reflexion aufgehellt und damit die Grenzlinie verwischt würde.

Bei den doppelbrechenden Medien können die Verhältnisse bei der Berechnung der Hauptbrechungsexponenten z. T. sehr verwickelt werden. In der Praxis wird man bestrebt sein, die Untersuchung an Flächen auszuführen, die den optischen Hauptschnitten parallel laufen. Wir wollen uns in der Hauptsache auf die Darstellung der hier auftretenden Verhältnisse beschränken und im übrigen auf Liebischs physikalische Krystallographie, 1891. 415—427, wo auch ausführliche Literatur zu finden ist, verweisen.

An einem tetragonalen oder hexagonalen Krystall sei eine parallel zur Hauptaxe angeschliffene Fläche vorhanden, die zur Ermittelung von $\varepsilon$ oder $\omega$ oder eines mittleren Index dienen soll. Zur Einstellung der Grenze der ordentlichen oder ausserordentlichen Welle versieht man das Fernrohr mit einem Analysator. Bei Drehung der Krystallplatte auf der gläsernen Halbkugel (oder besser mit dieser) erhält man Grenzwinkel für alle Wellennormalen oder auch für deren reziproke Werte, d. h. für alle Halbmesser des Durchschnitts der Indexfläche. Die Zeichenebene von Fig. 194 stellt die Schlifffläche des Krystalls dar, das Einfallslot steht im Mittelpunkt $O$ senkrecht, und die Einfallsebenen für alle Azimute liegen senkrecht zur Zeichenebene. Befindet sich das Fernrohr in der Einfallsebene I, also in einem optischen Hauptschnitt, so sieht man im Fernrohr nur eine Grenzlinie, und der Grenzwinkel gibt einen Wert für die ordentliche Welle $\omega$. Liegt das Fernrohr in der Einfallsebene II, also senkrecht zum Hauptschnitt, so erhält man im Gesichtsfeld zwei Grenzlinien, und die zugehörigen Grenzwinkel ergeben Werte für die ordentliche und die ausserordentliche Welle. In allen Zwischenlagen der Einfallsebene, wie in III, erhält man ausser $\omega$ einen Wert $\varepsilon_1$, der in Fig. 194 der Länge ON entspricht. Bemerkenswert ist hier die schiefe Lage der Grenzlinie, die einer Tangente an die Indexfläche parallel läuft.

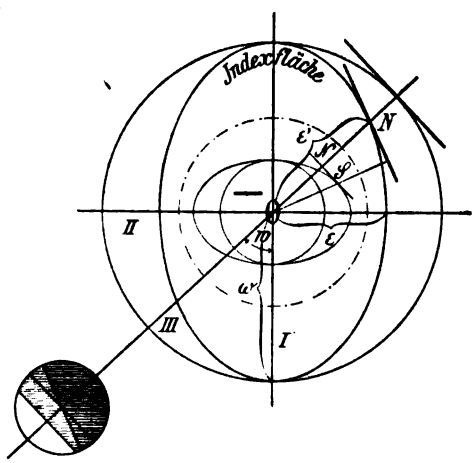



Fig. 194.

An einem Schliff senkrecht zur optischen Axe erhält man nur die beiden Grenzwinkel für die Indizes $\varepsilon$ und $\omega$, und zwar in jedem Azimut der Einfallsebene. Die hier auftretenden Verhältnisse sind aus Fig. 195 zu ersehen.

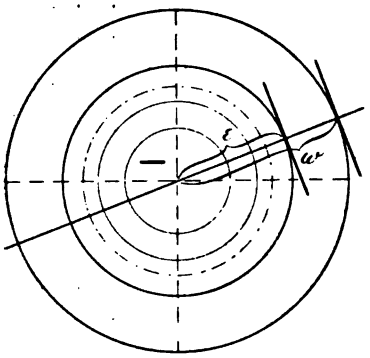



Fig. 195.

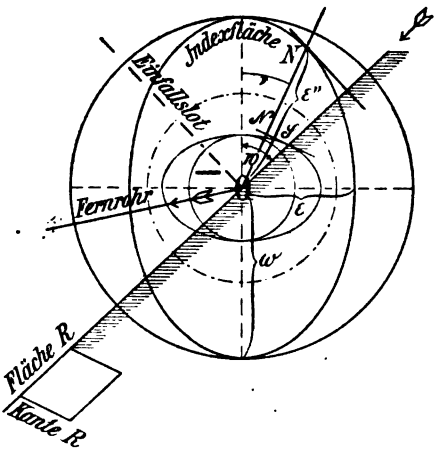



Fig. 196.

An einer Spaltungsfläche von Kalkspat, deren Neigungswinkel gegen die optische Axe mit $w$ bezeichnet werde, erhält man einen Grenzwinkel, aus dem sich ein Brechungsexponent $\varepsilon_2 = ON$ (Fig. 196) ableitet. Dieser Index gehört nach Th. Liebisch zu dem unter dem Winkel $\nu$ ($= 45^0\,23^1/_2'$, in der Figur verzerrt) gegen die $c$-Axe geneigten Strahl[1]) und nicht etwa zu der in dieser Richtung liegenden Wellennormale. Die Ebene der Zeichnung läuft einem optischen Hauptschnitt parallel und liegt senkrecht zu einer Rhomboëderfläche. Einfallslot und Fernrohr liegen ebenfalls im optischen Hauptschnitt. Nochmals darf wohl darauf hingewiesen werden, dass bei gleicher Richtung der streifend einfallenden Wellen, je nach der Lage des Schliffs, verschiedene Werte für den ausserordentlichen Index erhalten werden. Bei gleichen Werten von $w$ in Fig. 194 und 196 findet man Grenzwinkel, aus denen sich $\varepsilon_1$ oder $\varepsilon_2$ berechnen.

**144. Tabelle der Brechungsexponenten.** In der folgenden Tabelle sind die Brechungsexponenten der wichtigsten gesteinsbildenden Mineralien in absteigender Linie geordnet zusammengestellt. Bei doppelbrechenden Mineralien ist der Durchschnittsexponent $^1/_3(2\omega+\epsilon)$ oder $^1/_3(\alpha+\beta+\gamma)$ genommen oder $\beta$, wenn nur dieser bekannt ist. Diese von H. Rosenbusch gruppierten Zahlen sollen nur zur allgemeinen Orientierung über die im Reich der gesteinsbildenden Mineralien auftretenden Lichtbrechungen dienen und können infolge der isomorphen Vertretungen bei

1) Vergl. Th. Liebisch, N. J. 1885. I. 245—253. 1885. II. 181—211. 1886. II. 47—66.

vielen Gliedern erhebliche Aenderungen zeigen, worüber im speziellen Teil dieses Werkes eingehend berichtet wird.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Eisenglimmer | 3.08 | Barkevikit | 1.701 | Dolomit | 1.623 |
| Rutil | 2.711 | Aegirinaugit | 1.692 | Chondrodit | 1.622 |
| Pyrophanit | 2.657 | Axinit | 1.691 | Eukolit | 1.619 |
| Brookit | 2.637 | Fuggerit | 1.691 | Topas | 1.619 |
| Anatas | 2.537 | Riebeckit | 1.687 | Tremolit | 1.614 |
| Goethit | 2.5 | Dumortierit | 1.684 | Pektolith | 1.61 |
| Perowskit | 2.38 | Titanolivin | 1.683 | Eudialyt | 1.609 |
| Chromit | 2.097 | Diopsid | 1.683 | Melinophan | 1.606 |
| Cassiterit | 2.029 | Orthit | 1.68 | Calcit | 1.601 |
| Titanit | 1.963 | Hjortdahlit | 1.68 | Biotit | 1.598 |
| Zirkon | 1.952 | Kornerupin | 1.677 | Phlogopit | 1.591 |
| Lievrit | 1.89 | Lawsonit | 1.673 | Klinochlor | 1.589 |
| Melanit | 1.856 | Olivin | 1.671 | Anhydrit | 1.586 |
| Fayalit | 1.854 | Hypersthen | 1.670 | Muscovit | 1.584 |
| Uwarowit | 1.838 | Lotrit | 1.67 | Mejonit | 1.583 |
| Spessartin | 1.811 | Bronzit | 1.669 | Anorthit | 1.582 |
| Monazit | 1.811 | Rinkit | 1.668 | Pennin | 1.582 |
| Almandin | 1.810 | Sillimanit | 1.666 | Alunit | 1.579 |
| Eisenspat | 1.793 | Enstatit | 1.662 | Talk | 1.572 |
| Aegirin | 1.792 | Gehlenit | 1.661 | Brucit | 1.567 |
| Hortonolith | 1.788 | Monticellit | 1.660 | Mizzonit | 1.553 |
| Korund | 1.766 | Breunnerit | 1.654 | Dipyr | 1.550 |
| Hussakit | 1.752 | Jadeit | 1.654 | Bastit | 1.550 |
| Epidot | 1.751 | Mosandrit | 1.651 | Heulandit | 1.550 |
| Laavenit | 1.750 | Turmalin | 1.650 | Cordierit | 1.548 |
| Grossular | 1.744 | Rosenbuschit | 1.65 | Quarz | 1.547 |
| Pyrop | 1.744 | Gem.Hornblende | 1.648 | Hydrargillit | 1.542 |
| Ottrelith | 1.741 | Datolith | 1.647 | Nephelin | 1.540 |
| Staurolith | 1.741 | Magnesit | 1.646 | Kaolin | 1.54 |
| Hedenbergit | 1.740 | Klinohumit | 1.643 | Albit | 1.535 |
| Grunerit | 1.73 | Andalusit | 1.638 | Gyps | 1.524 |
| Vesuvian | 1.723 | Apatit | 1.637 | Orthoklas | 1.523 |
| Disthen | 1.723 | Anthophyllit | 1.634 | Laumontit | 1.520 |
| Diaspor | 1.723 | Gedrit | 1.634 | Cancrinit | 1.514 |
| Klinozoisit | 1.720 | Glaukophan | 1.633 | Epistilbit | 1.51 |
| Bas. Hornblende | 1.719 | Aragonit | 1.633 | Thomsonit | 1.509 |
| Spinell | 1.718 | Melilith | 1.632 | Leucit | 1.508 |
| Wöhlerit | 1.714 | Prehnit | 1.630 | Hauyn | 1.503 |
| Hainit | 1.7 | Pargasit | 1.627 | Skolezit | 1.502 |
| Sapphirin | 1.709 | Karpholith | 1.627 | Stilbit | 1.497 |
| Augit | 1.708 | Wollastonit | 1.627 | Hydronephilit | 1.49 |
| Astrophyllit | 1.705 | Aktinolith | 1.626 | Nosean | 1.490 |
| Zoisit | 1.702 | Lazulith | 1.625 | Analcim | 1.488 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Sodalith . . . | 1.483 | Tridymit . . . | 1.478 | Fluorit . . . | 1.433 |
| Natrolith . . . | 1.481 | Opal . . . . | 1.443 | Eis . . . . . | 1.309 |

**145. Die Refraktionskonstante.** Seit Newton hat man sich bemüht, zwischen der optischen Dichte und der körperlichen Dichte oder zwischen dem Brechungsexponenten und dem spezifischen Gewicht eine gesetzmässige Beziehung aufzudecken[1]). Zu einem allseitig befriedigenden Resultat ist man noch nicht gelangt; indessen zeigen Ausdrücke wie:

$$\frac{n-1}{d} \text{ oder } \frac{n^2-1}{d} \text{ oder } \frac{n^2-1}{n^2+2}\cdot\frac{1}{d},$$

wo $n$ den Brechungsexponenten und $d$ die Dichte darstellt, in vielen Fällen eine auffallende Konstanz sowohl bei ganz verschiedenen Körpern als auch bei ein und demselben Körper in verschiedenen Dichtigkeitsstadien. In sehr vielen Fällen machen sich allerdings auch ganz auffallende Abweichungen geltend. — Man nennt die obigen Werte die Refraktionskonstante oder das spezifische Brechungsvermögen oder auch das spezifische Refraktionsvermögen. Bei doppelbrechenden Medien pflegt man nach E. Mallard[2]) an Stelle von n die Grössen $\frac{2\omega+\epsilon}{3}$ oder $\frac{\alpha+\beta+\gamma}{3}$ zu setzen.

Newton nannte den Ausdruck $n^2-1$ die brechende Kraft, weil er von der später übrigens widerlegten Ansicht ausging[3]), dass die Ablenkung des Lichtes im brechenden Medium durch dessen stärkere Anziehung auf den Lichtstoff hervorgerufen werde. Dividierte er diese Grösse durch die Dichte der Körper und bildete also den Ausdruck $\frac{n^2-1}{d}$, so gelangte er zu Zahlen, die bei manchen in der Dichte sehr verschiedenen Substanzen, wie z. B. Luft und Quarz, nahezu gleich waren. Er nannte diese Grösse „die brechende Kraft im Verhältnis zur Dichte der Körper" und erklärte bekanntlich die von ihm schon nachgewiesene auffallende Abweichung bei fetten Oelen und Diamant durch deren „schwefelartig ölige Partikel".

Biot und Arago nahmen die Versuche bei den Gasen wieder auf und behaupteten, dass es gleichgiltig sei, ob man die Dichte der Gase durch Druck oder Temperatur verändere. 1874 aber zeigte Viktor von Lang, dass diese Uebereinstimmung doch eine recht mangelhafte sei, wie aus folgenden Zahlen hervorgeht, die sich auf Luft von 0°, 50° und 100° beziehen.

---

1) Literatur findet man in A. Wüllners Lehrbuch der Experimentalphysik. 2. 4. Aufl. 1883. 176—200; A. Winkelmanns Handbuch der Physik 2. 1894. 329—344; Müller-Pouillets Lehrbuch der Physik 2. 9. Aufl. 1897. 276—286.

2) Traité 2. 1884. 474.

3) Opticks. 3. Aufl. 1721. 247.

| | n | d | $\frac{n^2-1}{d}$ |
|---|---|---|---|
| 0° | 1.0002945 | 0.001293 | 0.456 |
| 50° | 1.0002551 | 0.001093 | 0.467 |
| 100° | 1.0002275 | 0.000946 | 0.481. |

Bei Anwendung der andern auf S. 277 oben angegebenen Ausdrücke ist keine erheblich grössere Konstanz zu erwarten, da sie, bei der geringen Abweichung der Brechungsexponenten der Gase von der Einheit, sich von dem ersten Ausdruck fast nur durch einen konstanten Faktor unterscheiden.

Bessere Uebereinstimmung wiesen Chappuis und Rivière[1]) nach, wenn sie die Dichte des Gases nicht durch Wärme, sondern durch Druck veränderten, was Pulfrich dadurch erklärt, dass der Druck nur die Abstände der Moleküle verändert, die Wärme aber die Moleküle ausserdem noch in einen gesteigerten Schwingungszustand versetzt und damit die Lichtschwingungen noch weiter beeinflusst.

Von den drei obigen Formeln lässt sich die erste am einfachsten theoretisch begründen[2]), wenn man die verbreitete Annahme gelten lässt, dass jeder Körper quasi aus einem Gemenge von Körpermolekülen und Aether besteht. Die Lichtwelle gebraucht zum Durchlaufen dieses Gemenges die gleiche Zeit wie zum Durchlaufen der Körpermoleküle einerseits und der Aethermoleküle andererseits. Denken wir uns die Körpermoleküle auf der einen und den Aether auf der andern Seite, so mögen die Breiten dieser beiden Teile in der Längeneinheit sein

$$m \text{ und } (1-m).$$

Die Zeit, welche das Licht zum Durchlaufen von m gebraucht, ist umgekehrt proportional der Geschwindigkeit oder direkt proportional dem Brechungsexponenten (s. § 31, S. 59). Der Brechungsexponent für Aether ist gleich der Einheit, für die Materie sei er $\nu$ und für das Gemisch $n$, dann ist die zum Durchlaufen der Längeneinheit erforderliche Zeit

$$n = \nu m + 1\,(1-m)$$
$$n - 1 = m\,(\nu - 1).$$

Die Länge $m$ in der Längeneinheit (oder Volumeinheit) ändert sich mit dem Druck und ist direkt proportional der Dichte $d$, so dass wir haben

$$m = k\,d,$$

wo $k$ ein konstanter Faktor ist. Aus den beiden letzten Gleichungen folgt

$$k\,(\nu - 1) = \frac{\nu - 1}{d}.$$

Da die linke Seite aus lauter konstanten Faktoren besteht, so ist damit auch die Konstanz der rechten Seite bewiesen. Wenn dennoch

1) cf. Winkelmanns Handbuch S. 333.
2) Mallard, Traité 2. 1884. 476.

die Beobachtung mit diesen theoretischen Ueberlegungen in vielen Fällen nicht genau übereinstimmt[1]), so mag das daran liegen, dass Körpermoleküle und Aether sich nicht in der einfachen Weise trennen lassen, wie das oben geschehen ist, sondern dass die Körpermoleküle durch Anziehung eine Verdichtung des Aethers in ihrer nächsten Umgebung hervorrufen; eine Verdichtung, für die wir noch kein Mass in die Rechnung einsetzen können.

**146. Die Brechungsexponenten von Mischungen.** Im Anschluss an die letzten Ueberlegungen muss man das optische Verhalten der Mischungen aus dem optischen Verhalten der Komponenten berechnen können, und solche Berechnungen müssen um so genauer mit den Beobachtungen übereinstimmen, je reiner die Mischung erfolgt, d. h. je weniger von einer Kontraktion oder Dilatation oder gar von einer chemischen Beeinflussung der sich mischenden Substanzen die Rede sein kann. Bei echten isomorphen Mischungen ist also eine derartige Berechnung durchaus exakt.

Nennt man $n_1$ und $n_2$ die Brechungsexponenten der Komponenten, N den Brechungsexponenten der Mischung und analog $d_1$, $d_2$ und D die spezifischen Gewichte, $g_1$, $g_2$ und $(g_1 + g_2)$ die Gewichte, so gilt:

$$\text{I} \quad \frac{n_1 - 1}{d_1} g_1 + \frac{n_2 - 1}{d_2} g_2 = \frac{N - 1}{D} (g_1 + g_2)$$

oder wenn man an Stelle von $\frac{n-1}{d}$ die anderen oben genannten Ausdrücke einführt:

$$\text{II} \quad \frac{n_1^2 - 1}{d_1} g_1 + \frac{n_2^2 - 1}{d_2} g_2 = \frac{N^2 - 1}{D} (g_1 + g_2)$$

$$\text{III} \quad \frac{n_1^2 - 1}{n_1^2 + 2} \frac{g_1}{d_1} + \frac{n_2^2 - 1}{n_2^2 + 2} \frac{g_2}{d_2} = \frac{N^2 - 1}{N^2 + 2} \frac{g_1 + g_2}{D}.$$

Wendet man die Gleichung I an und erinnert sich, dass nach § 23

$$\frac{g_1}{d_1} + \frac{g_2}{d_2} = \frac{g_1 + g_2}{D}$$

ist, so erhält man durch Subtraktion:

$$n_1 \frac{g_1}{d_1} + n_2 \frac{g_2}{d_2} = N \frac{g_1 + g_2}{D},$$

oder wenn man an Stelle von $\frac{g_1}{d_1}$ und $\frac{g_2}{d_2}$ die Teilvolumina $v_1$ und $v_2$ setzt:

$$n_1 v_1 + n_2 v_2 = N (v_1 + v_2).$$

Hiernach ist also der Index der Mischung den Volumina (nicht den Gewichten) der sich mischenden Substanzen proportional oder, wie

---

1) Es sei besonders auf einige lehrreiche Tabellen in Müller-Pouillets Lehrb. 2. 1897. 279, 281, verwiesen; Wasser zeigt z. B. die höchste Lichtbrechung nicht im Zustand der höchsten Dichte, also bei 4°, sondern nach C. Pulfrich bei $-1.5°$.

C. Christiansen sich 1884[1]) ausdrückt: Die Zeit, in welcher das Licht durch die Mischung geht, ist gleich der Summe der Zeiten, in welcher es die Bestandteile durchdringen kann.

**147. Molekular- und Atomrefraktion.** Man ist nun weiter gegangen und hat für die chemischen Verbindungen auch eine Gesetzmässigkeit in bezug auf das Brechungsvermögen aufzustellen versucht. Bezeichnet man wieder mit dem Ausdruck $N - 1 : D$ die Refraktionskonstante einer Verbindung, deren Molekulargewicht M sei, so nennt man die Grösse

$$\frac{N-1}{D} M = R$$

die Molekularrefraktion oder das molekulare Brechungsvermögen oder auch das Refraktionsäquivalent. Nennt man ebenso die Refraktionskonstanten der Atome $n_1 - 1 : d$, $n_2 - 1 : d_2$ u. s. w., deren Atomgewicht $m_1$, $m_2$ u. s. w. sei, so spricht man hier von dem atomistischen Brechungsvermögen oder der Atomrefraktion. Sind nun die Anzahl der sich am Aufbau eines Moleküls beteiligenden verschiedenen Atome $a_1$, $a_2$ u. s. w., so gilt:

$$\frac{N-1}{D} M = a_1 \frac{n_1 - 1}{d_1} m_1 + a_2 \frac{n_2 - 1}{d_1} m_2 \text{ u. s. w.}$$

Die Entscheidung darüber, nach wem dies Gesetz benannt werden soll, ist nicht leicht zu treffen. E. Mallard spricht in seinem „Traité" vom Gladstoneschen Gesetz; vielleicht aber ist es gerechter, es nach Landolt, als einem seiner Urheber und Hauptförderer, zu benennen.

Bei der Prüfung dieser Beziehung muss man nun vorsichtig sein in der Wahl der Grundmasse und nicht überall eine Uebereinstimmung erwarten. Wollte man z. B. aus dem für Quecksilber angegebenen Index $n_1 = 1.73$ und dem mittleren Index für Schwefel $n_2 = 2.076$ den Brechungsexponenten des Zinnobers berechnen, so käme man zu einem von dem beobachteten $N = 2.925$ stark abweichenden Wert. Aehnlich würde es uns ergehen, wenn wir aus den Konstanten für Fe und O den Brechungsexponenten des Eisenglanzes berechnen wollten.

Zu besserer Uebereinstimmung gelangt man bei den Gasen und ihren Verbindungen, bei denen sich jedoch auch noch erhebliche Abweichungen zeigen, wie man aus der nebenstehenden Tabelle ersehen kann.

Versucht man bei den Mineralien ähnliche Beziehungen wie im vorangegangenen zwischen Atomrefraktion und Molekularrefraktion aufzudecken und dabei das in der Literatur vorhandene Zahlenmaterial zu verwerten, so überzeugt man sich bald, dass man nur sehr bescheidenen Forderungen gerecht zu werden in der Lage ist. Zunächst muss man fast immer an Stelle der Atomrefraktionen die Refraktionen einfacher

---

1) Wied. Ann. **23**. 1884. 305; s. auch L. Zehnder, Wied. Ann. **34**. 1888. 119; G. Wulff, Z. X. **36**. 1902. 13.

| | Atomgew. etc. m | n | d | $\frac{n-1}{d}$ | $\frac{n-1}{d}$ m | Bemerkungen |
|---|---|---|---|---|---|---|
| C | 12 | 2.4175 | 3.520 | 0.403 | 4.83 | |
| O | 16 | 1.000272 | 0.0014292 | 0.190 | 3.04 | |
| CO | 28 | 1.000338 | 0.0012506 | 0.273 | 7.57 | aus C und O = 7.87 |
| $CO_2$ | 44 | 1.000451 | 0.0019652 | 0.229 | 10.10 | „ C „ O = 10.91 |
| H | 1.008 | 1.000143 | 0.0000895 | 1.60 | 1.61 | |
| $H_2O$ | 18 016 | 1.3333 | 1.0000 | 0.333 | 6.00 | „ O „ H = 5.65 |
| Br | 79.96 | 1.001132 | 0.0071426 | 0.158 | 12.63 | |
| Cl | 35.45 | 1.000773 | 0.0031674 | 0.244 | 8.65 | |
| HBr | 80.968 | 1.000573 | 0.0036161 | 0.158 | 12.79 | „ H „ Br = 14.24 |
| HCl | 36.45 | 1.000447 | 0.0016285 | 0.274 | 9.99 | „ H „ Cl = 10.26 |

Grundverbindungen wie $SiO_2$, $Al_2O_3$ u. s. w. setzen; aber auch dann fehlt es am Fundament für derartige Rechnungen, da an auffallend wenigen, einfach zusammengesetzten Mineralien die drei Konstanten: Index — Dichte — Zusammensetzung, so bestimmt sind, dass man sie einwandfrei aufeinander beziehen könnte. In der Tabelle auf S. 282 finden sich einige wenige Fundamentalwerte zusammengestellt, die aber auch noch mannigfacher Revisionen bedürfen. Ein in sich geschlossenes System von Gleichungen bilden hier die Mineralien Wollastonit, Granat[1]) und Anorthit. Zufällig stimmt der hieraus berechnete Wert für $SiO_2$ mit dem aus Quarz, Tridymit und amorpher Kieselsäure erhaltenen überein, ich sage zufällig, weil mir der Gedanke nicht unsympathisch ist, dass die Molekularrefraktion der Grundverbindungen etwas beeinflusst wird von dem molekularen Bau. Man könnte also wohl Bedenken tragen, die aus Wasser oder Eis berechnete Molekularrefraktion für $H_2O$ gleich der des chemisch gebundenen $H_2O$ in den Silikaten zu setzen und ähnliche Uebertragungen bei anderen Grundverbindungen vorzunehmen. In der Tat erhält man auch für das aus Korund berechnete Aequivalent für $Al_2O_3$ einen nicht unerheblich anderen Wert (19.8) als aus den drei obigen Silikaten (20.9), die nun wieder zufällig zu dem gleichen Resultat führen wie Disthen, Andalusit und Sillimanit. — Indessen darf man im gegenwärtigen Stadium des Problems derartige Bedenken nicht zu ernst nehmen, da es sich bis jetzt nur um die ersten, ziemlich rohen Näherungswerte für die Molekularrefraktionen einiger Grundverbindungen handeln kann, die in der nachfolgenden Tabelle mit grosser Reserve mitgeteilt werden.

1) Bei Granat beziehen sich die Zahlen auf eine von P. Jannasch analysierte Varietät, die dem reinen Grossular recht nahe kommt.

## Fundament für die Berechnung der Refraktionsäquivalente ($r_1$, $r_2$, $r_3$ ....) der Grundverbindungen.

| Name | $\frac{\frac{2\omega+\epsilon}{3}+\alpha+\beta+\gamma}{3}$ | d | Molekul. Gewicht | Formel | $SiO_2$ $r_1$ | $TiO_2$ $r_2$ | $ZrO_2$ $r_3$ | $Al_2O_3$ $r_4$ | $Fe_2O_3$ $r_5$ | FeO $r_6$ | MnO $r_7$ | CaO $r_8$ | MgO $r_9$ | $K_2O$ $r_{10}$ | $Na_2O$ $r_{11}$ | $H_2O$ $r_{12}$ | $CO_2$ $r_{13}$ | $B_2O_3$ $r_{14}$ | = R |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Quarz . . | 1.547 | 2.65 | 60.4 | $SiO_2$ | 12.5 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 12.5 |
| Tridymit . | 1.478 | 2.30 | 60.4 | $SiO_2$ | 12.5 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 12.5 |
| $SiO_2$ amorph | 1.459 | 2.2 | 60.4 | $SiO_2$ | 12.6 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 12.6 |
| Rutil . . . | 2.711 | 4.25 | 80.1 | $TiO_2$ | — | 32.2 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 32.2 |
| Anatas . . | 2.537 | 3.87 | 80.1 | $TiO_2$ | — | 31.8 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 31.8 |
| Brookit . . | 2.637 | 3.88 | 80.1 | $TiO_2$ | — | 33.8 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 33.8 |
| Zirkon α . | 1.94 | 4.64 | 183.0 | $SiO_2.ZrO_2$ | 12.6 | — | 24.5 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 37.1 |
| Zirkon β . | 1.85 | 4.21 | 183.0 | $SiO_2.ZrO_2$ | 12.5 | — | 24.4 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 36.9 |
| Korund . . | 1.766 | 3.95 | 102.2 | $Al_2O_3$ | — | — | — | 19.8 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 19.8 |
| Eisenglanz | 3.08 | 5.29 | 159.8 | $Fe_2O_3$ | — | — | — | — | 62.8 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 62.8 |
| Spinell . . | 1.718 | 3.60 | 142.6 | $Al_2O_3.MgO$ | — | — | — | 20.6 | — | — | — | — | 7.8 | — | — | — | — | — | 28.4 |
| Brucit . . | 1.567 | 2.39 | 58.4 | $MgO.H_2O$ | — | — | — | — | — | — | — | — | 7.8 | — | — | 6.0 | — | — | 13.8 |
| Periklas. . | 1.66 | 3.67 | 40.4 | MgO | — | — | — | — | — | — | — | — | 7.3 | — | — | — | — | — | 7.3 |
| Wasser . . | 1.333 | 1.00 | 18.0 | $H_2O$ | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 6.0 | — | — | 6.0 |
| Eis . . . | 1.309 | 0.92 | 18.0 | $H_2O$ | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 6.0 | — | — | 6.0 |
| Wollastonit | 1.627 | 2.88 | 116.5 | $SiO_2.CaO$ | 12.6 | — | — | — | — | — | — | 12.7 | — | — | — | — | — | — | 25.3 |
| Grossular . | 1.744 | 3.47 | 451 7 | $3SiO_2.Al_2O_3.3CaO$ | 12.6 | — | — | 20.9 | — | — | — | 12.7 | — | — | — | — | — | — | 96.8 |
| Anorthit . | 1.582 | 2.76 | 279.1 | $2SiO_2.Al_2O_3.CaO$ | 12 6 | — | — | 20.9 | — | — | — | 12.7 | — | — | — | — | — | — | 58.8 |
| Albit . . . | 1.535 | 2.62 | 526.7 | $6SiO_2.Al_2O_3.Na_2O$ | 12.6 | — | — | 20.9 | — | — | — | — | — | — | 11.0 | — | — | — | 107.5 |
| Adular . . | 1.523 | 2.57 | 558.9 | $6SiO_2.Al_2O_3.K_2O$ | 12.6 | — | — | 20.9 | — | — | — | — | — | 17.2 | — | — | — | — | 113.7 |
| Demantoid. | 1.889 | 3.83 | 509 3 | $3SiO_2.Fe_2O_3.3CaO$ | 12.6 | — | — | — | 42.3 | — | — | 12.7 | — | — | — | — | — | — | 118.2 |
| Datolith . | 1.649 | 2.99 | 321.0 | $2SiO_2.2CaO.H_2O.B_2O_3$ | 12.6 | — | — | — | — | — | — | 12.7 | — | — | — | 6.0 | — | 13.1 | 69.7 |
| Danburit . | 1.634 | 2.99 | 246.9 | $2SiO_2.CaO.B_2O_3$ | 12.6 | — | — | — | — | — | — | 12.7 | — | — | — | — | — | 14.4 | 52.3 |
| Phenakit . | 1.659 | 2.96 | 110.6 | $SiO_2.2BeO$ | 12.6 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | BeO 6.0 | 24.6 |
| Diopsid . . | 1.683 | 3.30 | 217.3 | $2SiO_2.CaO.MgO$ | 12.6 | — | — | — | — | — | — | 12.7 | 7.1 | — | — | — | — | — | 45.0 |
| Disthen . . | 1.723 | 3.60 | 162.6 | $SiO_2.Al_2O_3$ | 12.2 | — | — | 20.4 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 32.6 |
| Andalusit . | 1.638 | 3.18 | 162.6 | $SiO_2.Al_2O_3$ | 12.2 | — | — | 20.4 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 32.6 |
| Sillimanit . | 1.666 | 3.24 | 162.6 | $SiO_2.Al_2O_3$ | 12.5 | — | — | 20.9 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 33.4 |
| Kalkspat . | 1.601 | 2.72 | 100.1 | $CaCO_3$ | — | — | — | — | — | — | — | 12.6 | — | — | — | — | 9.5 | — | 22.1 |
| Aragonit . | 1.633 | 2.94 | 100.1 | $CaCO_3$ | — | — | — | — | — | — | — | 12.3 | — | — | — | — | 9.2 | — | 21.5 |
| Dolomit. . | 1 623 | 2.89 | 184.5 | $CaCO_3.MgCO_3$ | — | — | — | — | — | — | — | 12.9 | 7.9 | — | — | — | 9.5 | — | 39.8 |
| | | | | | 12.5 | 32.6 | 24.4 | 20.7 | 42 (?) | ? | ? | 12.7 | 7.5 | 17.2 | 11.0 | 6.0 | 9.4 | 13.8 | 6.0 |
| | | | | | $SiO_2$ | $TiO_2$ | $ZrO_2$ | $Al_2O_3$ | $Fe_2O_3$ | FeO | MnO | CaO | MgO | $K_2O$ | $Na_2O$ | $H_2O$ | $CO_2$ | $B_2O_3$ | BeO |

## V. Methoden zur Bestimmung der Doppelbrechung.

**148. Allgemeines.** Ebenso wie die Brechungsexponenten selbst, sind auch ihre Unterschiede, d. h. die Stärke der Doppelbrechung $\gamma - \alpha$ (oder $\varepsilon - \omega$) für eine jede Mineralart in hohem Grade charakteristisch. Man vermag die Differenz $\gamma - \alpha$ in gewissen Grenzen zu schätzen, wenn man die Höhe der Interferenzfarben solcher Schnitte von bekannter Dicke zwischen gekreuzten Nicols bestimmt, welche parallel der Ebene der optischen Axen liegen; die ein solches Blättchen durchlaufenden Wellen schwingen ja parallel a und c und besitzen die den Brechungsexponenten $\gamma$ und $\alpha$ entsprechenden Geschwindigkeiten.

Bei farblosen Blättchen von niedriger Dispersion der Doppelbrechung vermag ein mit den Farben der Newtonschen Skala vertrautes Auge ohne weiteres eine bestimmte Interferenzfarbe nicht nur in bezug auf den allgemeinen Farbenton, sondern auch in bezug auf die Höhe der Ordnung richtig anzusprechen. Bei gefärbten Mineralien und bei starker Dispersion der Doppelbrechung aber können die Farben erheblich abweichen, so dass man sich hier eines besondern, in § 150 erläuterten Verfahrens bedient, um über das Mass der Doppelbrechung aufgeklärt zu werden.

Hat man einmal die Newtonsche Farbe ermittelt, die einem bestimmten Mineralblättchen zukommt, so kennt man auch mit Hülfe der Tabelle auf S. 228 die entsprechende Wegdifferenz $s_\gamma - s_\alpha$ und alsdann auch nach § 125 die Doppelbrechung

$$\gamma - \alpha = \frac{s_\gamma - s_\alpha}{d},$$

wo $d$ die Dicke des Blättchens bedeutet. Auf die Methode der Dickenbestimmung wird bald einzugehen sein; hier möge nur vorausgeschickt werden, dass man mit Schroeder v. d. Kolk[1]) bei losen körnigen Massen eine schätzungsweise Bestimmung unter der plausiblen Annahme machen kann, dass solche losen Körner sich auf die flache Seite zu legen pflegen, und dass also die Dicke eines derartigen Kornes höchst wahrscheinlich geringer ist als die Breite.

**149. Die Michel-Lévysche Farbentafel.** Um das eben skizzierte, für mineralogische Zwecke wohl zuerst von E. Mallard[2]) vorgeschlagene Verfahren, welches aus der Höhe der Interferenzfarben die Doppelbrechung ableitet, nutzbringend zu gestalten, ist nach Michel-Lévys Vorgang[3]) auf Taf. III. eine farbige Darstellung entworfen, welche aus der als bekannt vorausgesetzten Dicke und der Interferenzfarbe die zugehörige Doppelbrechung direkt abzulesen gestattet.

---

1) „Tabellen" S. 17.
2) Bull. Soc. Min. Fr. 6. 1883. 129. Traité de Cristallogr. II. 1884. 399.
3) Minéraux des Roches. 1888. 64 und Tafel.

Da man hier die Interferenzfarben der Krystalle mit den auf Papier niemals naturgetreu wiederzugebenden Newtonschen Farben vergleicht, so könnte auf den ersten Blick diese Methode recht ungenau erscheinen; die Praxis indessen lehrt uns die Hinfälligkeit dieses Bedenkens. In den meisten Fällen schwankt man bei der Bestimmung eines Minerals zwischen wenigen Spezies, und aus einer nur angenäherten Bestimmung von $\gamma - a$ ist man meistens in der Lage, eine sichere Diagnose zu stellen.

Zur Benutzung der Tafel liest man an der linken vertikalen Seite die in Frage kommende Dicke ab und geht dann auf einer dieser Dicke entsprechenden horizontalen Linie bis zu der beobachteten Interferenzfarbe. Die an dieser Stelle die Tafel schräg durchsetzenden Linien — im allgemeinen wird man zwischen mehreren schwanken — führen zu den oben oder rechts stehenden, in Frage kommenden Mineralien. Es ist zu bedenken, dass hier nur die maximale Doppelbrechung $\gamma - a$ oder $\varepsilon - \omega$ angegeben ist, und dass man also für eine sichere Diagnose nur Blättchen oder Körnchen heranziehen darf, welche einigermassen parallel zur Ebene der optischen Axen angeschliffen sind, oder dass man von vielen Blättchen gleicher Dicke nur solche mit den höchsten Interferenzfarben berücksichtigen soll. — Wegen der ausserordentlichen Einfachheit und auch relativen Sicherheit, mit der die Bestimmungen auszuführen sind, verdient die Michel-Lévysche Farbentafel die ausgedehnteste Anwendung.

**150. Der Babinetsche Kompensator.** Handelt es sich nicht nur um eine Diagnose, sondern um eine genaue Messung der Doppelbrechung $\gamma - a$ oder $\gamma - \beta$ oder $\beta - a$, so benutzt man den Babinetschen Kompensator[1]). Ein solches Instrument besteht aus zwei winkelgleichen, sehr spitzen Quarzkeilen — bei meinem Exemplar beträgt der Winkel 1° 18′ — die in verschiedener Orientierung aus einem Quarzkrystall herausgeschnitten sind. Mit den in Fig. 197 zu oberst und zu unterst gezeichneten Flächen laufen diese Keile parallel der Hauptaxe, weiter aber liegt bei dem unteren diese Hauptaxe parallel der brechenden Kante des Keils, bei dem oberen senkrecht dazu, wie dies in der Figur durch die Schraffierung angedeutet ist. Mit ihre

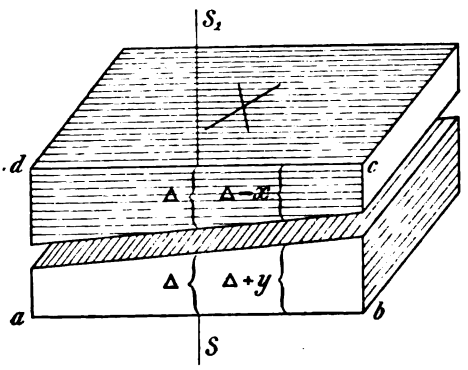


Fig. 197.

1) Wegen Präzisionsmessungen, wie sie übrigens auf mineralogischem Gebiete kaum verlangt werden, s. K. E. F. Schmidt, Zur Konstruktion des Babinetschen Kompensators, Zeitschr. f. Instr. 11. 1891. 439—444.

geneigten Flächen übereinander gelegt, bilden die beiden Keile einen Körper, der mit einer planparallelen Platte umsomehr verglichen werden darf, als die zwischengeschaltete Luftschicht nahezu den Endflächen parallel läuft.

Fallen auf die untere Fläche $a\,b$ parallele, homogene Lichtwellen senkrecht auf, so teilen sich diese in zwei Wellen, wie in jedem doppelbrechenden Körper unter ähnlichen Verhältnissen. Um bei den eintretenden Interferenzen maximale Helligkeit zu erhalten, stellt man die Fläche $a\,b\,c\,d$ des Babinet unter 45° gegen die Nicolhauptschnitte. Lenken wir zunächst unsere Aufmerksamkeit auf jene Wellen, welche in der Richtung $s\,s_1$ gleich dicke Schichten beider Keile durchlaufen, so wird in dem unteren Keil die eine Welle gegen die andere ebenso viel beschleunigt, wie sie in dem oberen Keil verzögert wird; es kommt nach dem Durchlaufen beider Keile keinerlei Gangunterschied zustande, und es muss also zwischen gekreuzten Nicols eine dunkle Linie in der Mitte des Keils sichtbar werden, auf der alle auf demselben Querschnitt wie $s\,s_1$ durchgehenden Wellen austreten.

Wenn aber eine Welle rechts oder links von dieser Linie gleicher Dicke auffällt, so entstehen zunächst wieder Wegdifferenzen von umgekehrtem Sinne, ausserdem aber von verschiedener Grösse, so dass nach dem Durchlaufen beider Keile eine Gesamtwegdifferenz übrig bleibt. Nennen wir die Dicke der durchlaufenen Schicht in dem unteren Keil $\Delta + y$ (Fig. 198), in dem oberen $\Delta - x$, so ist nach § 125 S. 232 die Wegdifferenz in dem unteren Keil

$$s_\varepsilon - s_\omega = s_u = (\Delta + y)(\varepsilon - \omega)$$

und in dem oberen Keil

$$s_\varepsilon' - s_\omega' = s_o = (\Delta - x)(\varepsilon - \omega)$$

und die Wegdifferenz nach dem Durchlaufen des ganzen Babinet

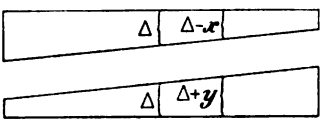


Fig. 198.

$$s_u - s_o = S = (y + x)(\varepsilon - \omega).$$

Beiderseits der Linie gleicher Dicke erscheint, wenn der Keil um 45° gegen die Nicolhauptschnitte geneigt ist, die Platte hell bis zu Stellen links und rechts, wo der Gangunterschied der Strahlen nach dem Durchgang durch beide Keile 1, 2 u. s. w. ganze Wellenlängen beträgt. An allen diesen Stellen liegen dunkle Linien, wie bei $s\,s'$. Im weissen Licht erscheinen beiderseits der dunklen Linie, parallel zu der Schneide der Keile, die Newtonschen Farben in aufsteigender Ordnung.

Der untere Keil $a\,b$ kann vermittelst einer Mikrometerschraube um sehr genau messbare Grössen unter dem festen Keil $c\,d$ hinweggeschoben werden, und der dunkle Mittelbalken lässt sich dadurch in Koinzidenz mit einem, auf dem oberen Keil eingravierten, durch ein Ramsdensches Okular zu betrachtenden Kreuz bringen.

Wenn man nun bei gekreuzten Nicols vermittelst der Mikrometerschraube den einen Keil des Kompensators in homogenem Licht soweit verschiebt, bis zwei aufeinander folgende dunkle Streifen mit dem ein-

gravierten Kreuz zur Deckung gebracht worden sind, und diese Drehung $= \delta$ an der Mikrometerschraube abliest, so entspricht $\delta$ einer Phasendifferenz von $1\,\lambda$ des angewandten Lichtes.

Beispiel: Bei meinem Kompensator misst der Winkel jedes Keils $1^0\,18'$, die Verschiebung von einem Streifen zum nächsten bei *Na*-Licht ist $\delta = 2.86$ mm (572 Trommelpartes), daher $y + x = 2.86\ tg\ 1^0\,18'$. Die Doppelbrechung für Quarz beträgt 0.0091, so dass sich

$$S = \lambda = 2.86\,\mathrm{tg}\,1^0\,18'\ \ 0.0091 = 0.000590$$

(anstatt des richtigen Wertes 0.000589)

ergibt.

Hat man diese, einer Phasendifferenz von $1\,\lambda$ entsprechende Verschiebung an 572 Trommelpartes ausgeführt, und vermag ein doppelbrechendes Blättchen sie wieder genau rückgängig zu machen, so ist damit dessen Phasendifferenz erkannt. Ebenso gut lässt sich eine Phasendifferenz von mehreren $\lambda$ und auch von einem Bruchteil von $\lambda$ erkennen. Die ein- für allemal an einem bestimmten Kompensator festgestellte Grösse $\delta$ führt uns also dahin, Phasendifferenzen in Ganzen und Bruchteilen zu bestimmen. Ferner zeigt uns die in § 125 S. 232 abgeleitete Formel

$$\gamma_1 - \alpha_1 = \frac{s_\gamma - s_\alpha}{\lambda}\,\lambda\,\frac{}{}\,\mathrm{d}$$

den Weg, wie man aus dieser Phasendifferenz $\frac{s_\gamma - s_\alpha}{\lambda}$ mit Hinzuziehung der Wellenlänge $\lambda$ des angewandten Lichtes und der Dicke $d$ des Blättchens dessen Doppelbrechung $\gamma_1 - \alpha_1$ zu berechnen hat. Im einzelnen findet man die Grösse $\frac{s_\gamma - s_\alpha}{\lambda}$ auf folgende Weise: Man stellt den im weissen Licht erscheinenden dunklen Mittelstreifen in die Mitte des eingravierten Kreuzes und schiebt das Blättchen unter das Mikroskop so ein, dass seine Hauptschwingungsrichtungen mit denen im Kompensator parallel stehen und mit denen der gekreuzten Nicols $45^0$ bilden. Es wird alsdann im weissen Licht, je nachdem die gleichwertigen Elastizitätsaxen in dem Blättchen und dem unteren Keil des Kompensators parallel oder gekreuzt sind, der dunkle Streifen nach links oder rechts verschoben erscheinen, d. h. der Gangunterschied der Wellen ist gewachsen oder kleiner geworden. Damit der dunkle Streifen wieder mit dem Faden sich decke, wird man den unteren Keil des Kompensators nach rechts oder links verschieben, d. h. verdünnen oder verdicken müssen. Die abgelesene Verschiebung sei $= l$; dann ist $\frac{s_\gamma - s_\alpha}{\lambda} = \frac{l}{\delta}$, und die obige Formel für die Doppelbrechung wird

$$\gamma_1 - \alpha_1 = \frac{l}{\delta}\,\frac{\lambda}{\mathrm{d}}$$

worin z. B. für Natriumlicht $\lambda = 0.000589$.

Bei sehr dünnen Blättchen kann man, da hier die Genauigkeit überhaupt nicht sehr gross ist, in weissem Licht beobachten. Strebt man die möglichste Annäherung an den wirklichen Wert an, so wird man, nachdem der verschobene Streifen im weissen Licht fast wieder eingestellt wurde, monochromatisches (Na) Licht zur genauen Einstellung benutzen. Man muss mit weissem Licht beginnen, weil nur in diesem ein dunkler Streifen erscheint, während man bei homogenem Licht die verschiedenen dunklen Streifen verwechseln würde.

Die Genauigkeit der Methode steht in umgekehrtem Verhältnis zur Höhe der Doppelbrechung, denn je kleiner diese ist, um so dicker dürfen die zu kompensierenden Blättchen sein, und um so geringer ist der prozentische Fehler in der Dickenbestimmung. Bei stark doppelbrechenden Mineralien ist also auf die Bestimmung dieser Dicke besondere Sorgfalt zu verwenden.

Man kann diese Bestimmung nach der in § 106, S. 193 angegebenen Methode ausführen, muss sich aber ihrer Schwierigkeit wohl bewusst sein und sich vor allem von der guten Beschaffenheit der Tubusführung überzeugen. Bei losen Blättchen ist es sicherer, sich eines Dickenmessers zu bedienen, wie deren zahlreiche Modelle von den Mechanikern hergestellt werden. Eine einfache Ausführung, mit der man auf 0.01 mm genau direkt ablesen und auf 0.001 mm sicher schätzen kann, zeigt Fig. 199.

Fig. 199.

Nach dem Vorschlag von Mallard[1]) schleift man gleichzeitig mit dem zu untersuchenden Blättchen und auf demselben Glase mehrere Blättchen mit bekanntem Unterschied der Brechungsexponenten; er empfiehlt Barytspaltungsblättchen nach der Basis. Ob die verschiedenen Barytblättchen gleiche Dicke haben, erkennt man daran, dass sie zwischen gekreuzten Nicols gleiche Interferenzfarbe zeigen. Ist dieses der Fall, so darf man annehmen, dass auch das zwischen ihnen liegende Blättchen des zu untersuchenden Minerals dieselbe Dicke habe, wie sie. Bestimmt man nun den Gangunterschied der Strahlen in den Barytblättchen, so kann man, da der Unterschied der Brechungsexponenten bekannt ist, aus der Formel

$$\frac{l\,\lambda}{\delta\,d} = \gamma - \beta = 0.0108$$

den Wert $d$ bestimmen.

Diese Schleifmethode ist um so ungenauer, je weiter das zu untersuchende Mineral in der Härte vom Baryt abweicht, weil verschieden harte Mineralien sich nicht leicht gleich schleifen und polieren lassen.

1) Bull. Soc. Min. Fr. 6. 1883. 131.

Die beste Methode zur Bestimmung von $d$ ist die direkte Messung an dem auf die hohe Kante gestellten Blättchen mit einem Objekt- oder Okularmikrometer; am einfachsten gestaltet sich die Arbeit mit den feinen Mikrometerschrauben etwa bei den Tischen der grossen Mikroskopmodelle von Fuess oder Voigt und Hochgesang.

Man befestigt das Blättchen an der Axe eines in § 111 und 112 beschriebenen Drehapparates und trägt Sorge, dass die Drehaxe möglichst in die Fläche des Präparates falle, damit dasselbe bei Ermittelung der Phasendifferenz nach Drehung um 90° möglichst horizontal liege. Das Blättchen wird zunächst parallel zur Sehrichtung gestellt; das Eintreffen dieser Stellung erkennt man daran, dass nach Einstellung des Fadenkreuzes auf die kleinen Staubteilchen an einer zur Linie verkürzten Fläche bei der Senkung des Tubus, die in verschiedenen Niveaus liegenden Staubteilchen ebenfalls in dem Fadenkreuz oder doch nicht weit davon auftauchen. Ferner muss die Blattfläche senkrecht auf die Schraube gestellt sein, mit welcher die Dicke gemessen werden soll. Zu dem Ende werden die Schraubenaxen parallel und senkrecht zum Fadenkreuz gestellt, was man daran erkennt, dass bei der Verschiebung ein auf einen Faden eingestellter Punkt an diesem Faden entlang gleitet. Bei dieser Stellung des Tisches stellt man den Querschnitt des Blättchens mit einem Faden parallel und kann nun mit der diesem Faden parallelen Schraube die Dicke messen. Die Benutzung eines Drehapparates hat den Vorteil, dass man den Punkt, an welchem $d$ gemessen wurde, bei Drehung in die Horizontalstellung im Auge behalten und also denselben Punkt auch zur Ermittelung von $\frac{s_\gamma - s_\alpha}{\lambda}$ benutzen kann. Man ist also keineswegs gezwungen, die Dicke des Blättchens am Rande zu bestimmen, um von hier auf die Dicke in der Mitte zu schliessen, wie Mallard annahm, der deswegen diese Methode verwarf[1]); sondern man kann sehr gut die Staubteilchen beiderseits auch in den mittleren Teilen des Blättchens erkennen, wenn man dieses nur recht sorgfältig senkrecht stellt. Uebrigens gelingt die Einstellung bei stark keilförmigen Blättchen, auch wenn die dickere Seite nach oben gekehrt ist, da man wegen der Apertur der Objektive noch gleichsam „um die Ecke“ sehen kann.

Wird der Gangunterschied der Strahlen in dem untersuchten Blättchen zu gross, um ihn noch durch Verschiebung des unteren Kompensatorkeils kompensieren zu können (was bei vielen Instrumenten bis zur dritten oder vierten Ordnung möglich ist), so verkleinert man denselben durch Einschaltung von Glimmer- oder Gypsblättchen von bekannter Phasendifferenz zwischen Blättchen und Kompensator in solcher Stellung, dass die ungleichwertigen Elastizitätsaxen parallel liegen.

Zur Ermittelung der Maximaldoppelbrechung in einaxigen Krystallen müssen die Blättchen natürlich parallel zur Hauptaxe, zur Ermittelung der Differenzen $\gamma - \alpha$, $\gamma - \beta$, $\beta - \alpha$ in zweiaxigen senkrecht auf b, a und c

1) Bull. Soc. Min. Fr. 6. 1883. 131.

geschliffen sein. Hat man diese drei Differenzen bestimmt, so ergibt sich daraus annäherungsweise der Winkel der optischen Axen.

Bestimmt man in der gleichen Weise in Blättchen, die man nach Beobachtung im konvergenten Lichte passend auswählen kann, die Differenzen $\gamma-\alpha$, $\gamma-\beta$, so lässt sich annäherungsweise der Winkel der optischen Axen aus diesen Differenzen berechnen. Nach § 62 S. 96 ist

$$\cos V = \frac{\alpha}{\beta}\sqrt{\frac{\gamma^2-\beta^2}{\gamma^2-\alpha^2}},$$

demnach annähernd

$$\cos^2 V = \frac{\gamma-\beta}{\gamma-\alpha}.$$

K. v. Chrustschoff hat den Babinetschen Kompensator folgendermassen abgeändert[1]): Er schneidet das Prismenpaar senkrecht zu den brechenden Kanten auseinander, dreht das eine Keilpaar um 180° und legt dann beide Keilpaare nebeneinander. Auf diese Weise erhält er zwei Kompensatoren mit um 180° verwendeten Orientierungen, so dass ein doppelbrechendes Blättchen, welches in dem einen Keilpaar den dunklen Mittelbalken nach rechts verschiebt, in dem andern eine Verschiebung nach links hervorruft. Liegen anfangs die gleich dicken Stellen der vier Keile in einer vertikalen Ebene nebeneinander, so leitet sich aus dem Abstand der dunkeln Streifen die Phasendifferenz ab. Dieser Abstand ist an einer auf der „Zwillingsgrenze" liegenden Skala direkt ablesbar.

**151. Der Michel-Lévysche Comparateur.** Michel-Lévy[2]) konstruierte zur Bestimmung der Doppelbrechung ein Instrument, bei dem die Interferenzfarbe eines Mineralblättchens mit den Interferenzfarben eines Quarzkeils verglichen wird. Wir haben hier die im Prinzip schon in § 149 erläuterte Methode, dürfen aber eine höhere Genauigkeit erwarten, weil es sich um den Vergleich mit echten, nicht abgebildeten Farben handelt. Das als Comparateur bekannte Instrument ist in Fig. 200 in Totalansicht und in Fig. 201 seinem inneren Bau nach dargestellt.

*O* ist ein schwaches Okular, welches an Stelle des Fadenkreuzes das nach Art des Abbeschen Würfelchens (§ 103 S. 187) wirkende totalreflektierende Doppelprisma *P* enthält. Das Ansatzrohr empfängt die Beleuchtung durch einen kleinen, in allen Richtungen drehbaren Spiegel, der das Licht auf das Prisma *C* und von hier in ein polarisierendes Nicol *N'* wirft. Die Klammern an diesem Prisma in Fig. 200 dienen, indem sie farbige Gläser festhalten, zur Herstellung homogenen Lichtes. An der mit einer Teilung versehenen und in der Axe des Ansatzrohres durchbohrten Leiste *A* hin ist vermittelst des Triebes *L* ein sehr dünner Quarzkeil

1) Soweit ich dies aus dem Ref. in Z. X. **30**. 1899. 389, des in Verh. K. Russ. Min. Ges. **2**. 1896, Abhandlungen 165—169 stehenden Aufsatzes, ersehen kann.

2) Bull. Soc. Min. Fr. **6**. 1883. 143—161; auch M. Lévy et Lacroix, Minéraux des Roches, 1888, 54—59. Die mechanischen Teile des Instrumentes sind von R. Fuess (N. J. B. B. **7**. 1889. 77) verbessert worden; s. auch Leiss, Die opt. Instr. 1899. 224—226.

langsam verschiebbar. Die Leiste $A$ ist um die Axe des Ansatzrohres drehbar. Das durch den Quarzkeil und die Durchbohrung der Leiste gehende Strahlenbündel durchläuft das analysierende Nicol $N$ und die Linse $B$ und gelangt durch Totalreflexion in $P$ zum Auge. Denkt man sich die Nicols im Ansatzrohr und im Mikroskop gekreuzt und auf dem Mikroskoptisch ein doppelbrechendes Blättchen, so wird das beobachtende Auge die Mitte des Gesichtsfeldes durch $P'$ in der Farbe des Blättchens, die Peripherie desselben in der Farbe des Quarzkeils sehen. Stehen die Hauptschnitte von Quarzkeil und Blättchen in gleicher Neigung zu den Nicols (45°), und verschiebt man in geeigneter Weise vermittelst $L$ den Quarzkeil, so wird für eine bestimmte Stellung des Quarzkeils der Unterschied in der Beleuchtung der Mitte und Peripherie des Gesichtsfeldes

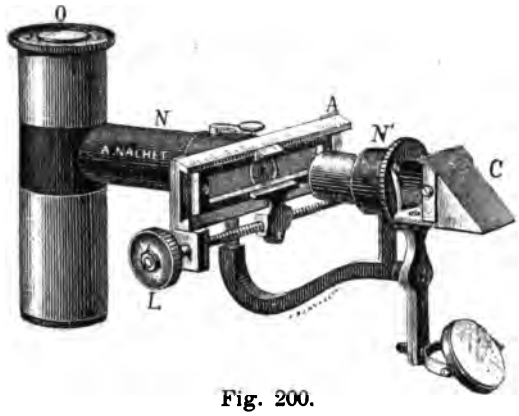



Fig. 200.

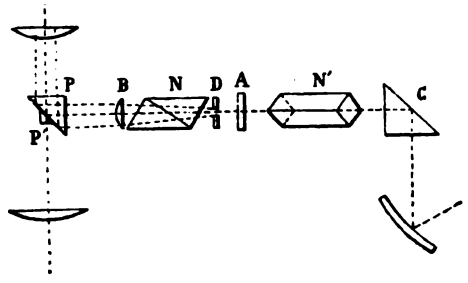



Fig. 201.

für das beobachtende Auge verschwunden sein. Bei dieser Stellung ist der Phasenunterschied der das Blättchen durchlaufenden Strahlen genau derselbe, wie derjenige der durch den Quarzkeil gegangenen Strahlen. Man kann also die Grösse $\frac{\delta_\gamma - \delta_a}{\lambda}$ wie im Kompensator durch die Stellung des Quarzkeils messen, wenn dieser tariert ist.

Behufs dieser Tarierung verschiebe man den unter 45° gegen die Nicolhauptschnitte gedrehten Quarzkeil an der Leiste $A$ hin vom dünnen Ende nach dem dicken und lese an der Skala der Leiste die Stellungen t und t′ ab, bei denen das erste und zweite Violett erscheint. Dann entspricht t nach der Tabelle auf S. 228 einem Gangunterschied in Luft von 575, t′ einem solchen von 1128 Millionstel Millimetern, und ein Intervall der Teilung an der Leiste $A$ ist in Millionstel Millimetern

$$\delta = \frac{1128 - 575}{t' - t}.$$

Für den Punkt, wo die Dicke des Quarzkeils = 0 wäre, also für den idealen Anfangspunkt des Keils, hat man

$$T = t - \frac{575}{\delta}$$

und für einen beliebigen Teilstrich der Skala t'' ist der Phasenunterschied dann

$$(t'' - T)\,\delta.$$

Aus dieser und der Dicke des Blättchens ergibt sich der Wert $\gamma_1 - \alpha_1$ in derselben Weise wie beim Kompensator.

Die Tarierung des Quarzkeils kann etwas genauer in Natriumlicht vorgenommen werden. — Um den Quarzkeil genau 45° gegen die Nicols zu neigen, was meist durch eine Marke erleichtert ist, legt man auf den Objekttisch des Mikroskops zunächst einen Quarz etwa mit Gelb II. Ordnung unter genau 45° seines Hauptschnittes gegen den Polarisator und stellt auf diesen den Quarzkeil ein, was sehr genau möglich ist, lässt nun den Quarzkeil in der gefundenen Stellung und bringt erst jetzt das zu bestimmende Blättchen unter das Mikroskop. Die Einstellung auf Farbengleichheit der Mitte und Peripherie des Gesichtsfeldes ist nicht sehr genau bei den unteren Farben der I. Ordnung. Zeigt das Präparat diese, so verdickt man es durch Auflegen von Quarzblättchen mit bekanntem Phasenunterschied oder verdoppelt die Dicke des Blättchens dadurch, dass man nach F. Wallerand[1]) die mittelst eines Gaussschen Spiegels oder Vertikal-Illuminators (§ 189) von oben nach unten durch den Krystall sich fortpflanzenden Wellen an einem kleinen Spiegel wieder nach oben wirft, so dass sie das Blättchen zum zweiten mal passieren müssen. Der Tubusnicol dient zuerst als Polarisator, dann als Analysator, man beobachtet also bei parallelen Nicols.

**152. Verschiedene Methoden zur Messung der Doppelbrechung.** Wenn Michel-Lévy die Phasendifferenz durch Vergleich zweier Farben bestimmt, so beruht das Verfahren, das J. Amann[2]) in seinem, Birefraktometer genannten, kleinen Apparat benutzt, auf Kompensation. Er bewegt über dem in gehöriger Orientierung befindlichen Mineralblättchen einen Quarzkeil, bis die im Mineral entstandene Phasendifferenz durch den Keil kompensiert ist, und also die Keilstelle über dem Blättchen dunkel erscheint. G. Césaro[3]) kompensiert nicht vollständig, sondern nur bis auf ein empfindliches Violett, wobei er das zwischen parallelen Nicols erscheinende Violett der ersten Ordnung mit einer Wegdifferenz von 281 Millionstel Millimetern für das empfindlichste hält.

Eine die einfachsten mechanischen Hülfsmittel erfordernde Vorrichtung hat E. von Fedorow[4]) angegeben, indem er die Kompensation durch einen

1) Bull. Soc. Min. Fr. **20**. 1897. 172—173 J. Joly hat das gleiche Verfahren später vorgeschlagen. Proc. Roy. Soc. Dublin. **9**. 1901. 485—494.

2) Zeitschr. f. wiss. Mikr. **11**. 1895. 440—454; s. a. Leiss, N. J. B. B. **10**. 1895. 426—428 und Die opt. Instr. 1899. 226—228.

3) Bull. Acad. R. Belgique (3) **26**. 1893. 208. Ref. Z. X. **25**. 1896. 624.

4) Z. X. **25**. 1896. 349—351; **26**. 1896. 251—253; **29**. 1898. 611—613.

Glimmerkeil erreicht, bei dem sechzehn $^1/_4$ Und. Glimmerblättchen treppenförmig im Abstand von 2 mm übereinander geschichtet sind, und also die Kompensation ruckweise von $^1/_4\lambda$ zu $^1/_4\lambda$ erfolgt. Aus der Zahl der zur Kompensation erforderlichen Lagen berechnet sich leicht die Phasendifferenz.

Ueber ein von G. Friedel angegebenes Verfahren zur Messung der Doppelbrechung, bei dem man unter das Mineral ein $^1/_4$ Und. Glimmerblatt schiebt und die Kompensation durch Drehung des Polarisators herbeiführt, ist in Bull. Soc. Min. Fr. **16.** 1893. 19—33 nachzulesen.

**153. Tabelle der Doppelbrechung.** In der nachfolgenden Tabelle sind die wichtigsten gesteinsbildenden Mineralien nach abnehmender Stärke der Doppelbrechung von H. Rosenbusch zusammengestellt, und die Dicken angegeben, bei denen zwischen gekreuzten Nicols das Rot I. Ordnung auftritt. Nach der Tabelle auf S. 228 ist der Gangunterschied der beiden Wellen, durch welche das Rot I. Ordnung in Luft entsteht = 0.000551 mm. Da nun in einer doppelbrechenden Substanz der gleiche Gangunterschied der beiden Wellen bei um so geringerer Dicke erreicht wird, je grösser $\gamma_1 - \alpha_1$ ist, so erhält man die zur Erzeugung des Rot I. Ordnung erforderliche Dicke einer Substanz durch den Quotienten $\frac{0.000551}{\gamma_1 - \alpha_1}$. Das Weiss der höheren Ordnung tritt bei etwa der siebenfachen Dicke auf, also bei den ersten sieben Mineralien der Tabelle bei günstigen Lagen schon in Dünnschliffen von 0.02 mm Stärke. In solchen Dünnschliffen zeigt über die Hälfte aller doppelbrechenden Mineralien hohe oder doch lebhafte Interferenzfarben, und nur das letzte Viertel erscheint mit gelben oder grauen Tönen der ersten Ordnung.

Die vergleichende Betrachtung dieser Tabelle mit derjenigen auf S. 228 wird den grossen Nutzen dartun, welchen die gleichzeitige Benutzung derselben bei der Bestimmung der Mineralien im Dünnschliff zu leisten vermag.

| | $\gamma - \alpha$ | Dicke in mm, bei welcher Rot I. Ord. erscheint. |
|---|---|---|
| Rutil | 0.287 | 0.00192 |
| Eisenglimmer | 0.28 | 0.00197 |
| Pyrophanit | 0.27 | 0.00204 |
| Eisenspat | 0.239 | 0.00230 |
| Magnesit | 0.202 | 0.00273 |
| Breunnerit | 0.189 | 0.00291 |
| Dolomit | 0.180 | 0.00306 |
| Calcit | 0.172 | 0.00320 |
| Brookit | 0.158 | 0.00349 |
| Aragonit | 0.156 | 0.00353 |
| Titanit | 0.141 | 0.00391 |
| Cassiterit | 0.096 | 0.00574 |

| | $\gamma - \alpha$ | Dicke in mm, bei welcher Rot I. Ord. erscheint. |
|---|---|---|
| Hussakit | 0.095 | 0.00580 |
| Anatas | 0.073 | 0.00755 |
| Bas. Hornblende | 0.072 | 0.00765 |
| Zirkon | 0.062 | 0.00889 |
| Grunerit | 0.056 | 0.00984 |
| Astrophyllit | 0.055 | 0.01018 |
| Fayalit | 0.050 | 0.01102 |
| Aegirin | 0.050 | 0.01102 |
| Talk | 0.050 | 0.01102 |
| Diaspor | 0.048 | 0.01148 |
| Monazit | 0.048 | 0.01148 |
| Anhydrit | 0.045 | 0.01224 |
| Datolith | 0.044 | 0.01252 |
| Phlogopit | 0.044 | 0.01252 |
| Biotit | 0.041 | 0.01344 |
| Laavenit | 0.040 | 0.01377 |
| Muscovit | 0.038 | 0.01450 |
| Titanolivin | 0.038 | 0.01450 |
| Pektolith | 0.038 | 0.01450 |
| Epidot | 0.037 | 0.01490 |
| Lazulith | 0.036 | 0.01530 |
| Olivin | 0.036 | 0.01530 |
| Hortonolith | 0.035 | 0.01574 |
| Humit | 0.035 | 0.01574 |
| Mejonit | 0.035 | 0.01574 |
| Prehnit | 0.033 | 0.01670 |
| Chondrodit | 0.032 | 0.01722 |
| Orthit | 0.032 | 0.01722 |
| Cancrinit | 0.029 | 0.01900 |
| Diopsid | 0.029 | 0.01900 |
| Jadeit | 0.029 | 0.01900 |
| Aegirinaugit | 0.029 | 0.01900 |
| Thomsonit | 0.028 | 0.01968 |
| Tremolit | 0.027 | 0.02041 |
| Aktinolith | 0.027 | 0.02041 |
| Wöhlerit | 0.026 | 0.02119 |
| Rosenbuschit | 0.026 | 0.02119 |
| Turmalin | 0.025 | 0.02204 |
| Augit | 0.025 | 0.02204 |
| Anthophyllit | 0.025 | 0.02204 |
| Hydrargillit | 0.023 | 0.02396 |
| Karpholith | 0.022 | 0.02505 |
| Sillimanit | 0.022 | 0.02505 |

| | $\gamma - \alpha$ | Dicke in mm, bei welcher Rot I. Ord. erscheint |
|---|---|---|
| Brucit | 0.021 | 0.02624 |
| Gedrit | 0.021 | 0.02624 |
| Barkevikit | 0.021 | 0.02624 |
| Alunit | 0.020 | 0.02755 |
| Fouquéit | 0.020 | 0.02755 |
| Melinophan | 0.020 | 0.02755 |
| Hedenbergit | 0.019 | 0.02869 |
| Lawsonit | 0.019 | 0.02869 |
| Pargasit | 0.019 | 0.02869 |
| Glaukophan | 0.018 | 0.03061 |
| Monticellit | 0.017 | 0.03241 |
| Spodumen | 0.016 | 0.03444 |
| Gem. Hornblende | 0.016 | 0.03444 |
| Mizzonit | 0.015 | 0.03673 |
| Wollastonit | 0.015 | 0.03673 |
| Lotrit | 0.014 | 0.03936 |
| Anorthit | 0.013 | 0.04238 |
| Dipyr | 0.013 | 0.04238 |
| Hypersthen | 0.013 | 0.04238 |
| Kornerupin | 0.013 | 0.04238 |
| Natrolith | 0.013 | 0.04238 |
| Disthen | 0.012 | 0.04592 |
| Mosandrit | 0.012 | 0.04592 |
| Hjortdahlit | 0.012 | 0.04592 |
| Hainit | 0.012 | 0.04592 |
| Hydronephelit | 0.012 | 0.04592 |
| Laumontit | 0.012 | 0.04592 |
| Andalusit | 0.011 | 0.05009 |
| Klinochlor | 0.011 | 0.05009 |
| Dumortierit | 0.011 | 0.05009 |
| Gyps | 0.010 | 0.05510 |
| Axinit | 0.010 | 0.05510 |
| Staurolith | 0.010 | 0.05510 |
| Ottrelith | 0.010 | 0.05510 |
| Epistilbit | 0.010 | 0.05510 |
| Korund | 0.009 | 0.06122 |
| Quarz | 0.009 | 0.06122 |
| Enstatit | 0.009 | 0.06122 |
| Bronzit | 0.009 | 0.06122 |
| Albit | 0.009 | 0.06122 |
| Cordierit | 0.009 | 0.06122 |
| Topas | 0.009 | 0.06122 |
| Kaolin | 0.008 | 0.06887 |

| | $\gamma - \alpha$ | Dicke in mm, bei welcher Rot I. Ord. erscheint. |
|---|---|---|
| Skolezit | 0.007 | 0.07871 |
| Heulandit | 0.007 | 0.07871 |
| Orthoklas | 0.006 | 0.09183 |
| Gehlenit | 0.006 | 0.09183 |
| Zoisit | 0.006 | 0.09183 |
| Sapphirin | 0.006 | 0.09183 |
| Ainigmatit | 0.006 | 0.09183 |
| Stilbit | 0.006 | 0.09183 |
| Klinozoisit | 0.005 | 0.11020 |
| Melilith | 0.005 | 0.11020 |
| Nephelin | 0.005 | 0.11020 |
| Riebeckit | 0.004 | 0.13775 |
| Apatit | 0.003 | 0.18267 |
| Eukolit | 0.003 | 0.18367 |
| Phillipsit | 0.003 | 0.18367 |
| Eudialyt | 0.002 | 0.27550 |
| Tridymit | 0.002 | 0.27550 |
| Vesuvian | 0.002 | 0.27550 |
| Pennin | 0.001 | 0.55100 |
| Leucit | 0.001 | 0.55100 |

## VI. Die Bestimmung des optischen Charakters im parallelen Licht.

**154. Allgemeines.** Eine bei mikroskopischer Mineralbestimmung häufig wiederkehrende Aufgabe ist die Ermittelung dessen, was man als den optischen Charakter eines Minerals oder einer gewissen Zone eines Minerals bezeichnet. Diese Aufgabe besteht darin, in einem Blättchen festzustellen, welche der Auslöschungsrichtungen der Axe grösster oder kleinster Elastizität entspricht. J. L. C. Schroeder v. d. Kolk bestimmt an losen Körnern die Brechungsindizes mittelst der Einbettungsmethode (s. § 138 S. 262) der nach bestimmten Auslöschungsrichtungen schwingenden Wellen und empfiehlt dieses Verfahren besonders bei sehr stark doppelbrechenden Krystallen. C. Viola benutzt in ähnlicher Weise die von ihm erweiterte Beckesche Methode (s. § 141), um bei äusserst schwach doppelbrechenden Mikrolithen die Brechungs- oder Elastizitätsverhältnisse zu ermitteln.

Eine andere, im einzelnen sehr mannigfaltig variierende Methode beruht auf den Erörterungen des § 129 und besteht also in der Kombination der, durch ein Mineral von unbekannter optischer Orientierung hervorgerufenen Phasendifferenz, mit der Phasendifferenz eines Hülfspräparates von bekannter optischer Orientierung.

Vorausgehen muss die Bestimmung der Lage der Elastizitätsaxen in dem zu untersuchenden Krystallblättchen, was man einfach durch Drehung desselben zwischen gekreuzten Nicols bis zur Dunkelstellung erreicht, ohne die in § 132 angegebene Genauigkeit anzustreben. In dieser Dunkelstellung befinden sich die grösste und die kleinste Elastizität, in der Lage $NS$ und $OW$. — (Es mögen die Richtungen im Gesichtsfeld mit den Himmelsrichtungen, wie sie gewöhnlich bei den Karten der Atlanten liegen, bezeichnet werden. Es soll also Norden hinten, Süden vorne, Osten rechts und Westen links liegen.) In welcher von diesen beiden Lagen aber eine von ihnen sich befindet, ob also die grössere Elastizität $NS$ oder $OW$ liegt, ist eben Aufgabe der nachfolgenden Untersuchung. — Man gibt zunächst dem Krystallblättchen durch Drehung des Mikroskoptisches eine solche Stellung, dass seine Schwingungsrichtungen um 45° gegen die Hauptschnitte der gekreuzten Nicols geneigt sind, dass also jetzt die beiden in Frage kommenden Elastizitäten $NO-SW$ und $NW-SO$ liegen, und das Blättchen die der Wegdifferenz $s_\gamma - s_\alpha = d(\gamma_1 - \alpha_1)$ (s. S. 232) entsprechende Interferenzfarbe im Maximum der Intensität (s. S. 236) zeigt. Alsdann stellt man aus einem geeigneten doppelbrechenden Material ein dünnes Blättchen her, welches eine Interferenzfarbe niederer Ordnung hervorbringt, und bestimmt in diesem Blättchen die Lage der grössten und kleinsten Elastizität, indem man die optischen Konstanten des betreffenden Materials bei der Herstellung des Präparates zu Rate zieht.

**155. Gypsblatt vom Rot erster Ordnung.** Man kann sich ein Präparat mit Rot I. Ord. durch Spalten aus Muskovit — etwa aus den jetzt so verbreiteten Ofenglimmerplatten — leicht herstellen; im Handel wird indessen meistens Gyps oder Quarz für die etwas dickeren Präparate mit deutlichen Interferenzfarben, und Glimmer nur für äusserst dünne Blättchen gewählt. Ein solches Gypsblatt, das häufig, aus bald zu erörternden Gründen, in einer dem Rot erster Ordnung entsprechenden Dicke hergestellt wird, schneidet man aus einem Gypsspaltungsstück in der durch Fig. 202 angegebenen Orientierung. Das längliche Rechteck stellt unser Präparat in der im Mikroskop zur Anwendung kommenden Lage $NW-SO$ dar, und die Umrisse der Figur geben einige für den Gyps charakteristische Linien wieder, wie muscheligen und faserigen Bruch, krystallographische, optische und Elastizitäts-Axen. Diese Orientierung pflegt bei dem Gypsblatt glücklicherweise ziemlich einheitlich zu erfolgen, während bei anderen Präparaten aus Quarz und Glimmer, die weiter unten besprochen werden, einige Verwirrung herrscht.

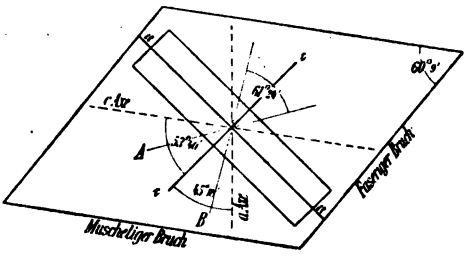


Fig. 202.

Legt man nun ein solches Gypspräparat in der durch die Zeichnung Fig. 202 angegebenen Richtung über das zu untersuchende Mineralblätt-

chen oder schiebt es in den dazu bestimmten Schlitz *tt* (Fig. 112), so sind seine optischen Hauptschnitte mit denen des Minerals unter 45° gegen die Nicolhauptschnitte geneigt und zeigen also ebenfalls die grösste Beleuchtungsintensität. Der Gangunterschied der Strahlen wird durch das Gypsblättchen vergrössert, wenn in diesem und dem Blättchen gleichwertige Elastizitätsaxen zusammenfallen, verkleinert, wenn ungleichwertige Elastizitätsaxen sich decken. Im ersten Falle wirkt das Gypsblättchen wie eine Verdickung des Blättchens und die Interferenzfarbe muss demnach steigen, im zweiten Falle entspricht das Gypsblättchen einer Verdünnung des Blättchens und die Interferenzfarbe muss fallen. Da im Gypsblättchen nach der obigen Präparation die grösste Elastizität parallel der längeren Kante liegt, so erhält man durch die Beobachtung direkt den gewünschten Aufschluss. Es empfiehlt sich, nach dem ersten Versuch das Mineral mit dem Mikroskoptisch um 90° zu drehen und denselben Versuch zu wiederholen; man muss natürlich nun ein Fallen der Interferenzfarbe haben, wenn dieselbe bei dem ersten Versuch stieg und umgekehrt.

Zur deutlichen Beobachtung des Umschlagens der Farbe ist es nicht gleichgültig, welche Interferenzfarbe das Hülfspräparat zeigt. Bei sehr dünnen oder sehr schwach doppelbrechenden Mineralien, bei denen die niedrigsten Töne der Newtonschen Skala auftreten, die manchmal auf den ersten Blick kaum von Dunkel zu unterscheiden sind, wählt man ein Hülfspräparat mit einer empfindlichen Farbe (s. Schluss von § 123), damit auch bei einer kleinen Aenderung der Wegdifferenz $s_\gamma - s_\alpha$ schon ein deutlicher Farbenumschlag erfolgt. Bevorzugt werden die Töne am Ende der ersten und am Anfang der zweiten Ordnung, wobei man merkwürdigerweise das etwas weniger empfindliche Rot der I. Ord. dem empfindlicheren Violett der II. Ord. vorzuziehen scheint. Da nun zur Hervorbringung einer solchen Interferenzfarbe die Hülfsplatte eine ganz bestimmte Dicke haben muss und diese aus Glimmer durch Spaltung nicht so leicht herzustellen ist, so wählt man für diese Präparate Gyps (oder auch Quarz), und spricht dann von einem Gyps vom Rot I. Ordnung.

Bei Einschaltung solcher Blättchen in der oben angegebenen Weise erscheint das untersuchte Mineral gelb, wenn seine Axe kleinster Elastizität mit der Axe grösster Elastizität koinzidiert, blau im umgekehrten Falle. — Den Nachetschen Mikroskopen wird zu gleichem Zwecke gewöhnlich eine Quarzplatte beigegeben, welche die teinte de passage (Violett) zeigt. Diese Quarzplatten sollten, um einheitliche Gedächtnisregeln aufstellen zu können, in der gleichen Orientierung in das Mikroskop eingeschoben werden, wie sie das in Fig. 202 gezeichnete Gypsblatt zeigt. Es sollte also auch bei einem solchen Quarzblättchen die grössere Elastizität *NW—SO*, und die Hauptaxe des Quarzes demnach *SW—NO* liegen.

Ausgezeichnet ist für derartige Untersuchungen, bei denen man es mit sehr niedrigen Interferenzfarben zu tun hat, der schon in § 135 S. 252 beschriebene, Bravais-Stöbersche „Quarzzwilling", bei dem man nur für die Bestimmung des Charakters die optische Orientierung der

beiden Hälften kennen muss. Liegt die Trennungslinie der beiden Hälften in der Richtung *NS*, so läuft in dem einen Teil die optische Axe *NO—SW*, in dem andern Teil *NW—SO*, und man muss nun, wenn der Krystall beide Hälften teilweise bedeckt, die gestiegene und die gefallene Farbe gleichzeitig nebeneinander erblicken. Dieser kleine Hülfsapparat ist von einer solchen Empfindlichkeit, dass man, wie Bravais schon angibt[1]), die durch Druck mit den Fingern in einem Glaswürfel (von 16 mm Seite) hervorgerufene Doppelbrechung sehr deutlich zeigen kann. Uebrigens kann man mit einem guten Gypsblatt vom Rot I. Ord. ebenfalls, wenn auch nicht mit der gleichen Prägnanz, diese schwache Doppelbrechung zeigen.

**156. Bravaisscher Drehquarz und Wrightscher Kombinationskeil.** Bei dickeren oder stark doppelbrechenden Krystallen (in letzterem Fall z. B. bei den mikroskopischen Zirkonen der Gesteine), die also zwischen gekreuzten Nicols eine deutliche Interferenzfarbe von der ersten oder auch von höherer Ordnung geben, ist es nicht vorteilhaft, mit dem rot-violetten Gyps oder Quarz zu arbeiten, da die Interferenzfarben immer um eine ganze Ordnung, sei es nach oben oder nach unten verschoben werden, und man nicht jederzeit sicher und ohne längere Ueberlegung sagen kann, ob die Kombinationsfarbe einem Steigen oder Fallen entspricht. Man könnte hier Präparate mit sehr niedrigen Interferenzfarben — noch bedeutend niedriger als das Graublau des $^1/_4$ Und. Glimmers (s. § 177) — gebrauchen, um nur ein geringes Umschlagen der Krystall-Interferenzfarbe zu erhalten. Man geht aber viel sicherer, wenn man eine schon von Biot 1824[2]) angegebene Methode anwendet und an einer passenden Stelle des Tubus unter den Analysator eine genau senkrecht zur optischen Axe geschliffene dünne Platte eines einaxigen Minerals, das man zum Schutz zwischen zwei Deckgläschen kittet, einschiebt. Z. B. eignet sich Quarz (dessen Zirkularpolarisation wegen der Dünne der Platte nicht störend wirkt), hier gut zu diesem Zweck. Dreht man alsdann diesen Quarz um eine *NW—SO* gerichtete horizontale Axe ein wenig, so muss die Interferenzfarbe des Krystalls, welche bei dem horizontalen Einschieben der Quarzplatte keine Veränderung erlitt, steigen oder fallen. Vor der Neigung ist die Elastizität in allen horizontalen Richtungen in der Quarzplatte die gleiche, nämlich a (Fig. 203a). Nach der Neigung ist in einer, den Quarz horizontal schneidenden Ebene die Elastizität in der Richtung *NO—SW* kleiner (c') als in der Richtung *NW—SO* (a) (Fig. 203b). Liegen die Elastizitäten im Krystallblättchen gleichsinnig, so wird ein

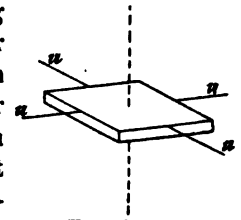


Fig. 203a.

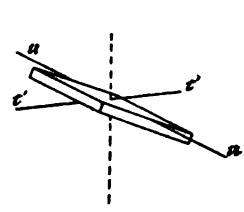


Fig. 203b.

1) C. R. 32. 1851. 114.

2) Précis élement. phys. experim. 2. 572.

Steigen seiner Farbe zu bemerken sein. Auch hier kann man zur Sicherheit die Drehoperation des Quarzes in einer um 90° verwendeten Richtung wiederholen, um dann den umgekehrten Farbenumschlag zu erhalten. Die Methode ist ausserordentlich sicher, da man einen ganz allmählichen Uebergang der Farben wahrnimmt.

Den gleichen Erfolg erzielt F. E. Wright[1]) mit seinem Kombinationskeil, der aus Gyps hergestellt und mit einem Gypsblatt vom Rot I. Ord. kombiniert ist, wie dies Fig. 204 angibt. Wegen der kreuzweisen Uebereinanderlagerung der Elastizitätsaxen muss an jener Stelle, wo Keil und Blättchen gleiche Dicke haben, Dunkelheit entstehen, und müssen von dieser Stelle an beiderseits die Newtonschen Farben sich zeigen, die nach rechts um eine Ordnung niedriger liegen als wenn der Keil ohne das Gypsblatt eingeschoben würde. Wir haben also hier einen Keil mit unendlich feiner Schärfe und demnach dem ersten Anfang der Newtonschen Farbenskala, so dass wir diese nahe bei dem schwarzen Balken liegende Stelle benutzen können, einen ganz allmählichen Umschlag der Interferenzfarbe eines Mineralblättchens zu beobachten.

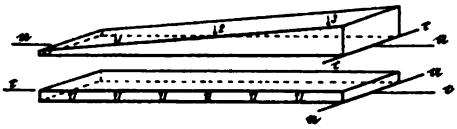


Fig. 204.

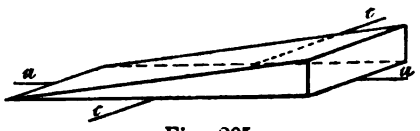


Fig. 205.

**157. Gyps-(und Quarz-)Keil.** Bei hohen Interferenzfarben verwendet man mit Vorteil einen jetzt meistens aus Gyps hergestellten Keil, den wohl (aus Quarz hergestellt) de Sénarmont 1851 zuerst vorgeschlagen hat[2]). Dieser Keil (Fig. 205) pflegt jetzt meistens so geschliffen zu werden, dass seine brechende Kante der kleineren Elastizität parallel läuft, und dass seine lange Erstreckung parallel der Axe der grössten Elastizität liegt. Es ist auch hier, wie bei dem Gyps vom Rot erster Ordnung, wünschenswert, diese wie es scheint verbreitetste Orientierung allgemein einzuführen. Der Keil pflegt auf eine Glasplatte aufgekittet und mit einem Deckglas bedeckt zu werden, um ihn haltbarer zu machen. Schiebt man ihn auf dem Objekttisch von *SO* nach *NW*, also wieder unter 45° gegen die Nicolhauptschnitte mit der Schneide voran vorwärts, so beobachtet man streifenartig nebeneinander die ganze Reihe der Newtonschen Farben vom Eisengrau der ersten Ordnung bis etwa, je nach der Länge des Keils, zu den Farben der dritten und vierten Ordnung in ausgezeichneter Intensität. (Ueber Abweichung dieser Gypskeilfarben von den reinen Newtonschen Farben s. § 123. S. 227.) Je kleiner der Winkel des Keils ist, um so breiter werden die, den einzelnen Farben der Newtonschen Skala zukommenden Felder, und je feiner die brechende Kante des

1) T. M. P. M. **20**. 1901. 275; s. a. Journ. of Geology **10**. 1902. 33—35.

2) Ann. Chim. Phys. (3) **33**. 1851. S. 7 des Sep.-Abdr.; s. a. Grailich, Krystallographisch-optische Unters. Wien u. Olmütz 1858. S. 205.

Keils ausgeschliffen ist, um so tiefer steigen die Farben in die erste Ordnung hinab.

Legt man nun unter oder über den Keil das dem Charakter nach zu bestimmende Krystallblättchen so ins Gesichtsfeld, dass seine Hauptschwingungsrichtungen 45° gegen die Nicolhauptschnitte geneigt sind, so wird die Farbe des Keils an der Stelle, wo das Blättchen liegt, geändert werden; und zwar erscheint eine, im Keil erst an dickerer Stelle auftretende Farbe dann, wenn die Axe der kleinsten Elastizität im Blättchen parallel der brechenden Kante des Keils also parallel cc in Fig. 205 liegt. Die Farbe entspricht dagegen einer an dünnerer Stelle des Keils vorhandenen, wenn die Axe grösster Elastizität im Blättchen der Keilkante parallel ist. Auch hier tut man gut, den Versuch zu wiederholen nach einer Drehung des Blättchens um 90°. Die Erscheinung muss sich nun natürlich umkehren; die Farbe muss sinken, wenn sie vorher stieg, steigen, wenn sie vorher sank.

Gewöhnlich pflegt man den Keil nicht direkt über das Präparat zu legen, schon weil sich dies zu leicht verschieben würde, sondern benutzt, wie bei dem Gyps vom Rot I. Ordnung, bei Anwendung des Tubus-Nicols den Schlitz *tt* (Fig. 120) oder bei Verwendung des aufsetzbaren Analysators auch den in diesem unter 45° gegen seinen Hauptschnitt angebrachten Schlitz.

Ein solcher Sénarmontscher Keil dient auch ohne irgend welche weitere Vorrichtung dazu, die Ordnung zu bestimmen, welcher eine Interferenzfarbe in einem doppelbrechenden Blättchen angehört. Das Blättchen zeige Rot und sein Hauptschnitt sei um 45° gegen die Nicolhauptschnitte verwendet. Schiebt man nun den Quarzkeil mit dem dünnen Ende voran so zwischen Okular und Analysator, dass seine Axe kleinster Elastizität mit der Axe grösster Elastizität im Blättchen zusammenfällt, so muss die Interferenzfarbe mehr und mehr sinken, je dickere Stellen des Quarzkeils über das Blättchen zu liegen kommen. Das Blättchen zeigt also in absteigender Linie die Newtonschen Farben eine nach der andern, bis der Beschleunigung der einen Welle im Blättchen eine ganz gleiche Verzögerung derselben im Keil entspricht. In diesem Augenblick ist es dasselbe, als hätte man das Blättchen mit einem andern derselben Substanz und von gleicher Dicke gekreuzt; das Blättchen muss grau bis schwarz erscheinen, je nach der Stärke seiner Farbendispersion. Ist bei dieser Operation die Anfangsfarbe des Blättchens (Rot) in ähnlicher Weise n mal wiedergekehrt, so muss die Anfangsfarbe des Blättchens von der (n+1)ten Ordnung sein.

**158. Verwendung des Babinetschen Kompensators zur Bestimmung des optischen Charakters.** Bei sehr tief gefärbten Mineralien versagen die meisten der oben besprochenen Methoden, weil durch die Absorptionswirkung des Minerals dessen Interferenzfarbe zu stark verändert wird, und also auch kein Steigen oder Sinken der Farbe bei Anwendung der Hülfspräparate zu erkennen ist. In solchen Fällen kann man die

optische Orientierung eines Blättchens aus der Verschiebung des Mittelbalkens im Babinetschen Kompensator ableiten. Kennt man die Orientierung der Keile in einem Babinet und bedenkt man, dass eine optische Verdickung des einen Keils den Mittelbalken nach dessen dünnerem Ende verschiebt, so ist ein Schluss auf die Verteilung der Elastizitäten im Blättchen leicht gemacht. Die umständliche Auseinanderschraubung und Untersuchung der Keile wird überflüssig, wenn man an einem Präparat von bekannter Orientierung — etwa an dem obigen Gypsblatt vom Rot I. Ord. § 155 — die Verschiebung des Mittelbalkens beobachtet.

**159.** Hat man den relativen Wert der Elastizitäten in einem Blättchen bestimmt, so ist damit ohne weiteres noch nicht der optische Charakter des Minerals ermittelt. Hierzu müssen gewisse Angaben über die Lage des Schliffs gemacht werden können, wozu in vielen Fällen die Beobachtung im konvergenten Licht (s. § 160 ff.) Fingerzeige gibt. Schroeder v. d. Kolk hat gezeigt, wie man zu solchen Orientierungen auch die Beobachtung im parallelen Licht gebrauchen und wie man hier die optisch einaxigen Mineralien von den optisch zweiaxigen unterscheiden kann[1]). Auch v. Fedorow und W. Nikitin haben ihre Universalmethode in diesem Sinne verwendet[2]).

---

## VII. Die Erscheinungen im konvergenten Licht.

**160. Allgemeines.** Wenn die Beobachtung im parallelen polarisierten Licht Mittel an die Hand gibt, die Lage der Elastizitätsaxen in einem doppelbrechenden Blättchen zu bestimmen und aus einer Anzahl solcher Bestimmungen an Blättchen von verschiedener Lage aus einem Krystall die Orientierung der Elastizitätsaxen gegen die Krystallaxen[3]) und damit das Krystallsystem abzuleiten, sowie den Brechungsexponenten und die Grösse der Doppelbrechung angenähert oder genau zu bestimmen, so dient die Beobachtung im konvergenten polarisierten Licht zur Unterscheidung der einaxigen Krystalle von den zweiaxigen, zur Bestimmung der Dispersionen, des optischen Charakters und ermöglicht endlich die Entscheidung, ob ein im parallelen polarisierten Licht isotropes Blättchen einer isotropen Substanz zugehört, oder einem anisotropen Körper, welcher senkrecht zu seiner optischen Axe geschnitten wurde.

Unter den Forschern, die dieses Beobachtungsgebiet erschlossen haben, ist an erster Stelle David Brewster zu nennen mit Publikationen aus den Jahren 1814 und 1818: On the affections of light trans-

1) Zeitschr. f. wiss. Mikroskop. 8. 1892. 456—458.

2) Z. X. 24. 1895. 603—605; 33. 1900. 133—146.

3) Die in § 135 erläuterte Methode der Bestimmung der Auslöschungsschiefe beruht auf der Lage der optischen Axen und damit auf der Beobachtung im konvergenten Licht.

mitted through crystallized bodies und: On the laws of polarisation and double refraction in regularly crystallized bodies[1]). Brewster hat als Erster die optisch zweiaxigen Krystalle erkannt nnd von den optisch einaxigen geschieden. Ein Ausdruck für die in irgend einer beliebigen Richtung im Raume auftretenden Interferenzerscheinungen in anisotropen Medien wurde von J. B. Biot[2]) auf empirischem Wege gefunden, ohne dass er indessen Strahlenaxen und optische Axen streng unterschieden hätte. Auf Grund der inzwischen von Fresnel ermittelten Gesetze wurden dann von F. Neumann[3]) die Formeln abgeleitet, deren geometrische Konstruktion A. Bertin[4]) in seinen isochromatischen Flächen oder Oberflächen gleichen Gangunterschiedes durchführte. Mit Hülfe dieser Bertinschen Flächen gelingt es noch am leichtesten, die überaus mannigfaltigen Interferenzerscheinungen der isochromatischen Kurven zu übersehen, die an planparallelen Krystallplatten im konvergenten polarisierten Licht auftreten.

**161. Isochromatische Flächen (Oberflächen gleichen Gangunterschiedes)[5]).** Auf ein doppelbrechendes Blättchen falle unter dem Winkel $i$ (Fig. 206) eine Wellennormale linear polarisierenden Lichtes $AB$, die sich im Blättchen in eine ordentliche Wellennormale $BC$ und eine ausserordentliche $BC_1$ spalte. Nach dem Durchlaufen des Blättchens treten diese Wellennormalen wieder parallel zur Einfallsrichtung aus, es ist also $AB \parallel CD \parallel C_1D_1$. Von unendlich vielen unter dem Winkel $i$ einfallenden Wellennormalen lassen sich immer zwei (z. B. $AB$ und $A_1B_2$) finden, bei denen je die ordentliche ($B_2C_1$) und ausserordentliche ($BC_1$) Wellennormale nicht nur in der gleichen Richtung, sondern auch in dem gleichen Punkt ($C_1$) die Platte verlassen. Solche zwei Wellennormalen bieten die Möglichkeit dar — unter den in § 120 angegebenen Bedingungen — zu interferieren, und der für sie in Frage kommende Gangunterschied bei dem Austritt im Punkte $C_1$ ist von grundlegender Bedeutung für die Erscheinungen der Platte im konvergenten Licht.

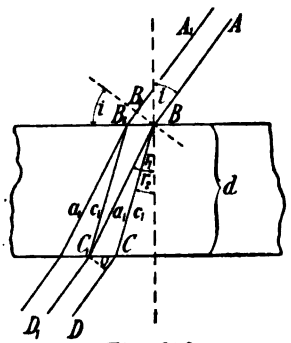


Fig. 206.

Bis zur Linie $BB_1$ (senkrecht auf $AB$ und $A_1B_2$) haben die beiden einfallenden Wellen, die wir uns aus ein und demselben leuchtenden Punkt hervorgegangen zu denken haben, gleiche Strecken zurückgelegt und befinden sich daher in gleichem Schwingungs-

1) Philos. Transact. 1814. 187—218; 1818. 199—272.

2) Besonders in den Jahren 1812—1814; s. auch sein Lehrb. d. Experimental-Physik. 2. Aufl. d. deutschen Bearbeitung. 4. 1829. 346 ff.

3) Pogg. Ann. 88. 1834. 257—281.

4) Ann. Chim. Phys. 68. 1861. 57—92.

5) Ich folge hier vielfach den Ausführungen Th. Liebischs, Phys. Krystallogr. 1891. 455—460.

zustand; sie haben keine Wegdifferenz. Nennen wir $a_1$ und $c_1$ die Geschwindigkeiten der beiden Wellen im Blättchen, n die Geschwindigkeit in Luft, ferner $t_{\alpha_1}$ die Zeit zum Durchlaufen der Strecke $BC_1$, $t_{\gamma_1}$ zum Durchlaufen von $B_1B_2 + B_2C_1$, so ist:

$$t_{\alpha_1} = \frac{BC_1}{a_1}, \quad t_{\gamma_1} = \frac{B_1B_2}{n} + \frac{B_1C_1}{c_1}.$$

Während dieser Zeiten $t_{\alpha_1}$ und $t_{\gamma_1}$ würden in Luft die Strecken $s_{\alpha_1}$ und $s_{\gamma_1}$ durchlaufen, wo

$$s_{\alpha_1} = n t_{\alpha_1}, \qquad s_{\gamma_1} = n t_{\gamma_1},$$

so dass der Gangunterschied ist:

$$s_{\gamma_1} - s_{\alpha_1} = B_1B_2 + \frac{n}{c_1} B_2C_1 - \frac{n}{a_1} BC_1. \tag{1}$$

Nennt man die Dicke des Blättchens $d$, so ist nach Fig. 206

$$B_1B_2 = BB_2 \sin i, \text{ wo } BB_2 (= C_1C) = BC_1 \sin r_1 - B_2C_1 \sin r_2;$$

$$B_2C_1 (= BC) = \frac{d}{\cos r_2}, \qquad BC_1 = \frac{d}{\cos r_1};$$

und setzt man diese Werte in (1) ein, so folgt:

$$s_{\gamma_1} - s_{\alpha_1} = \frac{d \sin r_1}{\cos r_1} \sin i - \frac{d \sin r_2}{\cos r_2} \sin i + \frac{nd}{c_1 \cos r_2} - \frac{nd}{a_1 \cos r_1},$$

$$s_{\gamma_1} - s_{\alpha_1} = nd \left[ \frac{1}{\cos r_1} \left( \frac{\sin i}{n} \sin r_1 - \frac{1}{a_1} \right) - \frac{1}{\cos r_2} \left( \frac{\sin i}{n} \sin r_2 - \frac{1}{c_1} \right) \right].$$

Nun ist nach dem Snelliusschen Gesetz für die Wellennormalen

$$\frac{\sin i}{n} = \frac{\sin r_1}{a_1} = \frac{\sin r_2}{c_1} \tag{2}$$

und demnach

$$s_{\gamma_1} - s_{\alpha_1} = nd \left( \frac{\sin^2 r_1 - 1}{\cos r_1 a_1} - \frac{\sin^2 r_2 - 1}{\cos r_2 c_1} \right)$$

$$s_{\gamma_1} - s_{\alpha_1} = nd \left( \frac{\cos r_2}{c_1} - \frac{\cos r_1}{a_1} \right).$$

Mit Hülfe der Gleichungen (2) lässt sich diese Gleichung auch schreiben

$$s_{\gamma_1} - s_{\alpha_1} = d \sin i (\operatorname{cotg} r_2 - \operatorname{cotg} r_1)$$

oder[1])

$$s_{\gamma_1} - s_{\alpha_1} = d \sin i \frac{\sin (r_1 - r_2)}{\sin r_1 \sin r_2} = d \sin i \frac{\sin^2 r_1 - \sin^2 r_2}{\sin r_1 \sin r_2 \sin (r_1 + r_2)}.$$

Unter abermaliger Benutzung der Beziehung (2) folgt:

$$s_{\gamma_1} - s_{\alpha_1} = d \sin i \frac{1}{n^2} \frac{\sin^2 i (a_1^2 - c_1^2)}{\sin r_1 \sin r_2 \sin (r_1 + r_2)}.$$

Zur Vereinfachung der weiteren Entwicklung wollen wir die bei den meisten Substanzen nur wenig voneinander abweichenden Winkel $r_1$ und $r_2$ einander gleich setzen und dafür einen mittleren Wert r annehmen; dann lautet die letzte Gleichung:

---

1) Da $\operatorname{cotg}\beta - \operatorname{cotg}\alpha = \frac{1 + \operatorname{cotg}\alpha \operatorname{cotg}\beta}{\operatorname{cotg}(\alpha - \beta)} = \frac{\frac{\sin\alpha\sin\beta + \cos\alpha\cos\beta}{\sin\alpha\sin\beta}}{\frac{\cos(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha-\beta)}} = \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin\alpha\sin\beta}$.

$$s_{\gamma_1} - s_{\alpha_1} = d \sin i \frac{1}{n^2} \frac{\sin^2 i (a_1^2 - c_1^2)}{\sin^2 r \, 2 \sin r \cos r}$$

$$s_{\gamma_1} - s_{\alpha_1} = \frac{d}{\cos r} \frac{\sin i}{n^2} \frac{\sin^2 i (a_1^2 - c_1^2}{2 \sin^3 r}.$$

Um auch im Nenner den Winkel r durch i auszudrücken, möge als fernere Näherung angenommen werden, dass die zwischen $BC$ und $BC_1$ (Fig. 206) unter dem Winkel $r$ geneigte Wellennormale die mittlere Geschwindigkeit $\frac{a_1 + c_1}{2}$ habe, so dass nach (2)

$$\sin^3 r = \left(\frac{a_1 + c_1}{2}\right)^3 \frac{\sin^3 i}{n^3} \text{ ist,}$$

dann folgt:

$$s_{\gamma_1} - s_{\alpha_1} = \frac{d}{\cos r} n \frac{a_1^2 - c_1^2}{2\left(\frac{a+c}{2}\right)^3}. \tag{3}$$

Nun hat F. Neumann gezeigt[1]), dass man die Geschwindigkeiten $a_1$ und $c_1$ zweier aus einer einfallenden Wellennormale hervorgegangener Wellennormalen durch die Hauptlichtgeschwindigkeiten $a$ und $c$ (also ohne $b$) und die Winkel der Wellennormalen gegen die optischen Axen ($\varphi_1$ und $\varphi_1'$,; $\varphi_2$ und $\varphi_2'$) folgendermassen ausdrücken kann:

$$\left.\begin{aligned} a_1^2 &= \frac{a^2 + c^2}{2} + \frac{a^2 - c^2}{2} \cos(\varphi'_1 - \varphi_1) \\ c_1^2 &= \frac{a^2 + c^2}{2} + \frac{a^2 - c^2}{2} \cos(\varphi'_2 + \varphi_2). \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Im Sinne der obigen Annäherungen lässt sich auch hier der Winkel, den die beiden Wellennormalen miteinander bilden, als verschwindend klein betrachten, so dass gesetzt werden kann:

$$\varphi'_1 = \varphi'_2 = \varphi', \qquad \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi;$$

dann folgt aus (4):

$$a_1^2 - c_1^2 = \frac{a^2 - c^2}{2} [\cos(\varphi' - \varphi) - \cos(\varphi' + \varphi)]$$

$$a_1^2 - c_1^2 = (a^2 - c^2) \sin\varphi \sin\varphi' \,^2). \tag{4a}$$

---

1) Pogg. Ann. **33**. 1834. 275—278; s. auch A. Beer, Einleitung in die höhere Optik, 1882. 301—303.

2) Setzt man an Stelle der Geschwindigkeiten die Brechungsexponenten (§ 67 S. 104), so erscheinen die Gleichungen (4) in der Form:

$$\frac{1}{\alpha_1^2} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\gamma^2}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\gamma^2}\right)\cos(\varphi' - \varphi)$$

$$\frac{1}{\gamma_1^2} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\gamma^2}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{\gamma^2}\right)\cos(\varphi' + \varphi)$$

oder, wenn man die Glieder mit $1/\alpha^2$ und $1/\gamma^2$ zusammenfasst und bedenkt, dass $1 - \cos\alpha = 2\sin^2\frac{\alpha}{2}$; $1 + \cos\alpha = 2\cos^2\frac{\alpha}{2}$ ist, so folgt:

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{\alpha_1^2} &= \frac{1}{\alpha^2}\cos^2\frac{\varphi' - \varphi}{2} + \frac{1}{\gamma^2}\sin^2\frac{\varphi' - \varphi}{2} \\ \frac{1}{\gamma_1^2} &= \frac{1}{\alpha^2}\cos^2\frac{\varphi' + \varphi}{2} + \frac{1}{\gamma^2}\sin^2\frac{\varphi' + \varphi}{2}. \end{aligned}\right\}$$

Setzen wir diesen Wert in (3) ein, so erhalten wir schliesslich für den Gangunterschied in einer Richtung, welche mit den optischen Axen die Winkel $\varphi$ und $\varphi'$ einschliesst:

$$s_{\gamma_1} - s_{\alpha_1} = \frac{d}{\cos r}\, n\, \frac{a^2 - c^2}{2\left(\frac{a+c}{2}\right)^3} \sin\varphi \sin\varphi';$$

oder

$$s_{\gamma_1} - s_{\alpha_1} = \frac{d}{\cos r}\, n\, \frac{a-c}{\left(\frac{a+c}{2}\right)^2} \sin\varphi \sin\varphi'. \qquad (5)$$

Hiernach stellt sich der Gangunterschied dar als eine Funktion

1. der Länge des durchlaufenen Weges im Krystall $\frac{d}{\cos r}$,
2. der Hauptlichtgeschwindigkeiten $a$ und $c$ im Krystall und der Lichtgeschwindigkeit in Luft $n$,
3. der mittleren Neigung der durch Doppelbrechung entstandenen beiden Wellennormalen gegen die optischen Axen.

Setzen wir die Länge des durchlaufenen Weges im Krystall

$$\frac{d}{\cos r} = \rho$$

und die Konstante

$$n\, \frac{a-c}{\left(\frac{a+c}{2}\right)^2} = K,$$

so können wir die Formel (5) auch schreiben:

$$s_{\gamma_1} - s_{\alpha_1} = \rho K \sin\varphi \sin\varphi'. \qquad (6)$$

Konstruiert oder berechnet man nach dieser Formel (6) die zu einem bestimmten Gangunterschied $s_{\gamma_1} - s_{\alpha_1}$ gehörenden Weglängen $\rho$ für alle Raumrichtungen — also für möglichst verschiedene Werte von $\varphi$ und $\varphi'$, so gelangt man zur Oberfläche gleichen Gangunterschiedes oder isochromatischen Fläche Bertins.

Für optisch einaxige Krystalle wird $\varphi = \varphi'$, so dass die Formel (6) übergeht in

$$s_{\gamma_1} - s_{\alpha_1} = \rho K \sin^2\varphi. \qquad (7)$$

Die Gleichung stellt die Querschnittskurve einer Rotationsfläche mit der optischen Axe als Drehaxe dar.

Berechnet man hieraus $\rho$,

$$\rho = \frac{s_{\gamma_1} - s_{\alpha_1}}{K}\, \frac{1}{\sin^2\varphi}, \qquad (8)$$

---

Die obige Gleichung (4a) kann auch geschrieben werden:

$$\frac{1}{\alpha_1^2} - \frac{1}{\gamma_1^2} = \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{\gamma^2}\right) \sin\varphi \sin\varphi'.$$

Aehnlich lautete die Formel, welche Biot auf empirischem Wege gefunden hatte (s. § 160).

indem man für $(s_{\gamma_1} - s_{\alpha_1}) : K$ irgend eine konstante Zahl wählt und $\varphi = 5^0, 10^0, 15^0, 20^0 \ldots$ einsetzt, so erhält man die Zentralabstände einzelner Punkte der in Fig. 207 gezeichneten Querschnittskurve. Auch lässt sich die Kurve leicht konstruieren. Man schlägt mit dem Radius $(s_{\gamma_1} - s_{\alpha_1}) : K = r$ einen Kreis, zieht unter einem beliebigen Winkel $\varphi$ den Radius 1.2, legt die Tangente 2.3 und errichtet in 3 ein Lot 3.4 auf der X-Axe. Im Schnittpunkt 4 dieses Lotes mit dem passend verlängerten Radius 1.2 befindet sich ein Punkt der Kurve; denn es ist

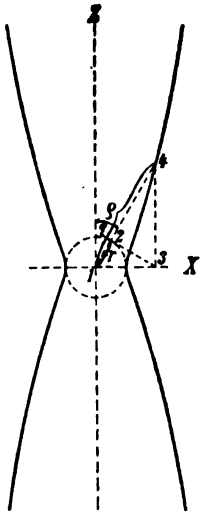


Fig. 207.

$$\frac{1.2}{1.3} = \sin\varphi; \quad \frac{1.3}{1.4} = \sin\varphi; \quad \frac{1.4}{1.2} = \frac{\rho}{r} = \frac{1}{\sin^2\varphi}.$$

Von der isochromatischen Fläche optisch zweiaxiger Krystalle kann man eine Vorstellung erhalten, wenn man die Schnittkurven der durch die Gleichung

$$\rho = \frac{s_{\gamma_1} - s_{\alpha_1}}{K} \frac{1}{\sin\varphi \sin\varphi'} \qquad (9)$$

dargestellten Flächen mit ihren drei Symmetrieebenen berechnet und zeichnet.

In den stereographischen Projektionen Fig. 208 a, b, c seien $A$ und $B$ die optischen Axen ($AB = 2V$), $W$ die Richtungen, die mit einer Symmetrieaxe den Winkel $w$ einschliessen, $\varphi$ und $\varphi'$ die Winkel dieser Richtungen mit den optischen Axen, dann ist

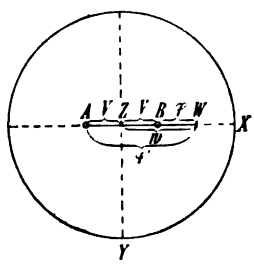


Fig. 208 a.

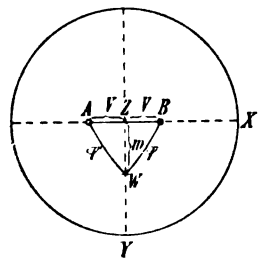


Fig. 208 b.

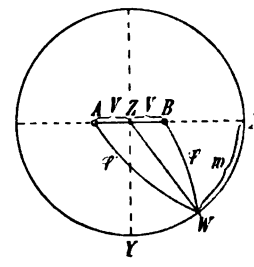


Fig. 208 c.

1. für alle Kurvenpunkte der vertikalen, von rechts nach links gehenden Symmetrieebene:
$$\varphi = w - V; \quad \varphi' = w + V \text{ (Fig. 208a)};$$
2. für alle Kurvenpunkte der vertikalen, von vorne nach hinten gehenden Symmetrieebene:
$$\varphi = \varphi'; \text{ also } \sin\varphi \sin\varphi' = \sin^2\varphi = 1 - \cos^2 w \cos^2 V^1);$$
3. für alle Kurvenpunkte der horizontal liegenden Symmetrieebene:
$$\sin\varphi \sin\varphi' = 1 - \cos^2 w \sin^2 V;$$
denn aus den rechtseitigen Dreiecken $AWZ$ und $BWZ$ folgt[2]:

1) s. S. 23 unter: Auflösung rechtwinkliger Dreiecke; gegeben $\alpha = 90^0$ und b, c.
2) s. S. 23 unter: Auflösung rechtseitiger Dreiecke; gegeben $a = 90^0$ und $\beta$, c.

$$\cos\varphi = \cos w \sin V,$$
$$\cos\varphi' = -\cos w \sin V.$$

Da nun $(1-\cos^2\varphi)(1-\cos^2\varphi') = \sin^2\varphi'$, so ergibt sich leicht obige Gleichung.

Nach Einsetzung dieser Werte für $\varphi$ und $\varphi'$ in Gleichung (9) erhält man für die Gleichungen der Schnittkurven in den drei Symmetrieebenen

$$[XZ]: \quad \rho = \frac{s_{\gamma_1} - s_{\alpha_1}}{K} \frac{1}{\sin(w-V)\sin(w+V)},$$

$$[YZ]: \quad \rho = \frac{s_{\gamma_1} - s_{\alpha_1}}{K} \frac{1}{1-\cos^2 w \cos^2 V},$$

$$[XY]: \quad \rho = \frac{s_{\gamma_1} - s_{\alpha_1}}{K} \frac{1}{1-\cos^2 w \sin 2V},$$

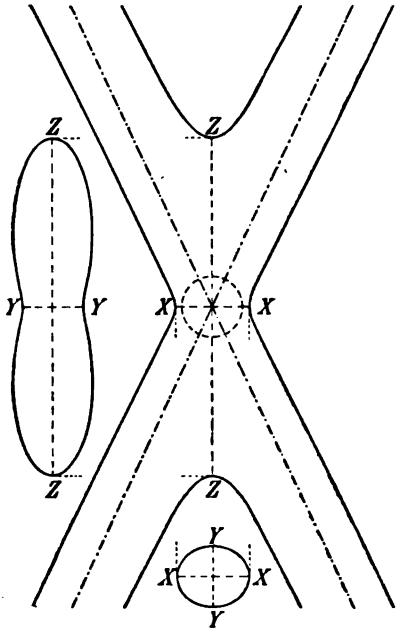



Fig. 209a.

Fig. 209b.

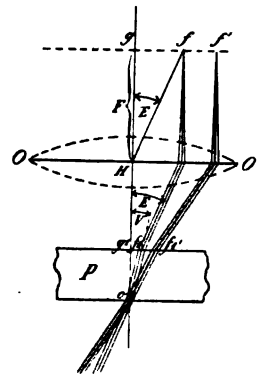



Fig. 210.

mit deren Hülfe die in Fig. 209a dargestellten Kurven gezeichnet sind. Fig. 209b zeigt dies räumliche Gebilde nach der von A. Bertin gegebenen Figur mit einem Axenwinkel von etwa 80°, während Fig. 209a einem solchen Winkel von 50° entspricht.

Die Bertinschen Flächen werden nicht unmittelbar, sondern in ihren Schnittkurven mit ebenen Flächen beobachtet. Aus den Flächen gleichen Gangunterschiedes oder isochromatischen Flächen entstehen dadurch die Kurven gleichen Gangunterschiedes oder isochromatischen Kurven. Die Beobachtung geschieht mit dem Konoskop und das Zustandekommen der Interferenzbilder erklärt sich schon aus Fig. 24 S. 57 und Fig. 158 S. 215. — Die Plattennormale $og_1 Hg$ (Fig. 210) falle mit der optischen Axe des Instrumentes zusammen, und die Neigung

der Wellennormalen gegen diese Axe sei klein, so dass wir die Brennfläche $gff'$ des Objektivs als eben annehmen können (s. dagegen Fig. 158, die sich auf grosse Neigungen bezieht), dann ist (anstatt $\sin E = gf : fH$):

$$\operatorname{tg} E = \frac{gf}{F}; \quad \operatorname{tg} V = \frac{g_1 f_1}{g_1 o}.$$

Bezeichnen wir mit $\beta_1$ einen mittleren, den beiden durch Doppelbrechung entstehenden Wellennormalen etwa entsprechenden Brechungsexponenten und mit $n$ den Brechungsexponenten des umgebenden Mediums, so ist auch

$$\frac{\sin E}{\sin V} = \frac{\beta_1}{n}.$$

Bei der Kleinheit der Winkel kann man Sinus und Tangente auch hier vertauschen, so dass also

$$\frac{\sin E}{\sin V} = \frac{\operatorname{tg} E}{\operatorname{tg} V} = \frac{\beta_1}{n} = \frac{gf}{F}\,\frac{g_1 o}{g_1 f_1}$$

oder

$$gf = g_1 f_1 \frac{\beta_1}{n}\,\frac{F}{g_1 o}.$$

Die Grössen $\beta_1$, $F$, $n$ und $g_1 o$ sind konstant, daher erscheint die im Konoskop gesehene Interferenzfigur ähnlich der im Krystall durch den Querschnitt der Bertinschen Flächen entstehenden.

**162. Interferenzerscheinungen einaxiger, senkrecht zur Axe geschnittener Blättchen im konvergenten polarisierten Licht.** Es wurde in § 128 gezeigt, dass ein der basischen Endfläche eines einaxigen Minerals paralleles Blättchen sich im parallelen polarisierten Licht genau so verhält, wie irgend ein Blättchen eines isotropen Mediums. Beide müssen während einer vollen Drehung in ihrer Ebene zwischen gekreuzten Nicols dunkel, zwischen parallelen Nicols hell bleiben. Ersetzt man das parallele Licht durch konvergentes, so ändert sich dieses Phänomen bei den isotropen Blättchen nicht, da in keinem Falle eine Zerlegung oder Aenderung der Schwingungsebene der vom Polarisator kommenden Wellen eintreten kann; bei den basalen Blättchen einaxiger Krystalle treten aber Polarisationserscheinungen auf, die einen hohen diagnostischen Wert haben. — Wir wollen uns hier darauf beschränken, die Phänomene abzuleiten, welche zwischen gekreuzten und parallelen Nicols im konvergenten Licht auftreten und den allgemeinsten Fall, wobei die Nicolhauptschnitte irgendwie zueinander orientiert wären, als einen für die Praxis bedeutungslosen, nicht berücksichtigen.

Da bei optisch einaxigen Krystallen die Bertinschen Flächen Rotationsflächen um die optische Axe sind, so stellen sich die isochromatischen Kurven auf basalen (und planparallelen) Blättchen solcher Krystalle in Form von Kreisen dar. Bei kleinen Neigungswinkeln der Wellennormalen gegen die optische Axe können wir wieder näherungsweise annehmen, dass alle einfallenden Wellen die durch den Polarisator gelieferte gemeinschaftliche Schwingungsebene haben, wie auch die austretenden

Wellennormalen auf eine einzige, durch den Analysator gelieferte gemeinschaftliche Schwingungsebene zurückgeführt werden. Die auf S. 236 abgeleitete Formel für die Lichtintensitäten kann also auch hier angewandt werden:

$$J^2 = R^2 \sin^2 2\varphi \sin^2 180^0 \frac{s_{\gamma_1} - s_{\alpha_1}}{\lambda}.$$

Ist der Gangunterschied im Punkt $f$ (Fig. 210) gleich einer Wellenlänge $(s_{\gamma_1} - s_{\alpha_1} = \lambda)$, so wird, bei Beobachtung im monochromatischen Licht von dieser Wellenlänge, $J = 0$, daher herrscht an diesem Punkt des Interferenzbildes zwischen gekreuzten Nicols Dunkelheit. Bei planparallelen Axenpräparaten optisch einaxiger Krystalle muss der Gangunterschied der gleiche sein für alle Wellennormalen, die unter dem gleichen Winkel gegen die optische Axe geneigt sind; was also für den Punkt $f$ gilt, gilt für alle Punkte im gleichen linearen Abstand von $g$. Der Mittelpunkt $g$ dieses Kreises muss ebenfalls dunkel sein, weil in der Richtung der optischen Axe keine Doppelbrechung auftritt (abgesehen von den zirkular polarisierenden Medien) und hier also Verhältnisse wie bei isotropen Medien vorliegen.

Bei etwas grösserer Neigung der Wellennormalen gegen die optische Axe wird der Gangunterschied auch etwas grösser als $\lambda$, weil mit dieser grösseren Neigung die Doppelbrechung (also der Geschwindigkeitsunterschied) und die Länge des durchlaufenen Weges in der Platte zunimmt. Jenseits $f$ erscheint also die Platte zunächst hell und das Maximum der Helligkeit liegt in derjenigen Entfernung von $g$, in welcher der Gangunterschied der Strahlen $^3/_2\lambda$ beträgt, denn dort ist

$$J^2 = R^2 \sin^2 2\varphi.$$

Was für diesen Punkt gilt, muss wieder für jeden von $g$ äquidistanten Punkt gelten, und auf den dunkeln Kreis mit dem Radius $gf$ muss ein heller Kreis mit einem Radius $> gf$ folgen.

Bei noch weiterer Entfernung von $g$ wird der Gangunterschied $s_{\gamma_1} - s_{\alpha_1} > {}^3/_2\lambda < 2\lambda$, die Helligkeit nimmt ab und erreicht ein neues Minimum, wenn $s_{\gamma_1} - s_{\alpha_1} = 2\lambda$ ist. Dieser Punkt sei $f'$, dann ist also jeder mit $f'$ äquidistante Punkt ebenfalls dunkel, es erscheint wieder ein dunkler Kreis mit dem Radius $gf'$.

Schliesst man in gleicher Weise weiter, so erkennt man, dass eine basale Platte eines einaxigen Minerals zwischen gekreuzten Nicols im homogenen Licht ein dunkles Zentrum und eine Reihenfolge von hellen und dunkeln Ringen zeigen muss. Durchmesser und Abstände der Ringe sind abhängig

1. von der Wellenlänge des angewandten Lichtes. Der Abstand ist bei rotem Licht grösser als bei blauem Licht.
2. von der Doppelbrechung. Mit zunehmender Doppelbrechung treten die Ringe enger zusammen.
3. von der Dicke der Platte. Mit zunehmender Dicke treten die Ringe enger zusammen.

Da für die dunkeln Ringe einer solchen Platte $J = o$ ist, so ist die Dunkelheit an allen Stellen eines solchen Ringes eine absolute. Für die hellen Ringe dagegen ist

$$J^2 = R^2 \sin^2 2\varphi,$$

ihre Helle ist also nicht an allen Stellen die gleiche, sondern abhängig von $\varphi$, d. h. von dem Winkel, welchen die Schwingungsebene der Wellennormalen mit den Nicolhauptschnitten bildet. Nun liegen die Schwingungsebenen nach früher gegebenen Definitionen immer parallel und senkrecht zum optischen Hauptschnitt, d. h. zu der durch Wellennormale und optische Axe gelegten Ebene. Nehmen wir die übliche Lage der Polarisator- und Analysator-Hauptschnitte in der Richtung $NS$ und $OW$ an, so ist für die Wellennormalen, die auf den $NO-SW$ und $NW-SO$ gerichteten Linien austreten, $\varphi = 45^0$. Für diesen Wert hat $J$ ein Maximum, daher müssen die hellen Ringe in der Mitte der Quadranten die grösste Lichtintensität besitzen. Bei den auf den Linien $NS$ und $OW$ austretenden Wellennormalen ist $\varphi = 90^0$ oder $= 0^0$, hier müssen also die sonst in der Helligkeit verschieden abschattierten hellen Ringe in vollständiges Dunkel übergehen. Die Gesamtinterferenzfigur von alternierenden konzentrischen hellen und dunkeln Ringen ist demnach durchschnitten von einem dunkeln Kreuz, dessen Arme parallel den Hauptschnitten von Polarisator und Analysator liegen (Fig. 211 a). Da rings um die optische Axe alle radialen Richtungen gleich sind, so ändert eine Drehung der Platte in ihrer Ebene nichts an dieser Erscheinung, das dunkle Kreuz und die Ringe bleiben bei jeder Lage der Platte an ihrem Ort.

Fig. 211 a.

Fig. 211 b.

Dreht man den Analysator aus der Kreuzstellung gegen den Polarisator bis zum Parallelismus mit diesem, so öffnet sich das dunkle Kreuz allmählich, bis an dessen Stelle ein helles Kreuz liegt, während in den Quadranten umgekehrt ein Umschlag vom Hell zum Dunkel erfolgt. Der Vorgang macht den Eindruck, als wenn mit der Drehung des Analysators das ganze Interferenzbild sich mit halber Winkelgeschwindigkeit in derselben Richtung dreht, wie der Analysator. Zwischen parallelen Nicols

kehrt sich also die Erscheinung um. Wo bei gekreuzten Nicols Dunkel war, tritt nun Hell auf und umgekehrt; man hat ein helles Zentrum und eine Reihenfolge von dunkeln und hellen Ringen, die von einem hellen Kreuz durchschnitten werden, und zwar liegt je ein heller Ring da, wo vorher ein dunkler war und umgekehrt (Fig. 211b).

Wendet man statt des homogenen Lichtes weisses an, so liegt an derselben Stelle, wo für rotes Licht ein dunkler Ring liegt, wo also für rotes Licht der Gangunterschied $s_{\gamma_1} - s_{\alpha_2} = 1\lambda$, $2\lambda$, $3\lambda$ u. s. w. ist, für gelbes, grünes u. s. w. ein heller Ring; ebenso sind an allen andern Stellen, wo dunkle Ringe für irgend eine Farbe sich finden, helle Ringe für andere Farben vorhanden. Man sieht daher im weissen Licht bei gekreuzten Nicols eine Reihenfolge von farbigen Ringen oder isochromatischen Kreisen. Das dunkle Kreuz parallel den Nicolhauptschnitten, welches die Interferenzfigur bei homogenem Licht durchschneidet, muss auch in weissem Licht vorhanden sein, weil es bedingt ist durch den Faktor $\sin^2 2\varphi$, der von der Wellenlänge unabhängig ist. — Bei Parallelstellung der Nicolhauptschnitte tritt an die Stelle des dunkeln Kreuzes ein weisses Kreuz, und die Farben der isochromatischen Ringe sind komplementär zu denjenigen, welche zwischen gekreuzten Nicols auftreten.

Wenn die beobachtete Platte genau parallel der Basis geschnitten ist, so fällt ihre optische Axe mit der Axe des Mikroskops zusammen; ihr Zentrum liegt im Schnittpunkt des Fadenkreuzes, dessen Arme sich mit dem Kreuz der Interferenzfigur decken, und bei einer Drehung des Mikroskoptisches ändert die Interferenzfigur ihren Ort nicht. Ist dagegen der Schnitt nicht parallel zur Basis, so steht die optische Axe des Blättchens schief zur Axe des Instruments und das Interferenzbild liegt exzentrisch im Gesichtsfeld. Bei einer Drehung des Präparates beschreibt das Zentrum der Interferenzfigur einen Kreis um den Schnittpunkt des Fadenkreuzes, dessen Radius proportional der Schiefe des Blättchens gegen seine optische Axe ist. In Fig. 212a—e sind fünf Stellungen einer solchen exzentrischen Interferenzfigur gezeichnet, wie sie nach Drehung im Sinne des Uhrzeigers um 0°, 45°, 90°, 135° und 180° erscheint. In

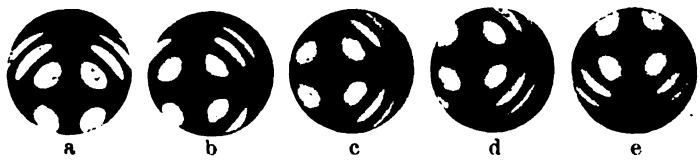



Fig. 212.

Fig. 212a liegt der Austritt der optischen Axe südlich, in 212b südwestlich, in 212c westlich, in 212d nordwestlich und in 212e nördlich vom Mittelpunkt des Gesichtsfeldes. Die Schiefe kann so gross werden, dass man bei jeder Lage des Blättchens nur einen kleinen peripherischen Teil der Interferenzfigur übersieht. Zur Unterscheidung solcher einaxiger Interferenzfiguren von denen zweiaxiger Körper kann der Umstand dienen, dass bei ersteren, bei jeder Lage während einer vollen Drehung des Blätt-

chens, die Arme des Kreuzes sich selbst und den Fäden des Fadenkreuzes parallel bleiben.

**163. Einaxige Blättchen sehr schief bez. parallel zur Axe im konvergenten polarisierten Licht** beobachtet, geben gleichfalls bei homogenem Licht abwechselnd dunkle und helle, im weissen Licht farbige Kurven, die je nach der Schnittlage elliptische, parabolische und hyperbolische Form annehmen können. Dieselben haben kein bedeutendes praktisches Interesse für die Mineraldiagnose, und man muss sich nur hüten, sie mit isochromatischen Kurven zweiaxiger Krystalle zu verwechseln, was bei flüchtiger Betrachtung leicht geschehen kann.

Die Lage der optischen Axe in einer parallel zu dieser Axe geschnittenen Platte lässt sich an sehr dicken Präparaten nach einer von E. Lommel[1]) angegebenen Methode ermitteln. Eine solche Platte zeigt zwischen gekreuzten Nicols, wenn die optische Axe in die Ebene eines Nicolhauptschnittes fällt, ein dunkles Kreuz, dessen vier Quadranten sich nach aussen hin ganz allmählich erhellen. Nach geringer Drehung aus dieser Dunkelstellung zerbricht das Kreuz in zwei hyperbolische dunkle Schatten, die sich in diejenigen beiden gegenüberliegenden Quadranten zurückziehen, in die bei der Drehung die optische Axe des Krystalls eingetreten ist.

Ein anderes, auch der mikroskopischen Untersuchung zugängliches Beobachtungsverfahren gründet sich auf die von F. Becke bei zweiaxigen Medien angegebene Methode (s. § 166). Denkt man sich viele Bertinsche Flächen ineinander geschachtelt und von einer parallel zur Axe liegenden Ebene seitlich geschnitten, so trifft eine solche Ebene die Flächen gleichen Gangunterschiedes in verschieden zentralen Abständen, oder sie trifft umgekehrt im gleichen zentralen Abstand Flächen von verschiedenem Gangunterschied. Stellt man das Blättchen mit seinem Hauptschnitt unter 45° gegen die Nicolhauptschnitte, so sieht man die Mitte des Gesichtsfeldes des Konoskops in einer bestimmten Interferenzfarbe. Von dieser Mitte aus zeigt sich ein Fallen der Interferenzfarbe nach den Quadranten, in denen die optische Axe liegt und ein Steigen nach den beiden andern Quadranten. Bei dicken Platten ist der Unterschied des Steigens und Fallens nur in der Nähe des Zentrums zu beobachten, in grösserer Entfernung findet allgemein ein Steigen der Farben statt.

**164. Blättchen aus zweiaxigen Krystallen senkrecht zur spitzen Bisektrix** zeigen im konvergenten polarisierten Licht Kurven, deren Formen aus der Oberfläche gleichen Gangunterschiedes erhalten werden, wenn man diese Fläche durch eine zur spitzen Bisektrix senkrechte Ebene schneidet. *ABC* in Fig. 213 sei eine solche Ebene, und *C* ein Punkt der Schnittkurve, dessen Abstände von den Durchstichspunkten der Axen *A*

1) Pogg. Ann. 18. 1883. 69.

und $B$ mit $m$ und $n$ bezeichnet werden mögen. Die Winkel, welche diese Leitstrahlen mit den optischen Axen bilden, seien $\mu$ und $\nu$, während $\varphi$, $\varphi'$ und $\varrho$ die auf S. 305 angegebene Bedeutung haben. Nun ist in den ebenen Dreiecken $OAC$ und $OBC$ nach dem Sinussatz

$$\sin\varphi = \frac{m}{\rho}\sin\mu, \qquad \sin\varphi' = \frac{n}{\rho}\sin\nu,$$

wonach Gleichung (6) S. 305 folgende Gestalt erhält:

$$s_{\gamma_1} - s_{\alpha_1} = K\frac{m\,n}{\rho}\sin\mu\sin\nu.$$

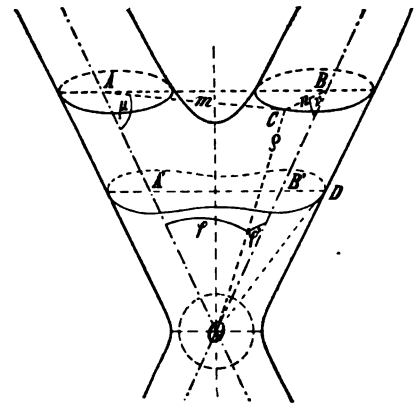


Fig. 213.

Nehmen wir an, dass der Winkel der optischen Axen recht klein sei, so werden die Winkel $\mu$ und $\nu$ nahezu gleich $90^0$, $\varrho$ nähert sich dem Wert $d$ gleich der Plattendicke und es ist

$$m\,n = (s_{\gamma_1} - s_{\alpha_1})\frac{d}{K}.$$

Für einen bestimmten Gangunterschied ist der Ausdruck in der Klammer eine konstante Grösse, was ebenfalls für die übrigen Glieder rechts vom Gleichheitszeichen gilt. Der Punkt $C$ gehört also einer Kurve an, für die das Produkt der Leitstrahlen konstant ist, und die in der analytischen Geometrie die Cassinische Kurve genannt wird. Die Gestalt einer solchen Kurve kann sehr mannigfaltig sein. In der obigen Zeichnung (Fig. 213) besteht sie im Schnitt $ABC$ aus zwei getrennt liegenden Ovalen. In andern Schnitten berühren sich diese beiden Ovale in einem Punkt und bilden dann eine Schleife oder Lemniskate (von ληνοσ = Wolle .... Band), und in noch etwas tiefer geführten Schnitten entsteht ein Oval mit Einschnürungen (bei $A'B'D$ in Fig. 213) oder auch ein Oval ohne solche Einschnürungen, das alsdann eine ellipsenähnliche Form erhält. Häufig bezeichnet man alle diese so mannigfaltig geformten aber nach einem Gesetz gebauten Kurven als Lemniskaten.

Denkt man sich alle Bertinschen Flächen, die einem Gangunterschied von

$$s_{\gamma_1} - s_{\alpha_1} = 2n\frac{\lambda}{2} \qquad n = 1,\ 2,\ 3\ \ldots\ldots$$

entsprechen, ineinander geschachtelt und von einer zur spitzen Bisektrix senkrecht liegenden Ebene geschnitten, so können Lemniskaten aller Formen in dieser einen Ebene auftreten, wie dies an den Figuren 214 und 215[1]) zu erkennen ist. — Bei sehr dünnen Blättchen müssen die Wellennormalen sehr schräg (etwa in der Richtung $OD$ in Fig. 213) das Präparat

1) Diese Figuren wie auch 211, 212, 216, 217 sind verkleinerte Reproduktionen aus dem Prachtwerk H. Hauswaldts, Interferenz-Erscheinungen an doppelbrechenden Krystallplatten im konvergenten polarisierten Licht. Mit einem Vorwort von Th. Liebisch. Gedruckt bei J. G. Hauswaldt, Magdeburg 1902.

durchlaufen, um einen Gangunterschied von auch nur $1\lambda$ zu erhalten. Auf der durch $D$ gehenden Schnittfläche fehlen dann in der Interferenzfigur die getrennten Kurventeile, und nur mehr oder weniger eingeschnürte oval- bis ellipsenartige Lemniskaten umschliessen beide Axenpole gemeinschaftlich. Auch kann das Blättchen so dünn werden, dass selbst für eine sehr schräg durchtretende Wellennormale dieser Gangunterschied von $1\lambda$ nicht zustande kommt, in welchem Fall sich überhaupt keine isochromatischen Kurven zeigen.

Fig. 214.

Fig. 215.

Die dunkeln Lemniskaten sind in gleicher Weise dunkel in allen Teilen und bleiben es auch bei Drehung des Blättchens gegen die Nicolhauptschnitte. Die zwischenliegenden hellen Lemniskaten erfahren aber eine von der Lage der Blättchenhauptschnitte gegen die Nicolhauptschnitte (also vom Winkel $\varphi$ in der Formel auf S. 235) abhängige hellere oder dunklere Schattierung. Bei Beleuchtung mit weissem anstatt mit monochromatischem Licht erscheinen die Kurven nicht hell und dunkel, sondern in lebhaften Interferenzfarben. — Ausser diesen isochromatischen Kurven treten auch bei zweiaxigen Krystallplatten eigentümliche schwarze Balken auf, die in § 167 erklärt werden.

**165. Blättchen aus zweiaxigen Krystallen senkrecht zu einer optischen Axe** zeigen im konvergenten polarisierten Licht isochromatische Kurven, die bei kleinem Oeffnungswinkel sich als konzentrische Kreise darstellen und in ihrem gemeinsamen Mittelpunkt die Axe austreten lassen (Fig. 216 und 217).

Im monochromatischen Licht zwischen gekreuzten Nicols sind die dunkeln Ringe wieder überall von gleicher Dunkelheit, und die hellen Zwischenräume, je nach dem Winkel der Nicolhauptschnitte gegen die Hauptschnitte des Präparats, von verschiedener Helligkeit. — Da in allen zweiaxigen Krystallen die optischen Axen für verschiedene Farben eine andere Lage haben (dispergiert sind), so kann streng genommen ein Mineralblättchen nur für eine bestimmte Wellenlänge zu einer optischen

Axe normal sein. Immerhin ist die Dispersion der optischen Axen in den meisten Fällen so geringfügig, dass sie für den Gesamteindruck der Interferenzerscheinung vernachlässigt werden darf; man sieht also im weissen Licht eine Anzahl von farbigen Ringen, deren Interferenzfarben um so mehr von den reinen Newtonschen Farben abweichen, je grösser die Dispersion der optischen Axen ist. Fig. 216 und 217 zeigen die Erscheinung am Topas im Na-Licht bei Parallelstellung (Fig. 216) und bei Diagonalstellung (Fig. 217).

Fig. 216.

Fig. 217.

**166. Blättchen aus zweiaxigen Krystallen parallel zur Ebene der optischen Axen** lassen im konvergenten Licht Erscheinungen erkennen, die den analogen Präparaten einaxiger Krystalle sehr ähnlich sind. Wie man an solchen, das Bild der optischen Normale im Gesichtsfeld des Konoskops zeigenden Präparaten die Lage der spitzen Bisektrix bestimmen kann, hat F. Becke gezeigt[1]). Zur richtigen Erkennung der hier in Frage kommenden Erscheinung empfiehlt es sich, das jedem Mikroskop beigegebene Gypsblatt vom Rot erster Ordnung mit einem Objektiv von etwa 120° Apertur im Konoskop zu betrachten. Bringt man dieses Gypsblatt in die Hellstellung, so dass die Längsrichtung (a in Fig. 202) *NW—SO* liegt, so sieht man im zentralen Feld das Rot der ersten Ordnung, in den Quadranten *NW—SO* am Rande blaue (höhere), in den Quadranten *NO—SW* am Rande gelbliche (niedere) Farbentöne. In der Richtung der Verbindungslinie der Quadranten mit den niederen Farbentönen liegt die spitze Bisektrix. Die Erklärung, die der Verfasser mündlichen Mitteilungen des Herrn Becke verdankt, ergibt sich aus der Betrachtung der Oberfläche gleichen Gangunterschiedes (Fig. 209a). Denkt man sich eine Anzahl Bertinscher Flächen ineinander geschachtelt und von einer parallel zur Axenebene etwas exzentrisch liegenden Ebene geschnitten, so berührt die Mitte dieser Ebene eine Bertinsche Fläche von mittlerem Gangunterschied, während nach oben

1) T. M. P. M. **16**. 1897. 181.

und unten wegen der Ausbauchung (s. Querschnitt $YZ$ der Fig. 209a) Flächen von geringerem Gangunterschied getroffen werden. Nach dem oberen und unteren Rande des Gesichtsfeldes muss also die Interferenzfarbe sinken, nach rechts und links aber muss sie steigen, weil hier Flächen von höherem Gangunterschied getroffen werden. Wie also bei einaxigen Krystallen die Quadranten mit sinkendem Farbenton die Richtung der optischen Axe andeuten, so bestimmen sie hier bei den zweiaxigen Krystallen die Lage der spitzen Bisektrix. Bei Axenwinkeln von nahezu 90° wird die Erscheinung undeutlich, bei $2V = 90°$ fällt sie fort, da im Konoskop ein gleichmässig gefärbtes Feld auftritt.

**167. Die Isogyren oder Kurven gleicher Schwingungsrichtung bei optisch zweiaxigen Medien.** Ausser den isochromatischen Kurven treten in den Axenbildern zweiaxiger Krystalle noch dunkle Büschel auf, die je nach der Lage der Platte gegen die Nicolhauptschnitte sich in Form eines schwarzen Kreuzes oder in Form schwarzer Hyperbeln zeigen. Wie man nun die ganze Mannigfaltigkeit der an beliebig orientierten Platten sich zeigenden isochromatischen Kurven auf die Bertinsche Fläche zurückführen kann, so lassen sich auch diese dunkeln Balken und Bögen auf räumliche Gebilde beziehen, die von E. Lommel Isogyrenflächen oder Flächen gleicher Schwingungsrichtung genannt wurden[1]).

Eine senkrecht zur spitzen Bisektrix geschnittene Platte, deren optische Axenebene mit der Schwingungsebene des Analysators zusammenfällt, zeigt zwischen gekreuzten Nicols die Interferenzkurven von zwei dunkeln Balken durchschnitten, von denen der die Axen verbindende schmäler ist und auch z. T. schärfere Begrenzung zeigt als der andere senkrecht dazu liegende. Beide dunkeln Balken entstehen dadurch, dass die vom Polarisator kommenden Strahlen eine Zerlegung im Blättchen nicht erfahren, da ihre Schwingungsebene parallel, bez. senkrecht zum Hauptschnitt des Blättchens steht. Dieselben treten also mit unveränderter Schwingungsrichtung in den Analysator ein und werden bei Kreuzung der Nicols an dessen Balsamschicht total reflektiert. Beobachtet man im weissen Licht, so geht mit den isochromatischen Kurven die im letzten Absatz von § 164 erwähnte Veränderung vor, die dunkeln Balken aber bleiben unverändert, da ihre Entstehung nicht von der Wellenlänge, sondern nur von dem Winkel $\varphi$ in der Formel für die Intensität der Interferenzwellen abhängt. Das Gesamtbild eines optisch zweiaxigen Minerals erscheint im konvergenten Licht so, wie es Fig. 214 zeigt. Dreht man das Blättchen zwischen gekreuzten Nicols aus derjenigen Stellung, in welcher die optische Axenebene dem Hauptschnitt des Polarisators oder Analysators parallel ist (Parallelstellung), heraus, so bleiben die isochromatischen Kurven um jede Axe, bez. um beide Axen

1) Wied. Ann. Phys. 18. 1883. 65—78; s. auch Th. Liebisch, Phys. Kryst. 1891. 478ff.

unverändert, sie drehen sich nur mit den Axen selbst im Gesichtsfelde. Dagegen öffnet sich das dunkle Kreuz zu gleichseitigen Hyperbelästen, deren Scheitel je in einem Axenaustrittspunkt liegen, und nach einer Drehung von 45° (Diagonalstellung) hat die Interferenzfigur das Ansehen, wie es Fig. 215 zeigt. — Die dunkeln Hyperbeln der Diagonalstellung liegen, ebenso wie die dunkeln Balken bei Parallelstellung, dort, wo die Hauptschnitte der das Blättchen durchlaufenden Wellen oder eine dazu senkrechte Richtung dem Hauptschnitt des Polarisators parallel liegen, wo demnach die vom Polarisator kommenden Wellen keine Zerlegung erfahren, sondern unverändert den Analysator erreichen. Dass die Punkte, für welche dieses eintritt, auf Hyperbeln liegen, lässt sich unter der Annahme eines kleinen Axenwinkels auf folgende Weise einfach ableiten[1]). Es sei in Fig. 218 die Ebene der Zeichnung die Ebene des Blättchens, und es seien $PP_1$ und $AA_1$ die Hauptschnitte des Polarisators und Analysators, $U$ und $U_1$ die Austrittspunkte der optischen Axen, $m$ ein Punkt des Blättchens, für welchen die Schwingungsrichtung der das Blättchen durchlaufenden Wellennormalen parallel zum Hauptschnitt des Polarisators liegt. Diese Schwingungsrichtung liegt nach der Fresnelschen Konstruktion in einer Ebene, die den in Fig. 58 und 59 S. 99 gezeichneten räumlichen Winkel $2\alpha$ halbiert. Bei Annahme kleiner Aperturen darf man näherungsweise die räumliche Konstruktion in die Ebene verlegen, so dass also hier die Schwingungsrichtung $mS$ den Winkel halbiert, welcher durch die Verbindungslinien des Punktes $m$ mit den optischen Axen $U$ und $U_1$ gebildet wird. Bezeichnet man mit $f$ und $g$ die Schnittpunkte dieser Verbindungslinien mit $PP_1$, so ist $fmg$ ein gleichschenkliges Dreieck, $\sphericalangle mgP_1 + \sphericalangle mfP_1 = 180°$. Bezeichnet man ferner die Koordinaten des Punktes $m$ mit $x$ und $y$, diejenigen des Austrittspunktes einer optischen Axe mit $a$ und $b$, bezogen auf die Hauptschnitte vom Polarisator und Analysator und von $C$ aus gerechnet, so hat man aus den durch die gestrichelten Hülfslinien sich ergebenden Dreiecken $mrU$ und $msU_1$

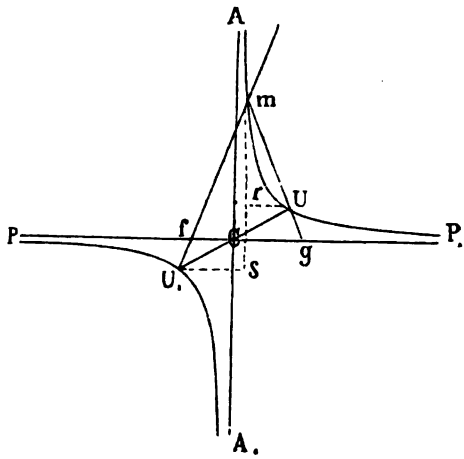


Fig. 218.

$$\mathrm{tg\,mg\,P_1} = -\frac{y-b}{a-x}, \qquad \mathrm{tg\,m\,f\,P_1} = \frac{y+b}{x+a},$$

und da $\mathrm{tg\,mg\,P_1} = -\mathrm{tg\,mf\,P_1}$

1) s. E. Mallard, Traité etc. 2. 1884. 193ff.

$$\frac{y-b}{a-x} = \frac{y+b}{x+a}$$
$$xy = ab.$$

Die geometrischen Orte der Punkte $m$, für welche die Schwingungsebenen der das Blättchen durchlaufenden Wellen parallel oder senkrecht zum Hauptschnitt des Polarisators liegen, für welche demnach eine Zerlegung nicht eintritt und die deshalb zwischen gekreuzten Nicols dunkel erscheinen müssen, stellen also eine Kurve von der Gleichung $xy = ab$ d. h. eine Hyperbel dar. Die Asymptoten fallen mit den Hauptschnitten der Nicols zusammen, sie stehen senkrecht aufeinander und wir haben also, immer unter der Voraussetzung kleiner optischer Axenwinkel, eine gleichseitige Hyperbel. Bei grösseren Axenwinkeln ist die Ableitung nicht so einfach; man gelangt ebenfalls zu Hyperbeln, die aber nicht gleichseitig sind. — Stellt man die Hauptschnitte der Nicols parallel, so treten an Stelle der dunkeln Hyperbeln helle Hyperbeln auf.

Platten senkrecht zu einer optischen Axe zeigen im allgemeinen nur eine Isogyre, die in der Nähe der optischen Axe als geradlinig das Gesichtsfeld durchsetzend anzusehen ist. Der Winkel, den dieser gerade Balken mit der optischen Axenebene bildet, wird in jeder Lage durch die Hauptschnitte der Nicols halbiert. Liegt die Axenebene $NS$, so hat der Balken ebenfalls diese Lage und eine gerade Form; dreht man das Präparat im Uhrzeigersinn, so dreht sich der Balken im umgekehrten Sinn und nimmt ausserdem eine schwach gebogene Form an, deren Konvexität der zweiten Axe zugewandt ist. Er streckt sich wieder zu einem geraden Balken, sobald die Ebene der optischen Axen parallel dem Hauptschnitt des Analysators liegt; der dunkle Balken hat dann eine zu seiner ersten Lage senkrechte Stellung. Bei weiterer Drehung nimmt er wieder die hyperbolische Krümmung an und liegt nach einer Drehung von 180° wieder in der ersten Stellung. — War das Blättchen nicht genau senkrecht zur Axe geschnitten, so liegt das Zentrum der Interferenzfigur exzentrisch im Gesichtsfeld und beschreibt bei Drehung des Blättchens in seiner Ebene einen Kreis um den Schnittpunkt des Fadenkreuzes, wie dies bezüglich einaxiger Interferenzbilder in den Figuren 212a bis e erläutert wurde. — Der entgegengesetzte Drehungssinn von Axenbalken und Präparat ist leicht zu erkennen, wenn man die ten Siethoffsche Darstellungsweise zu Hülfe nimmt[1]), mit welcher auch das Zustandekommen der hyperbolischen Büschel im allgemeinen veranschaulicht werden kann. E. G. A. ten Siethoff bedeckt das übersehbare Gesichtsfeld der Interferenzerscheinung mit vielen kleinen Kreuzen (Fig. 219), deren Arme den jeweiligen Schwingungsrichtungen parallel laufen. Legen wir diese Figur gerade vor uns auf einen rechteckigen Tisch, dessen Kanten den Schwingungsebenen der Nicols entsprechen mögen, so nehmen wir auf einen Blick wahr, dass die den Tischkanten nahezu parallel liegenden Kreuze sich auf einem schmäleren durch die Axenpole gehenden und einem

1) Centralblatt f. Min. 1900. 267—269.

breiteren, senkrecht dazu gerichteten Band befinden; wir erhalten eine Vorstellung von den Isogyren in der Parallelstellung. Drehen wir nun die Figur 219 in ihrer Ebene und vereinigen alle Kreuze, die jetzt den Tischkanten parallel laufen, in Gedanken zu einem Gesamtbild, so erhalten wir die Eindrücke von hyperbolischen Figuren, die mit der Drehung ihre Stellung und Form ändern. — Um auch die Erscheinung zu überblicken, die bei Drehung der senkrecht zu einer optischen Axe geschliffenen Platte auftritt, muss man seine Aufmerksamkeit nur auf die nächste Umgebung einer optischen Axe lenken oder am besten ein kreisförmig ausgeschnittenes Papier zu Hülfe nehmen, das man zentrisch über einen Axenaustritt legt.

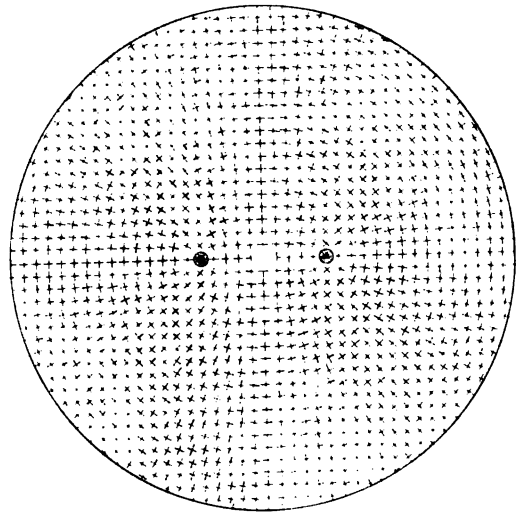


Fig. 219.

Die Isogyren zweiaxiger Krystalle haben wie die der einaxigen Medien im allgemeinen keine farbige Begrenzung; nur in der Nähe des Austritts der optischen Axen können bei dickeren Platten farbige Säume auftreten, die zur Erkennung der Symmetrieverhältnisse einer Interferenzfigur sehr bequeme und leicht zu übersehende Anhaltspunkte bieten. Unter Anwendung des Satzes vom Zusammenhang zwischen morphologischen und optischen Symmetrieelementen (§ 38), kann man hiernach die Zugehörigkeit eines zweiaxigen Krystalls zum rhombischen oder monoklinen oder triklinen System ermitteln.

**168. Dispersion der optischen Axen im rhombischen System.** Im rhombischen System können die Bisektrizen keine Dispersion erfahren (vergl. § 66), wohl aber die optischen Axen, mit der Beschränkung, dass die Dispersion derselben mit Beziehung auf die Bisektrizen eine symmetrische sein muss. Wenn man demzufolge eine senkrecht zur Bisektrix geschnittene Platte eines rhombischen Minerals nacheinander zwischen gekreuzten Nicols im roten und im blauen Licht betrachtet, so fallen die dunkeln Austrittspunkte der Axen im einen und im andern Falle nicht zusammen, sondern haben je nach der Grösse der Axenwinkel für rotes und blaues Licht verschiedene Lagen. In Fig. 220 ist angenommen, dass der Winkel der roten Axen der kleinere sei; demnach liegen je bei $\varrho$ die dunkeln Axenpunkte oder die Scheitel der Hyperbeln bei Diagonalstellung, und $\varrho_1$ ist der erste dunkle Ring im roten Licht. Im blauen Licht liegen die Scheitel der dunkeln Hyperbeln bei $v$,

und die ersten dunkeln Ringe bei $v_1$. Zwischen $\varrho_1$ und $v_1$ liegen die ersten dunkeln Ringe, und zwischen $\varrho$ und $v$ die dunkeln Hyperbeln für Orange, Gelb und Grün. Im weissen Licht ist nun an den dunkeln Hyperbelscheiteln, welche in Fig. 220 zwischen $v$ und $\varrho$ auftreten, auf der konvexen Seite das Rot ausgelöscht und diese Seite muss also blau umsäumt erscheinen; umgekehrt ist auf der konkaven Seite Blau ausgelöscht, und hier muss also eine rote Umsäumung sichtbar werden. Daraus ergibt sich die Regel, dass der Axenwinkel für diejenige einfache Farbe der kleinste ist, welche in der Diagonalstellung die konkave Seite der Hyperbel in ähnlichem Farbenton säumt. — In der Parallelstellung kann man diese farbigen Hyperbelsäume nicht so gut erkennen, man lenkt dann besser seine Aufmerksamkeit auf die Farbenverteilung an der inneren Lemniskate. Im weissen Licht tritt am ersten Ringe bei $\varrho_1$ (Fig. 220) eine Kombinationsfarbe auf, in welcher Rot ausgelöscht ist, bei $v_1$ eine solche, in welcher Blau fehlt; dieser erste farbige Ring erscheint also an der seinem Mittelpunkt nächst gelegenen Stelle innen, d. h. dem Hyperbelscheitel zugewendet, rot, aussen blau. Nun sind in den Ringen nach aussen, weil hier viele helle Ringe übereinander fallen, die Farben verwaschen, innen dagegen präzis. Das innen liegende Rot fällt daher sehr deutlich auf, während das aussen liegende Blau weniger gut wahrnehmbar ist. An dem vom Zentrum der Interferenzfigur abgewendeten Teil des ersten Ringes liegt umgekehrt Blau innen, Rot aussen. Das erstere ist deutlich, das letztere verwaschen. Analoges vollzieht sich an den übrigen Ringen, doch bedient man sich, weil hier die Erscheinung am deutlichsten ist, nur des innersten Ringes zur Beobachtung.

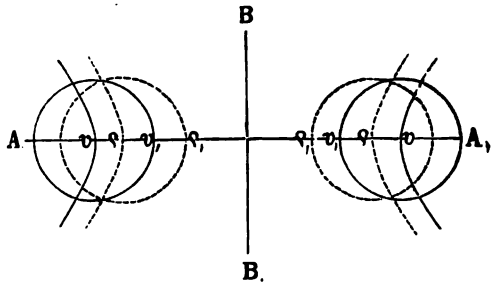


Fig. 220.

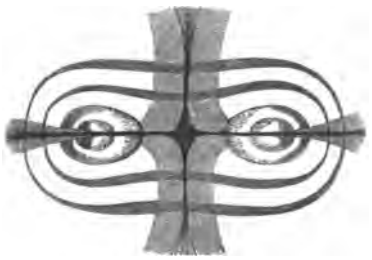


Fig. 221.

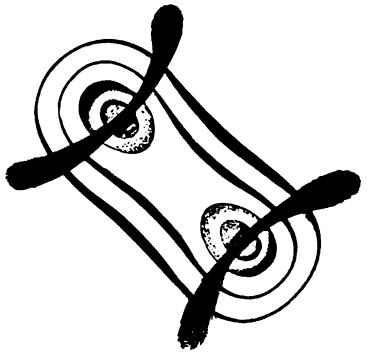


Fig. 222.

Fig. 221 und 222 zeigen rhombische Interferenzfiguren mit der Dispersion $\varrho < v$ (die rote Farbe ist durch Punktierung, die blaue durch

Strichelung angedeutet) in Parallel- und Diagonalstellung und lassen ebenso wie Fig. 220 erkennen, dass dieselben symmetrisch sind mit Beziehung auf die Axenebene $AA_1$ und eine darauf Normale $BB_1$. Die Interferenzfigur liegt auf einem Pinakoid des rhombischen Systems und ist also disymmetrisch wie dieses.

**169. Dispersion der optischen Axen im monoklinen System.** Im monoklinen System findet eine Dispersion derjenigen Axen des optischen Ellipsoides statt, die nicht mit der einzigen Symmetrieaxe des Systems, also der Orthodiagonale zusammenfallen (vergl. § 66). Ist diese Orthodiagonale Axe mittlerer Elastizität, und liegt also die Ebene der optischen Axen in der Symmetrieebene, so sind beide Bisektrizen für die verschiedenen Farben dispergiert, und man kann eigentlich nicht von einem Schnitt senkrecht zur spitzen Bisektrix, sondern nur von einem solchen senkrecht zu einer der spitzen Bisektrizen sprechen. Ein solcher Krystall zeigt die Erscheinung der geneigten Dispersion. Die optischen Axen für rotes Licht haben bei $\varrho$ (Fig. 223) die gleiche Entfernung von der Bisektrix $B\varrho$, und die optischen Axen für blaues Licht liegen an anderer Stelle bei $v$, aber wieder gleich weit von ihrer Bisektrix $Bv$ entfernt; in Fig. 223 ist $\varrho < v$. In ähnlicher Weise sind die isochromatischen Kurven gegeneinander verschoben, und bei Anwendung von weissem Licht muss die Verteilung der Farben in den inneren Ringen und an den Hyperbelsäumen wohl noch symmetrisch zur Ebene der Bisektrizen, aber nicht mehr zu einer darauf senkrechten Ebene sein. Bei kleiner Dispersion können in der Diagonalstellung die Hyperbelscheitel eine der Qualität nach ähnliche Farbensäumung wie im rhombischen System, also etwa innen Blau, aussen Rot zeigen (Fig. 225 b), aber der Quantität nach müssen, dem monosymmetrischen Charakter des Gesamtbildes entsprechend, diese Farbensäume verschieden sein.

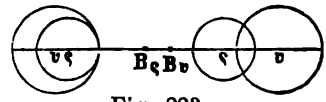


Fig. 223.

Fig. 224 a.

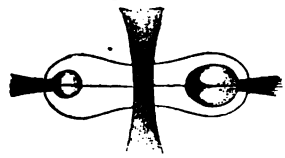
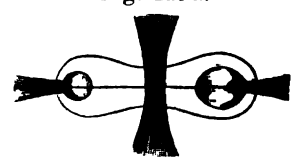


Fig. 225 a.



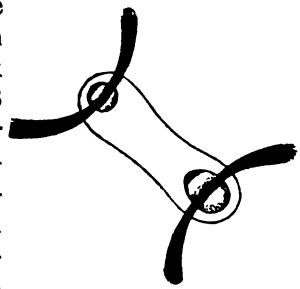


Fig. 224 b.

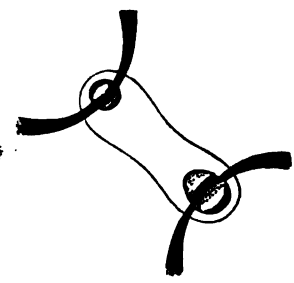


Fig. 225 b.

Bei stärker geneigter Dispersion, wie der Diopsid sie besitzt, sind die inneren Ringe an analogen Stellen und die Hyperbeln auf der gleichen Seite verschieden gefärbt, also rot innen, blau aussen einerseits, blau

innen, rot aussen andererseits, wie die Figuren 224a und b zeigen. In andern Fällen kombinieren sich diese beiden Erscheinungsformen, deren Ableitung sich nach dem früher gesagten von selbst ergibt.

Liegt die mittlere Elastizität und spitze Bisektrix für eine Farbe in der Symmetrieebene, so ist dies für alle Farben der Fall. Ein Axenpräparat liegt nur für eine Farbe senkrecht zur Bisektrix und die Verteilung der optischen Axen und innersten Lemniskaten erklärt sich durch Figur 226.

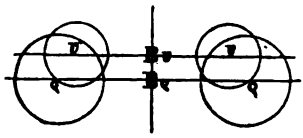


Fig. 226.

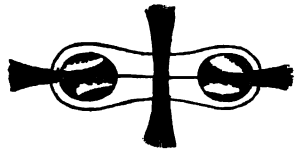


Fig. 227.

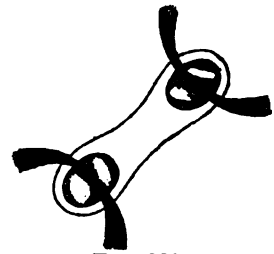


Fig. 228.

In weissem Licht muss die Ueberdeckung der Axenbilder für die verschiedenen Wellenlängen eine Farbenverteilung hervorbringen, wie sie für die Dispersion $\varrho > v$ Fig. 227 in der Parallelstellung, Fig. 228 in der Diagonalstellung zeigt. Die Farbenverteilung ist nun symmetrisch mit Beziehung auf eine zu allen Axenebenen der verschiedenen Farben normale Ebene, die wieder der krystallographischen Symmetrieebene entspricht; man hat die Erscheinung der horizontalen Dispersion.

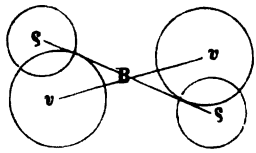


Fig. 229.

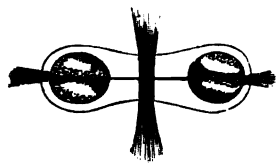


Fig. 230.

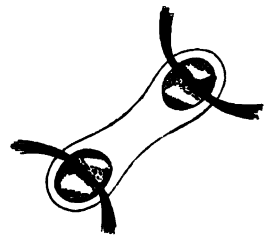


Fig. 231.

Ist endlich die Symmetrieaxe $b$ spitze Bisektrix, so zeigen die Axenebenen für rotes und blaues Licht eine Verschiebung gegeneinander, wie sie Fig. 229 darstellt; die spitze Bisektrix ist dann für alle Farben dieselbe, die stumpfe Bisektrix und die Axe mittlerer Elastizität sind dispergiert. Im weissen Licht bewirken die sich teilweise deckenden Axenbilder eine Farbenverteilung für $\varrho > v$, wie sie Fig. 230 in der Parallel-, Fig. 231 in der Diagonalstellung zeigen. Es ist keine Ebene mehr vorhanden, mit Beziehung auf welche die Interferenzfigur symmetrisch wäre. Wir haben ein in bezug auf nur einen Punkt symmetrisches Interferenzbild oder gekreuzte Dispersion.

**170. Bei den triklinen Krystallen** sind alle Elastizitätsaxen in beliebigen Ebenen dispergiert; die Dispersionen, welche die Interferenzbilder im konvergenten Licht zeigen, sind demnach für verschiedene Farben verschiedene. Die Verteilung der Farben in den Axenbildern ist infolge davon eine durchaus unsymmetrische.

---

## VIII. Messung des Winkels der optischen Axen im konvergenten Licht.

**171. Scheinbarer und wahrer Axenwinkel.** Die in den Interferenzbildern zwischen gekreuzten Nicols bei Diagonalstellung erscheinenden Hyperbelscheitel sind die Austrittspunkte der optischen Axen und zwar der primären optischen Axen. Der Abstand jener Scheitel ist ein Mass für die Grösse des Winkels dieser Axen. — Es stelle $M$ (Fig. 232) ein senkrecht zur spitzen Bisektrix $B$ geschnittenes Axenpräparat vor, und es seien $uu'$ und $u_1u_1'$ die optischen Axen desselben für eine bestimmte Farbe, also $u'ru_1'$ der wirkliche Winkel der optischen Axen, den man nach Des Cloizeauxs Vorschlag 2V nennt, so dass also V (véritable) der wirkliche Winkel einer optischen Axe mit der spitzen Bisektrix ist. Man unterscheidet den spitzen Winkel der optischen Axen als $2V_a$ (a = aigu) von dem stumpfen Winkel derselben $u'ru_1 = 2V_o$ (o = obtus). Eine Wellennormale, welche das Blättchen in der Richtung der optischen Axe uu' durchläuft, wird bei ihrem Austritt in Luft in der Richtung $u'A_1$ abgelenkt und bildet mit der Bisektrix den Winkel $A_1qB = E_a$ (évident). Ebenso wird eine in der Richtung der zweiten Axe $u_1u_1'$ das Blättchen durchlaufende Wellennormale nach A abgelenkt und bildet mit der Bisektrix den Winkel $AqB = E_a$. In der Richtung dieser wahren, der Beobachtung unmittelbar zugänglichen optischen Axen $uu'$ und $u_1u_1'$ pflanzen sich die Wellennormalen mit einer der mittleren Elastizität b entsprechenden Geschwindigkeit fort, der Austritt erfolgt alleine unter dem Einfluss des mittleren Index $\beta$ und das Snelliussche Gesetz gilt, wie schon in § 60 gesagt, ausnahmslos, wie auch immer die Austrittsfläche gerichtet sein mag.

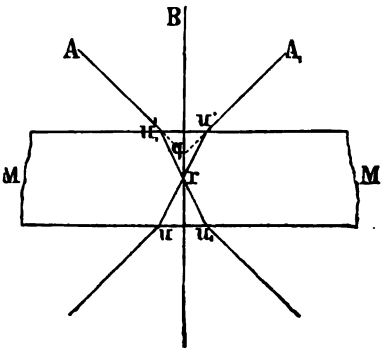


Fig. 232.

**172. Die Messung des Axenwinkels** erfolgt durch Drehung des Präparats um eine im Punkt $r$ (Fig. 232) senkrecht auf der Axenebene stehende Linie, bis einmal das Bild der einen Axe $A$, dann das der

andern $A_1$ an demselben Punkt eines Fadenkreuzes in einem Beobachtungsfernrohr erscheint, und durch Ablesung der hierzu erforderlichen Drehung. Auf diese Weise hat man nicht den wirklichen Winkel $2V_a = u'ru_1'$, sondern den scheinbaren Axenwinkel in Luft $2E_a = AqA_1$ gemessen. Man bedient sich bei diesen Messungen etwa des in § 117 beschriebenen Axenwinkelapparats oder einer der zahlreichen Konstruktionen, die in den §§ 111 und 112 beschrieben sind. Bei dicken Platten ist auch ein mit Nicolschen Prismen versehenes Goniometer ausgezeichnet zu gebrauchen. Bei allen Instrumenten werden die Nicolhauptschnitte unter 45° gegen die Axenebene geneigt, so dass also im Interferenzbild die Hyperbelscheitel in der für die Messung günstigsten Lage (s. Fig. 215) erscheinen.

In dem Spezialfall der Lage des Axenpräparats, wie er in Figur 232 gezeichnet ist, hat man für den Uebergang einer optischen Axe aus dem Blättchen in Luft, da für die in Frage kommende Wellennormale $u'rB = V_a$ der Einfallswinkel, und $A_1qB = E_a$ der Brechungswinkel ist:

$$\frac{\sin V_a}{\sin E_a} = \frac{1}{\beta}; \qquad \sin V_a = \frac{1}{\beta}\sin E_a.$$

Wenn die Neigung einer optischen Axe gegen die Bisektrix eine gewisse Grösse überschreitet, die wir als Grenzwinkel (vergl. § 34) kennen lernten, d. h. wenn $\sin V_a > 1/\beta$, so kann eine in der Richtung der Axe sich fortpflanzende Welle nicht mehr aus dem Blättchen in Luft austreten, sondern muss totale Reflexion erfahren. Um diese Totalreflexion zu vermeiden, bringt man zwischen das Blättchen und die Linsen, zwischen denen es sich befindet, eine Substanz von höherem Brechungsexponenten als den der Luft, etwa Wasser, Oel, Schwefelkohlenstoff, $\alpha$-Bromnaphtalin, auch wohl eine Jodkalium-Jodquecksilberlösung oder irgend eine der S. 262 genannten Flüssigkeiten und bestimmt nun den scheinbaren Axenwinkel in dieser Flüssigkeit. Derselbe wird nach dem gewöhnlich angewandten Oel (Huile) — das in vielen Fällen aber sehr zweckmässig durch reines Wasser zu ersetzen ist — von Des Cloizeaux als $2H_a$, bez. $2H_o$ bezeichnet. Ist der Brechungsexponent der Flüssigkeit bekannt (n), so ergibt sich aus dieser Messung der wahre Axenwinkel, wie leicht verständlich, aus der Relation

$$\sin V_a = \frac{n}{\beta}\sin H_a.$$

Da die optischen Axen für verschiedene Wellenlängen dispergiert sind, so findet man den Wert $2V_a$ oder $2E_a$ anders, wenn man den Apparat einmal mit rotem, dann mit gelbem, grünem etc. Licht beleuchtet. Die Beobachtung im weissen Licht, die bei geringer Dispersion der optischen Axen gute Resultate geben kann, führt zu einem mittleren Wert für $2E_a$ oder $2V_a$. Stellt man die Beobachtungen und Messungen in stark dispergierenden Flüssigkeiten an, so muss man bedenken, dass die Erscheinung der Axendispersion von den Brechungsverhältnissen des Krystalls und der Flüssigkeit für verschiedene Wellen-

längen abhängt, und dass man aus der Verteilung der Farben im Axenbild nicht immer unmittelbar auf die Lage der Axen im Krystall schliessen kann.

Misst man den scheinbaren Axenwinkel in einer Flüssigkeit von bekanntem Index an zwei Präparaten, von denen das eine senkrecht zur spitzen, das andere senkrecht zur stumpfen Bisektrix angefertigt ist, so lassen sich aus diesen beiden Messungen zwei Unbekannte ermitteln, nämlich der wahre Winkel der optischen Axen und der mittlere Brechungsexponent $\beta$. Diese von Des Cloizeaux[1]) wohl zuerst benutzte Methode ist ausserordentlich bequem. Der Index der angewandten Flüssigkeit sei n, dann ist nach den obigen Bezeichnungen

$$\sin V_a = \frac{n}{\beta}\sin H_a, \qquad \sin V_o = \frac{n}{\beta}\sin H_o,$$
$$V = 90^0 - V_o$$

und demnach

$$\operatorname{tg} V_a = \frac{\sin H_a}{\sin H_o}$$
$$\beta = n\sqrt{\sin^2 H_a + \sin^2 H_o}.$$

**173. Steht die Bisektrix nicht senkrecht** auf dem Blättchen, so ergibt sich der Axenwinkel für alle möglichen Einzelfälle aus der allgemeinen Lösung des Problems durch Kirchhoff[2]). In der stereographischen Projektion (Fig. 233) seien $A$ und $B$ die optischen Axen innerhalb des Krystalls, $A_1$ und $B_1$ ihre Richtungen, wie sie bei dem Uebergang aus dem Blättchen in das umgebende Medium entstehen, $N$ und $M$ die Plattennormale und die Bisektrix. Mit Hülfe der in den §§ 110, 117, 189 beschriebenen Instrumente kann man die Lage der Plattennormale und damit die Winkel $A_1N = a_1$, $B_1N = b_1$ und ferner in der gewöhnlichen Weise $A_1B_1 = 2E$ bestimmen. Ist ferner der mittlere Index $\beta$ bekannt, so ergibt sich aus Fig. 233

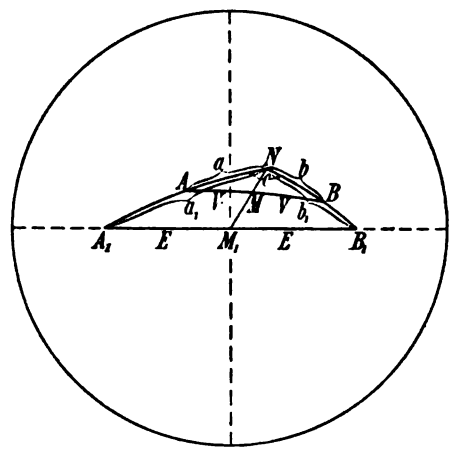


Fig. 233.

| bei Messung in Luft | | bei Messung in Medium mit Index n | |
|---|---|---|---|
| $\sin a = \frac{\sin a_1}{\beta}$ | $\sin b = \frac{\sin b_1}{\beta}$ | $\sin a = \frac{n}{\beta}\sin a_1$ | $\sin b = \frac{n}{\beta}\sin b_1$. |

1) Manuel de Min. I. 1862. XXXVI.

2) Pogg. Ann. 108. 1859. 571—573 oder in Kirchhoffs Ges. Abhandlungen, Leipzig 1882. 561.

Da nun nach dem Cosinussatz

$$\cos 2E = \cos a_1 \cos b_1 + \sin a_1 \sin b_1 \cos c$$
$$\cos 2V = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos c,$$

so folgt für die in Luft ausgeführten Messungen

$$\cos 2V = \cos a \cos b + \frac{1}{\beta^2}(\cos 2E - \cos a_1 \cos b_1)$$

und für die im Medium mit Index n ausgeführten Messungen

$$\cos 2V = \cos a \cos b + \frac{n^2}{\beta^2}(\cos 2E - \cos a_1 \cos b_1).$$

Man sieht, dass Beobachtung und Rechnung bei schief liegenden Präparaten viel umständlicher sind, als bei normal zur Bisektrix liegenden Blättchen, so dass man immer nach Möglichkeit bestrebt sein wird, diese normale Lage zu erreichen. Von praktischer Bedeutung ist daher die Frage nach der Grösse des Einflusses der Plattenschiefe auf das Endresultat.

Liegt das Präparat in seiner Schiefe symmetrisch zu beiden Axen, ist also $a_1 = b_1$, so findet man — auf den ersten Blick vielleicht überraschenderweise — 2E ebenso gross wie bei einem senkrecht zur Bisektrix stehenden Präparat. Es ist nämlich in der für diesen Fall entsprechend veränderten Figur 233 ($\sphericalangle NMB = \sphericalangle NM_1B_1 = 90^0$):

$$\sin AM = \sin V = \sin a \sin \frac{c}{2}, \qquad \sin A_1M_1 = \sin E = \sin a_1 \sin \frac{c}{2}$$

und also

$$\sin V = \frac{\sin a}{\sin a_1} \sin E = \frac{1}{\beta} \sin E.$$

Liegt aber das Präparat unsymmetrisch zu den beiden optischen Axen, so ist der Einfluss auf die Veränderung von 2E am grössten, wenn die Plattennormale mit der Ebene der optischen Axen zusammenfällt, $N$ also zwischen $A$ und $M$ oder $B$ und $M$ zu liegen kommt. Die Diskussion der Kirchhoffschen Formel durch B. Hecht[1]) hat dahin geführt, dass der störende Einfluss am geringsten wird, wenn man die Messung in einer Flüssigkeit vornimmt, deren Index möglichst nahe mit $\beta$ übereinstimmt. Auch bei stärkerer Abweichung von dieser Vorschrift kann, bei einer ungünstigen Plattenschiefe von $3^0$, der Fehler in der Bestimmung von 2V nur etwa $^1/_5{}^0$ betragen.

**174. Die Methode des Verfassers**[2]) erlaubt auch ohne Präparation an jedem zweiaxigen Krystall von beliebiger optischer Orientierung die Lage der Axen innerhalb des Krystalls zu bestimmen, wenn der mittlere Brechungsexponent $\beta$ bekannt ist und der Krystall schon im ursprünglichen Zustand die nötige Durchsichtigkeit und Ebenflächigkeit besitzt. Wenn es hieran mangelt oder die Axen allzuschief gegen vorhandene

1) N. J. 1887. I. 250—261.
2) E. A. Wülfing, Z. X. **36**. 1902. 403—407.

Flächen liegen, so wird man zweckmässige Präparationen nicht umgehen können. Die Methode besteht darin, erstens die Neigung der beiden in Luft austretenden optischen Axen gegen die Normalen der Flächen, auf welchen sie austreten, zu messen und zweitens die Neigung einer jeden optischen Axe gegen die Normale einer zweiten bekannten Fläche, z. B. der Fläche, auf welcher die andere Axe austritt, zu ermitteln. Sollten die Axenaustritte in Luft wegen des Ueberschreitens des Grenzwinkels nicht erfolgen können, so hat man die Messung in einer Flüssigkeit mit bekanntem Index auszuführen. Aus diesen vier Winkeln erhält man nicht nur die Grösse 2V, sondern auch die Lage der optischen Axen im Krystallgebäude und damit das sicherste Fundament für die ganze optische Orientierung.

Zur Erläuterung ist in Figur 234 eine stereographische Projektion der bei Anorthit auftretenden Verhältnisse gezeichnet. Die vier zu messenden Winkel sind stark ausgezogen.

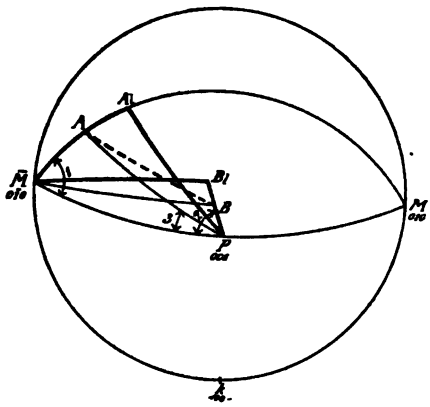


Fig. 234.

$\overline{M}A_1$ ist der Winkel der auf $\overline{M}$ in Luft austretenden Axe A gegen die Normale auf $\overline{M}$.
$PA_1$ „ „ „ „ „ $\overline{M}$ „ „ „ „ A „ „ „ „ P.
$\overline{M}B_1$ „ „ „ „ „ P „ „ „ „ B „ „ „ „ $\overline{M}$.
$PB_1$ „ „ „ „ „ P „ „ „ „ B „ „ „ „ P.

Da für die Wellennormalen in der Richtung der optischen Axen das Snelliussche Gesetz gilt (s. § 60 und Schluss von § 171), so liegen Einfallslot ($\overline{M}$), optische Axe im Krystall (A) und optische Axe in Luft ($A_1$) in einer Ebene, der Bogen $\overline{M}AA_1$ ist ein grösster Kreis, und es folgt

$$\sin \overline{M}A = \frac{\sin \overline{M}A_1}{\beta}$$

und analog

$$\sin PB = \frac{\sin PB_1}{\beta}.$$

Für die weitere Rechnung zur Ermittlung des Winkels AB kann man sich etwa an folgende Disposition halten:

In $\Delta\, \overline{M}A_1P$ gegeben drei Seiten, gesucht Winkel bei $\overline{M}$ ($\sphericalangle$ 1).
„ $\Delta\, \overline{M}B_1P$ „ „ „ „ „ „ P ($\sphericalangle$ 2).
„ $\Delta\, \overline{M}AP$ „ zwei „ und eingeschlossener Winkel bei $\overline{M}$, gesucht Seite AP und Winkel bei P ($\sphericalangle$ 3).
„ $\Delta\, ABP$ „ „ „ und eingeschlossener Winkel bei P ($\sphericalangle$ 2—3), gesucht Seite $AB = 2V$.

**175. Die Mallard-Beckesche Methode.** Eigentlich mikroskopische Präparate erlauben eine Beobachtung der optischen Axen nur im Kono-

skop mit Objektiven von kleiner Brennweite; eine Drehung um die Axe $r$ (Fig. 232) ist hier nicht ausführbar, da die Präparate viel zu nahe an der Frontlinse des Objektivs liegen. Bei derartigen Bestimmungen wird die von F. Becke weiter ausgebaute[1]) Mallardsche Methode (§ 116) von keiner andern übertroffen. Man überträgt die im Gesichtsfeld erscheinenden Axen mittelst Camera lucida auf ein Zeichenblatt und führt die Messungen an dieser Zeichnung mit dem Millimeter-Massstab aus. Bei der Verwaschenheit der Hyperbelscheitel in solch dünnen Präparaten muss man ihre Position in verschiedenen Stellungen zeichnen, was entweder durch Drehung der Nicols geschieht oder einen Zeichentisch verlangt, der mit dem Präparat im gleichen Tempo gedreht wird.

Bei sehr verwaschenem Interferenzbild benutzt man als Konoskop die v. Lasaulxsche Anordnung; bei schärferen Bildern kann man auch die Amici-Bertrandsche Linse einschalten und, an Stelle der Einzeichnung durch Camera lucida, die Position der Axen mit Hülfe eines um die Mikroskopaxe drehbaren Okularmikrometers festlegen. Wählt man die erstere Methode, so liegt das primäre Interferenzbild (Fig. 158 S. 215) dem Auge erheblich näher als das auf der Tischplatte liegende Zeichenblatt ($ab+bc+cd$ in Figur 134 mag hier etwa 40 cm betragen). In der Zeichnung erfährt also das Interferenzbild eine Vergrösserung, deren Mass in der gleichen Weise auf empirischem Wege gefunden wird, wie dies unter Benutzung bekannter Axenbilder in bezug auf das Längenverhältnis $gf$ zu $g_1f_1$ in Fig. 158 geschieht. — Wenn die die Zeichnung entwerfende Bleistiftspitze von einem kurzsichtigen Auge nicht deutlich gesehen wird, so muss in die Strecke $bc$ nahe bei $b$ (Fig. 134) ein passendes Brillenglas eingeschaltet und bei einem weitsichtigen Auge diese Korrektion mit einem Brillenglas unterhalb $b$ vorgenommen werden.

Nach den Darlegungen in § 116 ist der Sinus des Winkels, den die Mikroskopaxe mit einer optischen Axe bildet, gleich dem linearen Zentralabstand des Hyperbelscheitels dividiert durch die Brennweite des Objektivs. Bei meinem Hartnack-Fuessschen Objektiv Nr. 7 ist die Brennweite etwa 5.2 mm, die Apertur etwa 120° und der lineare Durchmesser des primären Bildes demnach im Maximum etwa 9 mm. Trotz dieser geringen Dimensionen, die in der Zeichnung allerdings auf das Doppelte etwa ausgedehnt werden, hat F. Becke mit seinen Schülern gezeigt, dass die Methode bei grösserer Uebung einer bemerkenswerten und bei kleinen Präparaten auf keine andere Weise zu erreichenden Präzision fähig ist.

Um nun aus den eingezeichneten linearen Zentraldistanzen $OA$ und $OB$ (Fig. 235) zweier Axen ihren Winkelabstand zunächst in Luft ($\sphericalangle A_1OB_1$) zu erhalten, denke man sich eine Halbkugel, deren als Einheit angenommener Radius gleich der für diese Methode eigens zu ermittelnden Mallardschen Konstanten ($K = D : \sin E$) ist, und deren Aequatorialebene das (praktisch nie erreichbare) Gesichtsfeld von 180° darstellt;

1) T. M. P. M. **14**. 1895. 415—442, 563—565; **16**. 1897. 180—181.

dann liegen die Positionen $A$ und $B$ senkrecht unter $A_1$ und $B_1$. Wir haben eine orthographische Projektion, die diesmal nicht auf die Tangentialebene im Zenith der Kugel (s. § 4), sondern auf die Aequatorialebene erfolgte. Nun ziehe man $B_1D$ parallel $AB$ und nenne

$$\sphericalangle A_1OC = \alpha, \qquad \sphericalangle B_1OC = \beta, \qquad \sphericalangle A_1OB_1 = \varphi,$$

so folgt aus Fig. 235, da $A_1$ und $B_1$ auf der Halbkugel liegen,

$$A_1B_1 = 2\sin\frac{\varphi}{2}, \qquad AA_1 = \cos\alpha, \qquad BB_1 = \cos\beta.$$

In dem rechtwinkligen Dreieck $A_1B_1D$ ist $B_1D = d$ die auf dem Zeichenblatt zu messende Strecke $AB$ und also, da $A_1B_1^2 = B_1D^2 + A_1D^2$

$$\left(2\sin\frac{\varphi}{2}\right)^2 = d^2 + (\cos\alpha - \cos\beta)^2.$$

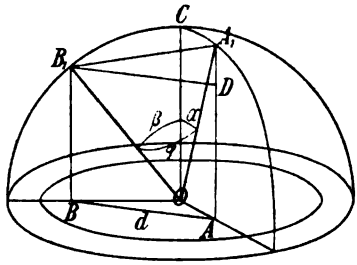



Fig. 235.

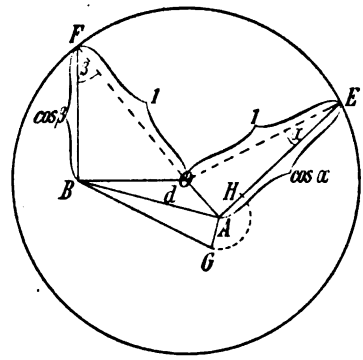



Fig. 236.

Die Grösse $2\sin\frac{\varphi}{2}$ lässt sich nach G. Pick folgendermassen als Länge konstruieren: Man schlägt einen Kreis mit dem gleichen Radius wie die obige Halbkugel, trägt darin das Dreieck $AOB$ (Fig. 236) auf und errichtet in $A$ und $B$ die Lote $AE$ und $BF$. Hier ist

$$AE = AA_1, \qquad BF = BB_1$$
$$AE - BF = AA_1 - BB_1 = A_1D = AH.$$

Errichtet man nun auf der Linie $AB$ in $A$ ein Lot $AG$ und macht dies gleich $AH = A_1D$, so ist auch $BG = A_1B_1$. Zu dieser Länge sucht man schliesslich in einer Sehnentabelle [1]) den zugehörigen Winkel $\varphi$, wobei der Radius des Kreises in Figur 236 als Einheit gilt.

Um aus der scheinbaren Zentraldistanz in Luft ($OA$ und $OB$) den Winkel 2V im Krystall zu erhalten, ist wieder die Kenntnis des mittleren Index $\beta$ erforderlich. Anstatt aber die Zentraldistanzen mit diesem Index zu dividieren, kann man auch den Radius in Figur 236 entsprechend vergrössern, ohne doch die Zeichnung im Innern an dieser Vergrösserung teilnehmen zu lassen.

---

1) Etwa bei V. Goldschmidt, Ueber Projektion u. graph. Krystallberechnung. Berlin 1887. S. 19.

M. Schwarzmann hat vorgeschlagen[1]), den Winkel $E$ in der Mallardschen Formel $\sin E = E:K$ mit Hülfe eines logarithmischen Rechenschiebers — also auch auf graphischem Wege — zu ermitteln; dies ist so lange angängig, als man die Mallardsche Konstante für eine wirkliche Konstante ansehen will, was aber besonders bei grösseren Aperturen nur für ziemlich rohe Annäherung gestattet ist. Man muss bedenken, dass die Objektive wohl selten eine solch ideal-sphärische Brennfläche besitzen, wie sie in Figur 158 (S. 215) bei $f$ zur Ableitung der Mallardschen Formel angenommen wurde, und dass besonders bei grösseren Aperturen die Abweichung von dieser Form recht bedeutend werden kann.

Zunächst hat ein solches Objektiv nicht eine, sondern zwei Brennflächen, die sich im höchsten Punkt (über $g$ in Figur 158) berühren, im übrigen aber ganz getrennt liegen können. Von der hiermit in Zusammenhang stehenden astigmatischen Beschaffenheit der Bilder kann man sich leicht überzeugen, wenn man versucht, ein verschiebbares Fadenkreuz auf einen sehr exzentrisch liegenden Teil des sekundären Interferenzbildes (Fig. 158) ohne parallaktischen Fehler einzustellen; es gelingt für den einen oder den andern Faden, aber nicht für beide zugleich. Bei der Messung wird man sich darauf beschränken müssen, den durch die Mikrometerschraube beweglichen Faden (nicht den scheinbar ruhenden) möglichst parallaxenlos einzustellen. — Jede der Brennflächen kann sehr mannigfaltig gestaltet sein[2]), sie kann bei grossen Aperturen z. B. wellige Gestalt annehmen und infolgedessen keine erhebliche Verschiebung des Ausziehtubus mit der Amici-Bertrandschen Linse für scharfe Einstellung zentraler und peripherischer Teile des Axenbildes nötig machen, was doch nach Figur 158 erwartet werden sollte.

Um die Messungen nicht unter dieser Unregelmässigkeit der Brennflächen leiden zu lassen, muss man die Mallardsche Konstante für verschiedene Aperturen empirisch bestimmen und für Zwischenlagen durch Interpolation ergänzen.

Wie gross die Fehler andernfalls werden können, zeigt die folgende mit der Voigt und Hochgesangschen $\alpha$ Monobromnaphtalin-Immersion (konstruiert von R. Winkel) ausgeführte Bestimmungsreihe. Dieses System erlaubt noch, unter Anwendung von Wasser als Immersionsflüssigkeit, die auf den Spaltflächen des Kalkspats (nicht in Luft, aber in Wasser) austretende Axe zu übersehen. In der nachstehenden Tabelle sind unter H die in Wasser mit einem Axenwinkelapparat gemessenen halben Axenwinkel einiger Mineralien aufgeführt, unter D finden sich die in mm gemessenen Zentralabstände der Axen im sekundären Interferenzbild, mit dem Okularschraubenmikrometer bestimmt, unter K die Mallardschen Konstanten für verschiedene Aperturen, und unter $H_1$ die Winkel, wie sie sich unter Zugrundelegung des aus Topas ermittelten Wertes für K berechnen:

| | H | D | K | $H_1$ |
|---|---|---|---|---|
| Aragonit | 11° 33′ | 0.325 | 1.623 | 10° 59′ |
| Muskovit | 24° 43′ | 0.700 | 1.674 | 24° 14′ |
| Topas | 39° 5′ | 1.075 | 1.705 | (39° 5′) |
| Kalkspat | 60° 51′ | 1.590 | 1.821 | 68° 50′. |

1) N. J. 1896. I. 52—56.

2) Vergl. S. Czapski, N.J. B.B. 7. 1891. 508.

Kleinere Axenwinkel zeigen nur eine Abweichung von etwa $^1/_2{}^0$, peripherisch austretende Axen aber könnten bis zu $8^0$ falsch bestimmt werden.

Am schnellsten und sichersten werden auf graphischem Wege die am Okularmikrometer abgelesenen linearen Werte im Winkelwerte umgewandelt, wenn man Kurven konstruiert, die als Abszissen die ersteren, als Ordinaten die letzteren Grössen besitzen. Für die Axenwinkel in Luft, Wasser etc. sind besondere Kurven zu zeichnen, bei denen die Sinus der Ordinaten im umgekehrten Verhältnis der Indizes der zugehörigen Medien stehen.

---

## IX. Bestimmung des optischen Charakters im konvergenten Licht.

**176. Allgemeines.** Die Ergebnisse der Diskussion der Fresnelschen Formel (§ 127) finden bei der Bestimmung des optischen Charakters nicht nur im parallelen Licht, sondern auch im konvergenten Licht ihre praktische Verwendung. Die so charakteristischen Kurven gleichen Gangunterschiedes müssen eine Aenderung ihrer Lage erfahren, wenn durch eingeschaltete Glimmer-, Gyps- oder Quarzblättchen an diesen Gangunterschieden auch nur die kleinsten Veränderungen vor sich gehen. Aus dieser Lagenänderung der Kurven kann man auf die relative Lage der Elastizitäten im Krystall und eingeschalteten Blättchen Schlüsse ziehen und hieraus zwar nicht direkt den optischen Charakter eines Minerals bestimmen, aber doch auf Umwegen, auf denen uns gerade die Beobachtung im konvergenten Licht als sicherste Führerin dient, zum Ziele gelangen.

**177. Anwendung des Glimmer- und Gypsblattes bei einaxigen Krystallen.** Bei den einaxigen Krystallen kann man eine Aenderung des Gangunterschiedes durch die Einschaltung eines sog. $^1/_4$ Undulationsglimmerblättchens (Fig. 237) erreichen. Der Glimmer (Muskovit), bei welchem die Ebene der optischen Axen sehr nahezu senkrecht auf der Spaltfläche steht, lässt sich leicht in so dünne Blättchen spalten, dass die durch Doppelbrechung einer senkrecht auffallenden Wellennormale entstehenden zwei Wellennormalen einen Gangunterschied von nur $^1/_4$ Wellenlänge erhalten. Ein solches Blättchen hat bei Muskovit, wenn wir dessen Doppelbrechung $(\gamma\text{-}\beta)$ in der Spaltebene zu 0.0068 annehmen, nach den Ausführungen in § 125 eine Dicke

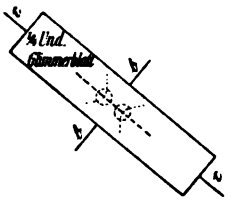


Fig. 237.

$$d = \frac{1}{\delta}\frac{\lambda}{\gamma\text{-}\beta} = \frac{1}{4}\frac{0.000589}{0.0068} = 0.022 \text{ mm}.$$

Da der Glimmer optisch negativ ist, so liegen in dem Spaltblättchen die Axen kleinster und mittlerer Elastizität; erstere fällt zusammen mit der Verbindungslinie der Austrittspunkte der optischen Axen, letztere steht darauf senkrecht. Man merkt sich auf einem solchen Blättchen oder seiner Fassung die Richtung der optischen Axenebene, also der Axe c. Beobachtet man nun die Interferenzfigur eines einaxigen Krystalls mehr oder weniger senkrecht zur Axe, indem man das Glimmerblättchen in der durch Fig. 237 angezeigten Lage zwischen die untersuchte Platte und den Analysator eingeschaltet hat, so dass seine Axenebene also 45° gegen die Hauptschnitte der gekreuzten Nicols geneigt ist, so ist das dunkle Kreuz bis auf zwei dunkle Punkte, $d$ und $d_1$ in Fig. 238a und 238b verschwunden, und die isochromatischen Kurven sind in zwei gegenüber-

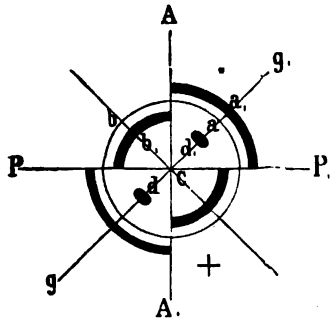


Fig. 238a.

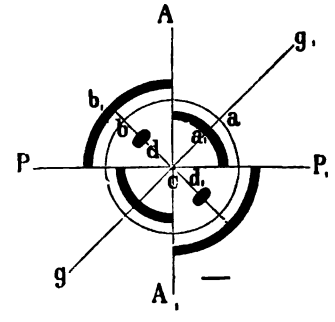


Fig. 238b.

liegenden Quadranten verengert, in den andern beiden Quadranten erweitert. Der untersuchte Krystall ist optisch positiv (Fig. 238a), wenn die Verbindungslinie der dunkeln Punkte senkrecht auf der Axenebene des $^1/_4$ Undulationsglimmerblättchens steht (mit dieser also das Zeichen + bildet), der Krystall ist dagegen negativ (Fig. 238b), wenn die Verbindungslinie der dunklen Punkte $d$ und $d_1$ der Axenebene des Glimmers parallel geht (—). Man schiebt das $^1/_4$ Undulationsglimmerblättchen unmittelbar unter dem Analysator oder in den Schlitz $tt$ am untern Ende des Tubus (Fig. 112) ein. Steht dieser Schlitz parallel dem Nicolhauptschnitte, so muss das Glimmerblättchen so geschnitten werden, dass seine lange Kante 45° mit der optischen Axenebene bildet.

Die Erklärung ergibt sich aus folgender Betrachtung: Es seien in Fig. 238a $PP_1$ und $AA_1$ die Hauptschnitte von Polarisator und Analysator, $gg_1$ die Ebene senkrecht zur Axenebene des $^1/_4$ Undulationsglimmerblättchens, und im homogenen Licht $ab$ der erste dunkle Ring, also der Ort aller Punkte der Platte, für welche $\frac{d(\gamma-\alpha)}{\lambda} = 1$ ist. Die Platte ist nach der Annahme optisch positiv, d. h. c = c. Von dem an dem Punkt $a$ des ersten dunkeln Ringes austretenden Wellen schwingt die ausserordentliche im Hauptschnitt $ac$ und wird gegen die senkrecht zum Hauptschnitt schwingende Welle um eine Wellenlänge verzögert. Beide Wellen

treten mit diesem Gangunterschied ins Glimmerblättchen, und die ausserordentliche Welle wird, da sie hier parallel der grösseren, zwischen a und b liegenden Elastizität schwingt, um $^1/_4\,\lambda$ gegen die ordentliche Welle beschleunigt. Der Gangunterschied der beiden Wellen beim Eintritt in den Analysator ist also nun $^3/_4\,\lambda$, der Punkt $a$ kann nicht mehr dunkel sein, sondern der dunkle Ring wird sich verschieben. Die bei $a_1$ austretende ausserordentliche Welle ist ohne das Glimmerblättchen gegen die ordentliche um mehr als $\lambda$, etwa um $^5/_4\,\lambda$ verzögert. Zu dieser Verzögerung addiert sich im Glimmerblättchen eine Beschleunigung von $^1/_4\,\lambda$ hinzu, der Gangunterschied der Wellen ist also nun $^5/_4\,\lambda - ^1/_4\,\lambda = \lambda$ und bei $a_1$ muss ein dunkler Ring liegen. Dasselbe findet statt in dem gegenüberliegenden Oktanten $Pc\,A_1$. — Für die in dem Punkt $b$ des ersten dunkeln Ringes austretenden Wellen ist $bc$ der Hauptschnitt. Auch hier ist in der Krystallplatte die ausserordentliche Welle gegen die ordentliche um eine Wellenlänge verzögert. Beim Eintritt in das $^1/_4$ Undulationsglimmerblättchen schwingt aber nun die ausserordentliche Welle nahezu parallel der Axe der kleinsten, die ordentliche parallel der Axe der grössten Elastizität. Es wird also die ausserordentliche gegen die ordentliche noch weiter verzögert und zwar um $^1/_4$ Wellenlänge. Die Gesamtverzögerung der ausserordentlichen Welle gegen die ordentliche beim Eintritt in den Analysator ist also nun $^5/_4\,\lambda$, und $b$ kann nicht mehr auf einer dunkeln Kurve liegen. Bei $b_1$ ist ohne das Glimmerblättchen die ausserordentliche Welle um weniger als eine Wellenlänge, etwa um $^3/_4\,\lambda$ verzögert, hierzu addiert sich eine fernere Verzögerung von $^1/_4\,\lambda$ im Glimmerblättchen. Beim Eintritt in den Analysator ist also nun der Gangunterschied der beiden bei $b_1$ austretenden Wellen $^3/_4\,\lambda + ^1/_4\,\lambda = \lambda$, und $b_1$ liegt auf der ersten dunkeln Kurve. Der erste dunkle Ring $ab$ teilt sich also nach Einschiebung des $^1/_4$ Undulationsglimmerblättchens in 4 Bögen von $90^0$. In denjenigen Quadranten, durch welche die Axenebene des Glimmerblättchens geht, ist eine Kontraktion, in den andern zwei Quadranten eine Dilatation eingetreten. Dieselbe Veränderung erleiden der 2., 3. u. s. w. Ring.

In derselben Weise leitet man die umgekehrte Erscheinung der Fig. 238b bei negativem Charakter des untersuchten einaxigen Blättchens ab.

Die dunkeln Flecke entstehen dort, wo der Gangunterschied der die Platte durchlaufenden Wellen $^1/_4\,\lambda$ beträgt und von dem Glimmerblättchen aufgehoben, also auf $0\,\lambda$ zurückgeführt wird.

Bei sehr dünnen Platten mit geringer Doppelbrechung fallen die Ringe des Axenbildes ausserhalb des Gesichtsfeldes, ihre Dilatation oder Kontraktion ist also nicht wahrnehmbar. Ebenso liegen dann oft die nach Einschiebung des $^1/_4$ Undulationsglimmerblattes entstehenden dunkeln Flecke ausserhalb des Gesichtsfeldes und machen somit die Bestimmung des optischen Charakters der Platte auf diese Weise unausführbar. — In solchen Fällen bedient man sich mit Vorteil des in § 155 beschriebenen und in Fig. 202 in der hier vorgeschlagenen Orientierung ab-

gebildeten Gypsblättchens vom Rot 1. Ordnung an Stelle des $^1/_4$ Undulationsglimmerblattes. Da ausserdem die mit dem Gypsblatt erhaltenen Farbenerscheinungen auch an dicken Platten ebenso gut wie die dunkeln Flecke des Glimmerblattes zu sehen sind, so kann das letztere bei allen nicht zu tief gefärbten Krystallen durch das Gypsblatt ersetzt werden.

Schaltet man ein solches Gypsblatt in der durch Figur 202 angegebenen Stellung und Orientierung in den Strahlengang eines optisch positiven, einaxigen Krystalls ein, so erscheint das vorher dunkle Kreuz rot, und die $SW-NO$ innerhalb des ersten isochromatischen Ringes liegenden Quadranten werden blau, die beiden andern $NW-SO$ liegenden Quadranten gelb (Fig. 4 Taf. II). Bei einem negativen Krystall vertauschen sich die Farben in den Quadranten (Fig. 5 Taf. II). Um eine an die Zeichen + und − anknüpfende Gedächtnisregel zu erhalten, merke man sich, dass die Verbindungslinie der blauen Quadranten mit der Längsrichtung des Gypsblattes unserer Orientierung das Zeichen andeutet.

Die Erklärung der Erscheinung beruht auf den gleichen Ueberlegungen, wie sie bei dem $^1/_4$ Undulationsglimmerblatt angestellt wurden. Bei einem optisch positiven Krystall schwingen von den in den $SW$ und $NO$ Quadranten austretenden Wellen diejenigen mit der kleineren Elastizität, die ihre Schwingungen im Hauptschnitt, also in einer $SW-NO$ liegenden Ebene ausführen, und solche Wellen treffen auch im Gyps auf die kleinere Elastizität. Zu dem durch die Krystallplatte entstandenen Gangunterschied addiert sich also der durch das Gypsblatt erzeugte, daher müssen in der Nähe des roten Kreuzes diese beiden Quadranten eine etwas höhere Interferenzfarbe, nämlich Blau zeigen. Umgekehrt findet in den $NW-SO$ liegenden Quadranten eine teilweise Kompensation der Gangunterschiede statt, und die Farbe des Gypses sinkt von Rot auf Gelb.

Diese Methode wird im Heidelberger mineralogischen Institut seit 1887 angewendet und ist später von F. Rinne unabhängig erfunden worden[1]).

**178. Anwendung des Glimmer- und Gypsblattes bei zweiaxigen Krystallen.** Auch in Platten aus zweiaxigen Krystallen, welche senkrecht zur Bisektrix geschnitten sind, kann man vermittelst eines $^1/_4$ Undulationsglimmerblättchens das Zeichen der Doppelbrechung bestimmen[2]). Man bringt die zu untersuchende Platte zwischen gekreuzte Nicols in die Parallelstellung und schiebt das Glimmerblättchen in der durch Fig. 237 angegebenen Orientierung ein. Ist die untersuchte Platte optisch positiv, also ihre Bisektrix Axe der kleinsten Elastizität, so sind die Axenringe verengert in den Quadranten, durch welche die Axenebene des $^1/_4$ Undulationsglimmerblättchens geht, erweitert in den beiden andern. Bei negativem Charakter der untersuchten Platte tritt Dilatation der Axenringe in den Quadranten ein, durch welche die Axenebene des Glimmers geht, Kon-

1) N. J. 1891. II. 21.

2) s. auch G. Cesaro, Ann. Soc. Géol. Belgique **20**. 1892/93. 99—106.

traktion in den beiden andern. Die Methode ist nur bei Interferenzbildern mit gut ausgebildeten isochromatischen Kurven zu empfehlen. Dass auch hier, bei den zweiaxigen Krystallen, der Gebrauch des Gypsblattes vorzuziehen ist, hat F. Rinne ebenfalls hervorgehoben[1]).

Bei einem Präparat, das im Konoskop den Austritt der spitzen Bisektrix zeigt, aber von isochromatischen Kurven nichts erkennen lässt, bringt man die Axenebene in die Parallelstellung von *W* nach *O* und schiebt das Gypsblatt in der Orientierung von Figur 239 darüber. Alsbald erscheint der dunkel schattierte Teil rot, und der schmälere, von *W* nach *O* gehende Balken, der die optischen Axen miteinander verbindet, lässt farbige Säume in Blau und Gelb in der Verteilung erkennen, wie sie für eine positive Bisektrix in Figur 239 eingeschrieben ist. Bei einem negativen Axenbild treten Blau und Gelb in vertauschter Stellung auf.

Fig. 239.

Fig. 240.

Fig. 241.

Auch bei dem Erscheinen von nur einer Axe im Gesichtsfeld des Konoskops ist, worauf Herr Professor Dr. Becke mich aufmerksam machte, der optische Charakter mit dem Gypsblatt leicht zu bestimmen. In § 167 ist schon gesagt, dass die Konvexität der Hyperbeln Anhaltspunkte für die Lage der spitzen Bisektrix bietet. So liegt in einem Axenbild, wie es Figur 240 zeigt, die spitze Bisektrix in *SO* und in einem andern (Fig. 241) in *NW*. Ein eingeschobenes Gypsblatt mit Rot 1. Ordnung färbt zunächst die Mitte der Hyperbeln rot und bringt ferner in der Diagonalstellung an demjenigen Hyperbelrand einen blauen Saum hervor, der nach der kleineren Elastizität (c) hin gerichtet ist. Ist die kleinere Elastizität die spitze Bisektrix, wie in Figur 242, so liegt ein positiver Krystall, im andern Fall (Fig. 243) ein negativer Krystall vor.

Schliesslich kann man auch nach F. Becke in Schnitten zweiaxiger Krystalle, die parallel zur Axenebene geführt sind und also das Bild der optischen Normale im Konoskop erkennen lassen, den optischen Charakter mit Hülfe des Gypsblattes bestimmen. Es sind hier zwei Beobachtungen, die beide nacheinander mit dem gleichen Gypsblatt angestellt werden, zu kombinieren. Zunächst hat man sich des in § 166 Gesagten zu erinnern, nämlich wie man im konvergenten Licht an dem Bild über der

1) N. J. 1891. II. 26—27.

optischen Normale mit Hülfe des Gypsblattes die Richtung der spitzen Bisektrix erkennt, und ferner hat man im parallelen Licht zu entscheiden, ob bei der Lage der spitzen Bisektrix $NO—SW$ die rote Farbe des

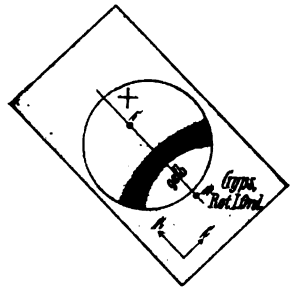



Fig. 242.

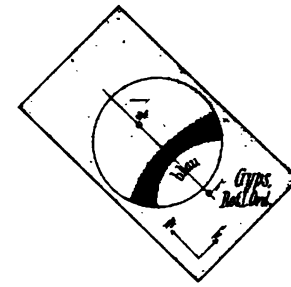



Fig. 243.

Gypses nach Blau (+) oder nach Gelb (—) umschlägt. Als Studienobjekte sind Enstatit (+), Bronzit (±) und Hypersthen (—) in Spaltblättchen nach der vollkommensten Spaltbarkeit zu empfehlen.

**179. Anwendung des Gyps-(Quarz-)Keils.** Auch bei dicken oder stark doppelbrechenden Axenpräparaten optisch zweiaxiger Krystalle, die im Konoskop mehrere isochromatische Kurven erkennen lassen, gibt es einen guten Ersatz für das $^1/_4$ Undulationsglimmerblatt in Gestalt des in § 157 beschriebenen und in Figur 205 abgebildeten Gypskeils. Angenommen, es liege ein optisch negativer Krystall vor und es sei also die mit der Konoskopaxe mehr oder weniger zusammenfallende spitze Bisektrix die Axe der grössten Elastizität a, angenommen ferner, es liege die Axenebene wie in Figur 215 von $SW$ nach $NO$, und es werde der Gypskeil mit dem dünnen Ende voran von $SO$ nach $NW$ vorgeschoben, so sind grosse und kleine Elastizitäten in Präparat und Keil gleichgerichtet, und die Einschaltung und Verschiebung des Keils entspricht einer optischen Verdickung des Präparats. Die isochromatischen Kurven müssen also zahlreicher werden und dabei von den Quadranten, in denen die optische Normale liegt, nach der Mitte und von hier aus in senkrechter Richtung nach den Hyperbelscheiteln, wo sie sich gleichsam anhäufen, wandern. Dreht man das Blättchen um 90°, so dass die Axenebene von $NW$ nach $SO$ läuft und prüft man wieder die Veränderung an den isochromatischen Kurven durch eine abermalige Einschiebung des Keils in der Richtung von $SO$ nach $NW$, so muss nun der umgekehrte Verlauf an den Kurven zu beobachten sein, wie er einer optischen Verdünnung entsprechen würde. Die nach dem Zentrum gelegenen Teile der um die Axenpole ringförmig auftretenden Lemniskaten müssen nach der Mitte wandern und sich von hier aus nach der Richtung der optischen Normale öffnen. Beide Beobachtungen, schnell hintereinander angestellt, lassen nie im Zweifel, ob man es mit einem positiven oder negativen Krystall zu tun hat.

## X. Farbe und Pleochroismus.

**180. Farbe der Mineralien.** Die Farbe vieler Mineralien ist untrennbar mit ihrem molekularen Bau verbunden, während bei andern eine von Natur farblose Verbindung vorliegt, die einen Farbstoff meistens in sehr kleinen Mengen, sei es in gelöster, sei es in anderer fein verteilter Form umschliesst; man nennt die ersteren farbig oder idiochromatisch, die letzteren gefärbt, pigmentiert oder allochromatisch. Zu den idiochromatischen undurchsichtigen Mineralien, welche eine grössere Verbreitung in den Gesteinen besitzen, gehören gewisse Oxyde, wie Rutil und besonders Silikate mit schwermetallischen Basen, wie die Glimmer, Pyroxene, Amphibole, Granate, Turmaline u. s. w. Bei der grossen Mannigfaltigkeit der Farben, welche je nach der Oxydationsstufe des Metalls (Fe, Mn) und der relativen Menge auftreten, in welcher die schwermetallhaltigen Molekularverbindungen mit solchen von Erd- oder Alkalimetallen in isomorpher Mischung verbunden sind, ist eine Verwendung der Farbe zur Bestimmung des Minerals nur selten und mit Vorsicht gestattet. — Bei den pigmentierten Mineralien, die also an und für sich farblos sind und nur einem fremden, beigemengten Stoff anorganischer oder organischer Natur ihre Farbe verdanken, hat die Farbe natürlich kein determinatives Moment. Die mikroskopische Untersuchung solcher allochromatischer Substanzen lehrt, dass ihr Pigment entweder in wohl begrenzten und erkennbaren Täfelchen, Nädelchen, Körnchen als eigentlicher Einschluss vorhanden und dann sehr oft recht ungleich durch die ganze Masse hin verteilt ist, oder aber man vermag die färbende Substanz nicht als solche getrennt von der gefärbten Masse wahrzunehmen. Ein in letzterer Form vorhandenes Pigment nennt man ein dilutes, und es ist eine Eigentümlichkeit solch dilut pigmentierter Körper, dass ihre Farbe bei hinreichender Dünne der untersuchten Blättchen mehr oder weniger vollständig verschwindet. Die Natur dieser Art von Färbungen ist noch wenig ergründet; man weiss nur, dass äusserst kleine Mengen oft eine sehr intensive Färbung hervorrufen können, deren Einfluss auf das Brechungsvermögen aber verschwindend klein ist, wie eine kürzlich erschienene Arbeit von H. Dudenhausen[1]) gezeigt hat. Einige noch nicht veröffentlichte Beobachtungen des Verfassers führen in vielleicht noch etwas überzeugenderer Weise zu den gleichen Resultaten.

Lässt man Licht durch eine Krystallplatte hindurchtreten und bezeichnet man die Intensität der einfallenden Welle einfarbigen Lichtes mit $J_0$, die Intensität der austretenden Welle — nachdem eine Schicht von der Dickeneinheit durchlaufen ist — mit $J_1$, so ist $J_1 : J_0$ immer ein echter Bruch, der auch als Extinktion (E) bezeichnet wird. Bei absolut undurchsichtigen Körpern würde E gleich Null werden, aber auch die anscheinend undurchsichtigsten Körper, wie die Metalle, lassen bei genügender Dünne das Licht teilweise hindurchtreten. Bei absolut durch-

1) N. J. 1904. I. 8—29, wo auch die betreffende Literatur zu finden ist.

sichtigen Körpern sollte umgekehrt E gleich der Einheit werden, aber auch bei den dünnsten und farblos durchsichtigsten Körpern findet eine Schwächung des Lichtes statt.

Das hindurchgetretene Licht hat also die Intensität $J_0 E$; der Unterschied zwischen dieser und der eingetretenen Intensität ist gleich dem in der Platte zurückgebliebenen oder absorbierten Teil;

$$J_0 - J_0 E = J_0 (1 - E).$$

Die Grösse 1—E nennt man auch die Absorption eines Körpers. Extinktion und Absorption ergänzen sich also zur Einheit. Für die Extinktion gilt das Gesetz, dass nach Durchstrahlung einer Schicht von der Dicke d das austretende Licht folgende Intensität besitzt:

$$J_d = J_0 E^d.$$

Beweis: Die Intensität sei nach Durchstrahlung der Schichten von 1, 2, 3 ..... mm Dicke, $J_1$, $J_2$, $J_3$ .....; dann ist $J_1 : J_0 = J_2 : J_1 = J_3 : J_2 = ..... = E$, und demnach auch $J_1 = J_0 E$; $J_2 = J_0 E^2$; $J_3 = J_0 E^3$ u. s. w. $J_d = J_0 E^d$.

Setzt man $E = e^{-\alpha}$, wo e die Basis der natürlichen Logarithmen (1.71828) ist, so folgt

$$J_d = J_0 . e^{-\alpha d},$$

wo $\alpha$ der Extinktionskoeffizient genannt wird.

Bei Anwendung von weissem Licht erfahren die verschiedenen Lichtarten eine verschiedene Extinktion oder Absorption, und das im weissen Licht vorhandene Intensitätsverhältnis der verschiedenen Lichtarten, wie es in Figur 106 (S. 164) durch die über Wellenlänge 575 kulminierende Kurve angegeben ist, wird also bei dem Durchgang durch einen Körper gestört. Häufig ist diese Störung für das blosse Auge nicht bemerkbar, der Körper erscheint dann farblos, während er in andern Fällen farbig bez. gefärbt ist. Hiernach hängt die Farbe eines Körpers auch von der Zusammensetzung des ihn beleuchtenden Lichtes ab, und so erklärt sich das zuweilen sehr auffallend verschiedene Aussehen mancher Mineralien (Alexandrit!) bei Tageslicht und bei Lampenlicht.

Die Farbe der Mineralien im reflektierten Licht ist nur da als charakteristisches Kennzeichen von Bedeutung, wo sie eine Eigenfarbe ist und besonders dann, wenn sich durchsichtige Blättchen nicht herstellen lassen, also ganz besonders bei den Erzen, unter denen manche Substanzen aus der Reihe der oxydischen Erze, wie Magnetit, Ilmenit, Eisenglanz, zu den verbreitetsten Gemengteilen der Gesteine gehören, während andere aus der Gruppe der geschwefelten Erze, wie Pyrit und Magnetkies, zu den häufigsten akzessorischen Gemengteilen zählen.

**181. Pleochroismus.** In isotropen Medien muss, wegen der Gleichheit der Aetherelastizität in allen Richtungen, die Schwächung einer sie durchlaufenden Lichtwelle unabhängig von der Richtung sein. Diese Medien sind in allen Richtungen in gleichem Masse durchsichtig oder undurchsichtig oder zeigen bei gleicher Dicke den gleichen Farbenton.

Anders liegen die Verhältnisse wieder bei den anisotropen Medien. Mit der Aenderung der Aetherelastizität in verschiedenen Richtungen ist auch eine Aenderung der Absorption verbunden, so dass also Platten von gleicher Dicke aber verschiedener Orientierung in ungleichem Masse durchsichtig sein können. Von besonderem Interesse ist hierbei, dass diese ungleiche Absorption noch von der Wellenlänge des Lichtes abhängt, und dass also in der einen Richtung etwa das Rot, in einer anderen das Blau besonders stark zurückgehalten wird. Es zeigen alsdann Platten solcher anisotropen Medien, die nach verschiedenen Richtungen geschnitten werden, im durchfallenden Licht verschiedene Farben. Dieses Phänomen der mit der Richtung wechselnden farbigen Absorption doppelbrechender Körper bezeichnet man mit dem Namen Pleochroismus.

Von den doppelbrechenden Mineralien zeigen die idiochromatischen immer Pleochroismus, während dieser bei den allochromatischen nur bei sehr inniger Vereinigung des Krystallmoleküls mit dem Farbstoffmolekül auftritt; daher sind die entwässerten und mit Farbstofflösung getränkten Zeolithe nicht pleochroitisch, wie die Untersuchungen G. Friedels[1]) und P. Gauberts[2]) gezeigt haben.

An farblosen Mineralien beobachtet man zuweilen Erscheinungen, die als Pseudopleochroismus bezeichnet und von E. v. Fedorow[3]) und Schroeder v. d. Kolk[4]) beschrieben wurden. Die betreffenden Individuen erscheinen in der einen Lage zum Polarisator farblos, in der um 90° gedrehten schmutzig braun. v. Fedorow betrachtet als Ursache dieser Erscheinung eine dünne Lamellierung verschieden brechender Substanzen, wodurch eine auf teilweiser Totalreflexion beruhende Trennung der brechbareren und weniger brechbaren Wellen eingeleitet wird. Schroeder v. d. Kolk, der einen kräftigen Pseudopleochroismus an Calcit beobachtete, nahm submikroskopische Einschlüsse an, deren Brechbarkeit mit der ausserordentlichen Brechung des Calcits übereinstimme; er verglich den in der starken Absorptionslage auftretenden braunen Ton mit einer durch Wasser getrübten Harzlösung.

**182. Pleochroismus der einaxigen Mineralien.** Durchblickt man einen einaxigen Krystall so, dass die Wellennormalen senkrecht zu dessen Basis auffallen, so gelangen nur ordentliche Wellen ins Auge, und die Farbe, welche der Krystall zeigt — Haidinger nannte sie die Basisfarbe — ist ausschliesslich bedingt von der Absorption, welche die ordentliche Welle erfährt. Durchblickt man aber den Krystall (durchsichtige Turmaline, Berylle oder Vesuviane sind bequeme Objekte) schief gegen die Hauptaxe, so ändert sich die Farbe und weicht um so mehr von der Basisfarbe ab, je grösser die Neigung der Blickrichtung gegen die Hauptaxe wird. Das Maximum der Farbenverschiedenheit tritt ein, wenn man senkrecht zur Hauptaxe hindurchsieht. Dreht man in dieser Stellung den Krystall um seine Hauptaxe, so ändert sich die Farbe nicht

1) Bull. Soc. Min. Fr. **19**. 1896. 117.
2) Bull. Soc. Min. Fr. **26**. 1903. 178—184.
3) T. M. P. M. **14**. 1895. 569—571; Z. X. **32**. 1899. 128—130.
4) Samml. Geol. Reichsmuseum, Leiden. **6**. 1900. 89.

mehr, falls der Krystall senkrecht zur Hauptaxe in allen Richtungen gleiche Dicke besitzt.

Diese Erscheinung erklärt sich dadurch, dass bei schiefer Lage der Hauptaxe sich zu der ordentlichen Welle die ausserordentliche gesellt, und dass die Absorption für beide verschieden gross ist. Die Farben, welche ein einaxiger Krystall in einer andern Richtung als derjenigen seiner Hauptaxe zeigt, sind also bedingt durch die Kombination der Absorption der ordentlichen und ausserordentlichen Welle. Man fasst nun gewöhnlich nur die extremen Fälle ins Auge: Hauptaxe parallel und senkrecht zur Blickrichtung, und sagt daher, dass die einaxigen Krystalle Dichroismus besitzen, was in Strenge nicht richtig ist, da sich die Farbe stetig mit der Richtung ändert. Beobachtet man eine nicht senkrecht zur optischen Axe geschnittene Platte durch ein Nicolsches Prisma, so kann man die als Mischfarbe der ordentlichen und ausserordentlichen Welle auftretende Flächenfarbe in ihre Komponenten — die Axenfarben — zerlegen, wenn man den Nicolhauptschnitt bald senkrecht, bald parallel zum Krystallhauptschnitt bringt. Eine Beobachtung der beiden Farbentöne nebeneinander erlaubt die in § 190 beschriebene Haidingersche Lupe.

Die einaxigen Krystalle zerfallen in zwei Klassen, je nachdem der mit der Fortpflanzungsrichtung veränderliche Absorptionsindex der ausserordentlichen Wellen kleiner ist, als der konstante Absorptionskoëffizient der ordentlichen Wellen, oder umgekehrt. Zu der ersten Klasse gehört der Turmalin, der scheinbar einaxige Biotit und Chlorit, zur zweiten das Magnesiumplatincyanür.

**183. Pleochroismus der zweiaxigen Mineralien.** Platten aus zweiaxigen Krystallen, welche senkrecht zu einer optischen Axe geschnitten sind, lassen im allgemeinen keinen Pleochroismus erkennen; alle andern Platten solcher Krystalle zeigen dagegen, wenn überhaupt wahrnehmbare farbige Absorption vorhanden ist, eine mit der Richtung der Platte wechselnde Farbe. Dieselbe ist kombiniert aus den Farben der beiden, die Platte durchlaufenden Wellen. Nennt man mit Haidinger solche Farben „Flächenfarben", so kann man dieselben, wie bei einaxigen Platten, die nicht senkrecht zur Hauptaxe geschnitten wurden, durch das Dichroskop (s. § 190) oder ein Nicol in die Axenfarben, d. h. die Farben der einzelnen, das Blättchen durchlaufenden Wellen zerlegen. Es sei z. B. Fig. 244 ein Würfel, welcher aus einem rhombischen Krystall so geschnitten wurde, dass jede Fläche senkrecht zu einer Elastizitätsaxe liegt, dann hat man drei im Maximum verschiedene Flächenfarben, wenn man durch die Flächen $A$, $B$ und $C$ senkrecht auffallendes Licht beobachtet. Die Flächenfarbe $C$ kombiniert sich aus den parallel a und b schwingenden Wellen, und ebenso sind die Flächenfarben $A$ und $B$ kombiniert aus den parallel b und c, bez. parallel a und c schwingenden Wellen.

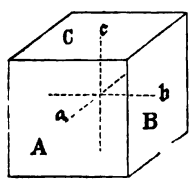


Fig. 244.

Man unterscheidet demnach bei zweiaxigen Krystallen drei Flächenfarben und drei Axenfarben.

Man nahm früher an, dass die Richtungen stärkster farbiger Absorption in den zweiaxigen Krystallen, welche man als Absorptionsaxen bezeichnen kann, mit den Elastizitätsaxen zusammenfallen. Indessen haben H. Laspeyres[1]) und W. Ramsay[2]) gezeigt, dass dieses Zusammenfallen nur so lange eintrifft, als es das in § 38 ausgesprochene Grundgesetz erfordert, d. h. als die Elastizitätsaxen mit krystallographischen Symmetrieaxen zusammenfallen, also im rhombischen System für alle drei Elastizitätsaxen, im monoklinen System für die mit der Axe b zusammenfallende Elastizitätsaxe; es ist dagegen nicht notwendig richtig für die bei monoklinen Krystallen in der Symmetrieebene liegenden zwei Elastizitätsaxen und für alle Elastizitätsaxen trikliner Krystalle. Tatsächlich fand Laspeyres, dass beim Manganepidot eine von der Dispersion der Elastizitätsaxen a und c unabhängige Dispersion der Absorptionsaxen in der Symmetrieebene stattfindet, und Ramsay bestätigte das für den Pistazit des Sulzbachtals.

Auch die zweiaxigen Krystalle zerfallen in zwei Klassen. In den Krystallen der ersten Klasse ist die Absorption am stärksten für die in der Axenebene schwingende Welle, in denen der zweiten ist sie am stärksten für die dazu senkrecht schwingende (Beispiele s. S. 344).

**184. Absorptionsbüschel (Polarisationsbüschel).** Bei stark absorbierenden einaxigen und zweiaxigen Krystallen treten infolge der starken Absorption der in bestimmten Richtungen schwingenden Wellen eigentümliche, büschelförmige Erscheinungen schon im gewöhnlichen Licht auf, die bereits 1818 von David Brewster[3]) an Cordierit, Epidot, Augit, Topas und Glimmer beobachtet, seit 1843 durch zahlreiche Arbeiten W. Haidingers[4]) in weiteren Kreisen bekannt geworden sind und später durch A. Bertin[5]), E. Bertrand[6]), E. Mallard[7]), Th. Liebisch[8]) näher studiert und durch W. Voigt[9]) nach einer allgemein gültigen Theorie erklärt wurden. Die Phänomene selbst beobachtet man nach Liebisch (l. c.) am besten vermittelst der, zur Beobachtung von Platten mit sehr grossem Axenwinkel von Bertrand, Nachet und Fuess konstruierten Linsensysteme mit grosser Apertur; auch eignet

1) Z. X. 4. 1880. 440—467.

2) Z. X. 18. 1888. 97—134.

3) Phil. Trans. London, 1819, besonders S. 17—24.

4) Die wichtigsten Arbeiten Haidingers über diesen Gegenstand sind etwa: Pogg. Ann. 65. 1845. 1—29; 86. 1852. 131—144. S. W. A. 13. 1854. 306—331.

5) Bull. Soc. Min. Fr. 2. 1879. 54—66.

6) Ebenda. 67—70.

7) Ebenda. 72—78.

8) Nachr. K. Ges. Wiss. Göttingen 1888. 202—210.

9) Unter den zahlreichen Arbeiten Voigts möge besonders auf N. J. 1885. I. 119—141 verwiesen werden. Die neueste Arbeit erschien in Nachr. K. Ges. Wiss. Göttingen 1902. 48—91.

sich die von Voigt und Hochgesang vertriebene Winkelsche Monobromnaphtalin-Immersion mit der num. Apertur 1.52 sehr gut zu diesen Untersuchungen.

Die Erscheinungen, die zuerst nur an zweiaxigen Krystallen beobachtet wurden, zeigen sich auch, wie Bertrand (l. c.) fand, an einaxigen Mineralien; W. Voigt leitete sie auch aus theoretischen Erörterungen ab und genauer beobachtet wurden sie zuerst von Liebisch. Hiernach zeigen Platten von Turmalin senkrecht zur optischen Axe in natürlichem Licht einen dunkeln Fleck in der Mitte des Gesichtsfeldes und randliche Aufhellung. In geradlinig polarisiertem Licht erscheint senkrecht zur Schwingungsebene des Polarisators am Rande des Gesichtsfeldes ein Büschelpaar, welches sich nach dem weniger dunkeln zentralen Fleck hin erweitert.

Schaltet man einen Analysator so ein, dass seine Schwingungsebene $A$ parallel $P$ des Polarisators liegt, so zeigt die Interferenzfigur (Fig. 211 b S. 310) deutlich verschiedene Lichtintensität in den beiden Armen des hellen Kreuzes, weil mit diesen ungleiche Absorptionsbüschelpaare zusammenfallen. Bei Drehung des Analysators treten zwei Paare von Büscheln parallel zu den Ebenen $A$ und $P$ auf.

Schnitte nach einer zur Hauptaxe geneigten Fläche zeigen unter günstigen Verhältnissen im natürlichen Licht eine verschiedene Färbung in der durch den Hauptschnitt des Schliffes gegebenen Richtung; der dem Axenaustritt nächste Teil des Gesichtsfeldes ist dunkler und verläuft allmählich in die Färbung der entgegengesetzten Seite. — Im geradlinig polarisierten Licht bildet sich ein Absorptionsbüschel an dem der optischen Axe abgewandten Teil des Gesichtsfeldes, wenn der Hauptschnitt der Platte senkrecht zu $P$ liegt. Das Büschel wird breiter und schwächer nach dem die optische Axe bezeichnenden dunkeln Fleck hin. Bei einer Drehung der Platte aus dieser Stellung folgt das Absorptionsbüschel der Drehung, bis es vollständig aus dem Gesichtsfeld verschwindet. Liegt der Hauptschnitt der Platte parallel zu $P$, so ist die Färbung des Gesichtsfeldes dieselbe, wie im natürlichen Licht.

Platten parallel zur optischen Axe zeigen im natürlichen Licht auf dunklerem Grunde einen helleren Streifen senkrecht zur Axe. Dieselbe Erscheinung hat man im geradlinig polarisierten Licht, wenn die Richtung der optischen Axe parallel $P$ liegt. Steht sie senkrecht dazu, so ist die ganze Platte dunkel, weil nun ein Absorptionsbüschel auf den hellen Streifen fällt.

Analog ist die Erscheinung bei Chlorit; hier sind Axenfleck und Absorptionsbüschel grün auf rötlich-gelbem Felde.

Bei den einaxigen Krystallen mit einer für die ausserordentliche Welle stärkeren Absorption als für die ordentliche ist der Axenfleck heller als das Feld, und die Büschel sind um $90^0$ gegen die Lage im ersten Fall verwendet.

Magnesiumplatincyanür ist ein ausgezeichnetes Objekt für die Beobachtung der Erscheinungen in der zweiten Klasse.

Auch die gefärbten zweiaxigen Mineralien zeigen schon im gewöhnlichen Licht auf gefärbtem Grunde andersfarbige hyperbolische Büschel, die bei dieser Beleuchtungsart immer senkrecht zur Ebene der optischen Axen liegen und durch einen, den Austrittspunkt der optischen Axen markierenden Fleck getrennt sind. Platten aus Andalusit, Pistazit, Cordierit lassen die Erscheinung besonders deutlich wahrnehmen, wenn man sie dicht vor das Auge hält und gegen den hellen Himmel sieht. Man nimmt dieselben auch sehr scharf und deutlich wahr, wenn man die Beobachtungsmethode von Liebisch anwendet und also stark konvergentes Licht durch die auf dem Mikroskop liegende Platte nach Entfernung von Polarisator und Analysator sendet. Am bequemsten studiert man das Phänomen an Spaltblättchen des Pistazit nach der Basis. Die hyperbolischen Büschel erscheinen dann braun auf grünem Grunde. Man nennt diese Büschel Polarisationsbüschel und zuweilen auch epoptische Figuren, wenn auch unter den letzteren besser andere, nicht auf Absorption, sondern auf Interferenz zurückzuführende Erscheinungen verstanden werden, wie sie E. Erman wohl zuerst beschrieben hat[1]). Eine einfache Erklärung der Polarisationsbüschel hat E. Mallard (l. c.) gegeben:

In Figur 245 mögen $B$ und $B'$ die Polarisationsbüschel darstellen, $A$ sei der Austrittspunkt der zur Platte senkrechten optischen Axe, $A'$ derjenige der zweiten Axe. Eine die Platte schief durchlaufende und bei $m$ in geringer Entfernung von $A$ austretende Welle wird in zwei Wellen gespalten, von denen die eine, parallel $Am$ schwingend, absorbiert werde und die Farbe $\lambda$ besitze, während die andere, senkrecht $Am$ schwingende, stark absorbiert werde und die Farbe $\lambda'$ besitze. Es wird alsdann die Platte bei $m$ hell sein und die Farbe $\lambda$ zeigen.

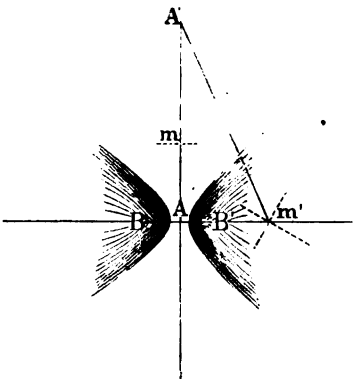


Fig. 245.

Betrachtet man ebenso eine die Platte schief durchsetzende und bei $m'$ auf einer zu $AA'$ senkrechten Richtung austretende Welle, so ist auch diese in zwei Wellen gespalten, deren Schwingungsrichtungen den Winkel $Am'\ A'$ halbieren, bez. auf dieser Halbierungslinie senkrecht stehen. Jede von ihnen erfährt eine Absorption, welche für die eine grösser ist, als die Absorption der im Hauptschnitt schwingenden, bei $m$ austretenden Welle, während sie für die andere kleiner ist, als die Absorption der senkrecht zum Hauptschnitt schwingenden, bei $m$ austretenden Welle. Es muss also bei $m'$ die Platte eine Farbe von geringerer Helle zeigen, welche aus den Farben $\lambda$ und $\lambda'$ gemischt ist. Das Verhältnis, in welchem die beiden Farben $\lambda$ und $\lambda'$ sich zu der Farbe irgend eines Punktes der Platte kombinieren, ist offenbar abhängig von dem Winkel, welchen die Verbindungs-

1) Pogg. Ann. **26**. 1832. 302–307.

linien des Punktes mit den Austrittspunkten der optischen Axen machen. Je weiter der Punkt von $A$ und der durch $A$ gehenden Normalen auf $AA'$ abliegt, um so mehr wird die Farbe $\lambda$ zur Färbung des Punktes beitragen. Daraus ergibt sich, dass die Büschel von einer hyperbolischen Kurve begrenzt werden müssen und dass sie nach aussen allmählich in die Farbe des Gesichtsfeldes bei $m$ übergehen.

Diese bisher besprochenen Büschel erscheinen bei den zweiaxigen Krystallen auch nach Einschaltung eines Polarisators; als neu treten aber nun bei gewissen Stellungen der Axenebenen zum Polarisator andere Büschel hinzu, die immer parallel zur Axenebene liegen und bei den Krystallen erster Klasse (s. Schluss von § 183) dann in die Erscheinung treten, wenn die Ebene der optischen Axen parallel zur Schwingungsebene des Polarisators läuft, bei den Krystallen zweiter Klasse sich zeigen, wenn diese Axenebene senkrecht zu jener Schwingungsebene liegt.

Fällt in der ersten Klasse dieser zweiaxigen Mineralien geradlinig polarisiertes Licht auf eine Platte, welche annähernd senkrecht zu einer optischen Axe liegt, oder die man bei schiefer Lage mit einem Linsensystem von grosser Apertur beobachtet, so erblickt man, wenn die Schwingungsebene $P$ des Polarisators senkrecht zur Ebene der optischen Axen steht, dunkle Büschel senkrecht zur Axenebene und dieser parallel ein helles Feld. Steht die Schwingungsebene $P$ parallel zur Ebene der optischen Axen, so hat man dunkle Büschel sowohl parallel als senkrecht zu dieser und die Axe selbst wird durch einen dunkeln Fleck markiert. — In diese Klasse gehört, wie schon Haidinger fand, der Andalusit, nach Liebisch auch Anomit (von Nertschinsk), Vivianit, Kobaltblüte, basaltische Hornblende (aus böhmischen Basalttuffen) und Titanit.

In der zweiten Klasse (Cordierit, Epidot, Muscovit, Augit, Axinit) zeigen Platten von derselben Orientierung bei senkrechter Stellung der Axenebene zur Schwingungsebene $P$ des Polarisators dunkle Büschel sowohl parallel als senkrecht zur Ebene der optischen Axen. Steht die Ebene $P$ parallel zur Axenebene, so hat man dunkle Büschel senkrecht zu dieser und helles Feld parallel derselben.

Entsprechende Erscheinungen der Absorption sind bei sehr tief gefärbten Mineralien auch mikroskopisch in allen Schnitten, in denen Axenaustritt statt hat, um jede Axe wahrnehmbar.

**185. Einfluss des Pleochroismus auf die Interferenzerscheinungen.** Eigentümliche Modifikationen der Interferenzerscheinungen beobachtet man bei Uebereinanderlagerung doppelbrechender Blättchen, wenn das eine derselben stark pleochroitisch ist, also die Lichtschwingungen in bestimmter Richtung stark absorbiert. H. Rosenbusch diskutierte dieselben vor Jahren und erklärte sie im brieflichen Verkehr mit einem befreundeten Fachgenossen; sie wurden später auch von Schroeder van der Kolk[1]) besprochen.

1) Zeitschr. f. wiss. Mikrosk. 7. 1890. 30—32.

Man denke sich ein Biotitblättchen quer oder senkrecht zur Basis geschnitten und überlagert von Quarz, in einer Weise, dass die Hauptschnitte beider Mineralien nicht zusammenfallen, und in der durch die Figuren 246a und b gezeigten Orientierung gegen die gekreuzten Nicols $P$ und $A$ liegend. In der durch die Schraffierung des unteren Blättchens angegebenen Schwingungsrichtung finde starke Absorption und senkrecht dazu keine wesentliche Schwächung statt, dann wird die vom Polarisator $P$ kommende Welle in der durch Figur 246a angegebenen Lage im Biotit vollkommen absorbiert. In den Quarz tritt also gar kein Licht ein und das Biotit-Quarz-System erscheint in dieser Stellung zwischen gekreuzten Nicols dunkel. Dreht man die beiden Platten, die ja in Wirklichkeit dicht übereinander liegen sollen und ein Ganzes bilden, so wird das von $P$ kommende Licht im Biotit zerlegt, die ausserordentliche Welle geht hindurch, wird im Quarz wieder zerlegt und die beiden hier entstehenden Wellen erfahren eine neue Zerlegung im Analysator $A$. Die ordentlichen Komponenten werden total reflektiert, die ausserordentlichen interferieren und geben eine bestimmte Farbe. Hat man die kombinierte Platte um 90° gedreht (Fig. 246b), so geht die vom Polarisator kommende Welle unzerlegt und unabsorbiert durch den Biotit und erfährt im übrigen dieselben Veränderungen, wie vorher; es kann also keine Dunkelheit zwischen gekreuzten Nicols in dieser Stellung eintreten. Vielmehr findet Auslöschung des Systems Biotit-Quarz erst dann wieder statt, wenn man um 180° gedreht hat. Die Auslöschung ist bei einer vollen Drehung also nur eine zweimalige.

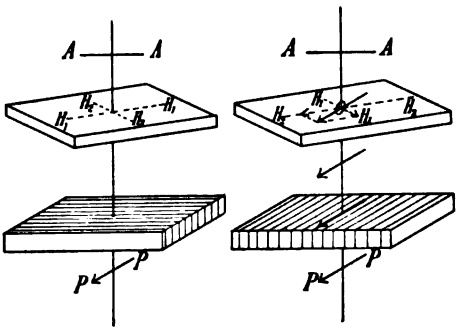


Fig. 246a. Fig. 246b.

Denkt man sich nun das Biotit-Quarz-System umgekippt zwischen gekreuzten Nicols, also den Biotit oben den Quarz unten, im übrigen aber in der Stellung zu Polarisator und Analysator, wie es Figur 246a angibt, so wird die vom Polarisator kommende Welle im Quarz zerlegt. Jede hier entstehende Welle erfährt im Biotit eine nochmalige Zerlegung. Die beiden parallel der starken Absorptionsrichtung von vorn nach hinten schwingenden Wellen werden im Biotit absorbiert, die dazu senkrecht vibrierenden Komponenten treten hindurch und gelangen auch durch den Analysator ins Auge; es findet also keine Auslöschung statt. Diese tritt erst bei Drehung der Platten um 90° und dann erst wieder bei einer weiteren Drehung um 180° ein. Es erfolgt also auch hier bei voller Drehung nur eine zweimalige Auslöschung und zwar in zwei Stellungen, die zu denen im ersten Fall um 90° gedreht sind. In diesem zweiten Fall wirkt das Glimmerblättchen als Analysator, wenn man den eigentlichen Analysator abhebt; demzufolge, also bei abgehobenem Analysator, zeigt dann der zwischen Polarisator und Biotit lagernde Quarz Interferenzfarben.

**186. Pleochroitische Höfe.** Manche Mineralien zeigen die eigentümliche Erscheinung, dass nur einzelne Stellen und besonders die nächste Umgebung mikroskopischer Einschlüsse einen auffallenden Pleochroismus besitzen, der sich in der Orientierung nach den Elastizitätsaxen des Wirtes richtet. Bei Einschiebung des Polarisators und Parallelstellung seiner Schwingungsebene mit einer Elastizitätsaxe tritt Dunkelstellung, bei Drehung um 90° Aufhellung ein. Diese zuweilen sehr zierliche Erscheinung findet sich in einem Umkreis von meistens 0.03—0.07 mm und wurde zuerst von H. Rosenbusch am Cordierit, Andalusit, Glimmer[1]) und Diopsid[2]) beschrieben; andere Autoren haben sie dann auch an Turmalin[3]), Augit und Amphibol[4]) beobachtet. — Auffallend ist das wohl immer vorhandene Gebundensein der Höfe an Einschlüsse, und die Abhängigkeit von der Natur dieser Einschlüsse. So hebt Michel-Lévy zuerst den Verband mit Zirkon[5]), später mit Dumortierit und Allanit[6]) hervor. Rosenbusch erwähnt[7]) in dieser Beziehung Topas-, Pleonast-, Rutil- und Cassiterit-Mikrolithe, sowie Erze (besonders Magnetkies). Cohen betont die seltene und schwache Erscheinung um Apatit[8]); dagegen will sie F. H. Hatch[9]), wie ich Zirkels Lehrbuch (I. 1893. 91) entnehme, um Quarz, Apatit und Titanit beobachtet haben.

Ueber die Natur der die pleochroitischen Höfe erzeugenden Materie herrscht noch keine Einigkeit. Durch Erhitzen werden in einigen Mineralien wie Cordierit, Muskovit, Andalusit und Turmalin diese Höfe zum Verschwinden gebracht, wobei es zuweilen nur einer momentanen Temperatursteigerung bis zur beginnenden Rotglut in der Bunsenflamme bedarf. Aus diesen Resultaten haben Rosenbusch (1877) und Cohen (1888) den Schluss gezogen, dass es sich um ein organisches Pigment handeln könne. — Nicht so unmittelbar einleuchtend ist diese Erklärung für die stoffliche Natur der pleochroitischen Höfe im Biotit, denn Michel-Lévy (l. c. 1882) und H. Gylling[10]) fanden, dass auch sehr starkes Glühen von Biotitlamellen, welche diese Höfe zeigen, die Erscheinung nicht zerstört, dass sie dagegen durch Behandlung des Biotits mit Salzsäure verschwindet; und ersterer schloss daraus, dass bei dem Biotit das Phänomen nicht durch intramolekulare Einlagerung eines organischen Pigmentes, sondern durch einen lokal grösseren Gehalt an eisenreichen Molekülen bedingt sei. Gegen diese Erklärung spricht nach Rosen-

---

1) Die Steiger Schiefer, Strassburg 1877. 221.
2) Diese Physiographie 2. Aufl. 1885. 191.
3) H. Traube, N. J. 1890. I. 186—188.
4) A. Michel-Lévy, C. R. **109**. 1889. 975; E. Cohen, N. J. 1888. I. 166.
5) C. R. **94**. 1882. 1196.
6) l. c. 1889.
7) Diese Physiographie 3. Aufl. 1892. 210. In bezug auf Rutil s. auch H. Traube, N. J. 1890. I. 187—188.
8) N. J. 1888. I. 166.
9) Q. J. G. S. **45**. 1889. 342.
10) G. F. i Stockh. Förhdl. **6**. 1882/83. 167.

busch[1]) die Tatsache, dass die Höfe stets rundlich sind, während man eine krystallographische Begrenzung erwarten sollte, wenn das Phänomen an eine isomorphe Schichtung gebunden wäre. E. Cohen (l. c.) wies an Granitporphyren und an Gneissen von Urbeis im Unter-Elsass nach, dass bei einer Behandlung der Biotite dieser Gesteine mit verdünnter Salzsäure bis zur vollständigen Bleichung die darin vorhandenen pleochroitischen Höfe erhalten bleiben. Sie verschwanden erst mit mehr oder weniger vollständiger Zerstörung des Wirtes durch konzentriertere Salzsäure. Er zeigte ferner, wie auch vorher schon Michel-Lévy, dass durch Glühen die frischen Biotite ihre pleochroitischen Höfe ebensowenig zu verlieren schienen, wie die künstlich gebleichten, weil sie — wohl infolge des Ausscheidens von Eisenoxyden — braun und undurchsichtig wurden, ehe die Höfe verschwanden. Behandelte man dann aber solche Schliffe mit verdünnter Salzsäure, bis sie wieder durchsichtig wurden, so waren die pleochroitischen Höfe trotz noch recht kräftiger Färbung des Biotits vollständig verschwunden. — Diese auffallende Widerstandsfähigkeit gegen hohe Temperatur lässt immerhin Zweifel an der organischen Natur des Farbstoffs als nicht unberechtigt erscheinen.

Mit der Unsicherheit bezüglich der Qualität der Pigmente[2]) gehen unsere Vorstellungen über ihre Quantität Hand in Hand. Sicherlich haben wir es mit einer äusserst intensiven Pigmentierung zu tun, die ja schon dadurch bewiesen ist, dass sie im Dünnschliff deutlich hervortritt. Rauchquarz-, Flussspat-, Steinsalz- und dergl. Färbungen können nicht zum Vergleich herangezogen werden, da diese ohne bemerkbaren Einfluss auf das Brechungsvermögen sind (vergl. § 180 S. 337), während A. Michel-Lévy (l. c. 1889) die Tatsache zuerst feststellte, dass innerhalb der pleochroitischen Höfe die Doppelbrechung der Wirte bald vermindert bald gesteigert wird. In den peripherischen Teilen der Höfe des Cordierits von Bodenmais habe ich mit dem Babinetschen Kompensator die Doppelbrechung um $^1/_{10}$ geringer als im übrigen Teil des Minerals bestimmen können, in mehr zentralen Teilen war der Unterschied nicht unerheblich grösser. In dem Vorkommen von Tvedestrand wies Michel-Lévy eine Verminderung der Doppelbrechung von 0.0040 auf etwa 0.0025 nach, die mit der Entfernung der Höfe durch Glühen ebenfalls verschwunden war.

**187. Künstlich erzeugter Pleochroismus in Krystallen.** Da der Pleochroismus sich anscheinend nur bei farbigen oder gefärbten Krystallen, nicht bei wasserhellen findet, so kam de Sénarmont[3]) auf den Gedanken, ob es nicht möglich sei, durch eine künstliche Färbung den farblosen Krystallen die Fähigkeit der farbigen Absorption zu erteilen. Er liess

---

1) Diese Physiographie 2. Aufl. 1885. 192.

2) Schon jetzt eine Beziehung zwischen pleochroitischen Höfen (im Biotit) und Titanverbindungen zu vermuten, wie dies von J. Romberg geschieht (N. J. B. B. 8. 1893. 354—355), ist vielleicht etwas verfrüht.

3) C. R. 38. 1854. 101—105; Pogg. Ann. 91. 1854. 491—494.

zu diesem Zweck salpetersaures Strontium aus einer Lösung, die mit Campeche-Aufguss gefärbt war, krystallisieren und erhielt deutlich pleochroitische Krystalle. Dieselben zeigten auch die Polarisationsbüschel, wenn man sie in der Richtung einer optischen Axe durchblickte. Rosenbusch wiederholte diese Versuche, indem er Fuchsin als Färbungsmittel verwandte[1]) und sehr schön pleochroitische Krystalle von $Sr(NO_3)_2+4H_2O$ aus heiss gesättigter Lösung züchtete. Leider halten sich die monoklinen Krystalle nur in ihrer Mutterlauge, an der Luft werden sie durch Wasserverlust sehr rasch trübe. Das wasserfreie Salz krystallisiert regulär. Die Versuche sind mit Salmiak und Eisenchloridlösung von O. Lehmann[2]) wiederholt und von anderen Autoren an anderen Stoffen oft bestätigt worden. P. Gaubert[3]) benutzte den auf diese Weise erzeugten Pleochroismus zur Beobachtung optischer Anomalien an pseudoregulären Krystallen.

Bořicky[4]) beobachtete, dass man durch Glühen manche in den Gesteinen auftretende Mineralien (Olivin, Bronzit, Cordierit), welche im ungeglühten Zustand keinen oder nur schwachen Pleochroismus wahrnehmen lassen, deutlich bis stark pleochroitisch machen kann. Er erzielte die besten Resultate, wenn die Substanz (als Dünnschliff) auf einem Platinblech 1.5—2 Minuten einer lebhaften Rotglut ausgesetzt wurde. Nicht selten findet man den Olivin in den Gesteinen der Melaphyr- und Basaltreihe rot gefärbt durch mehr oder weniger fortgeschrittene Ausscheidung von $Fe_2O_3$. Es ist damit nicht immer aber doch bisweilen gleichfalls deutlicher Pleochroismus verbunden.

**188. Untersuchung auf Farbe.** Bei der Bezeichnung der Farbe eines Minerals kann man sich nach dem Vorschlage H. Fischers[5]) auf die „Internationale Farbenskala von Radde in Hamburg“ (Société stenochromique, Paris), die in grosser und kleiner Ausgabe erschienen ist, beziehen. Indessen hat diese Beziehung wegen der Seltenheit des im Buchhandel längst vergriffenen Werkes keinen allzugrossen praktischen Wert. Auch lassen sich bei durchsichtigen Mineralien die Farben nicht ganz einwandfrei mit den an der Skala im auffallenden Licht beobachteten vergleichen. Für transparente Farben ist die Beobachtung der Absorptionsspektra viel genauer und auch für eigentlich mikroskopische Objekte mit Hülfe des Abbeschen Okularspektroskops leicht anzustellen. Ein solches Mikrospektroskop ist in der E. Leitzschen Ausführung in Figur 247 und 248 abgebildet. Es wird wie ein gewöhnliches Okular in den Tubus des Mikroskops eingeschoben und mit der Schraube *M* festgeklemmt. Die

---

1) Diese Physiographie 1. Aufl. 1873. 106

2) Wied. Ann. Phys. **51**. 1894. 50, wo auch weitere Literatur zu finden ist.

3) Bull. Soc. Min. Fr. **17**. 1894. 121—123.

4) Elemente einer neuen chem.-mikrosk. Mineral- und Gesteinsanalyse. Prag 1877. S. 49—51.

5) N. J. 1879. 856.

inneren Teile der flachen Trommel $A$ (Fig. 247) sind in Figur 248 vergrössert dargestellt. Man sieht hier die beiden Backen $B$ und $C$ des Spaltes, dessen Breite durch die Schrauben $F$ und $H$ reguliert wird. Mit dem Hebel $T$ wird ein Vergleichsprisma vor die eine Spalthälfte bewegt. In der zylindrischen Hülse $Q$ über der Augenlinse des Okulars liegt ein Prisma à vision directe (aus drei Teilprismen bestehend), dessen obere schräge Fläche zugleich als Spiegel dient, um vermittelst der Linse $R$ die durch den Spiegel $O$ beleuchtete Millimeterskala bei $N$ zu sehen und an ihr die Lage gewisser Absorptionsstreifen zu bestimmen.

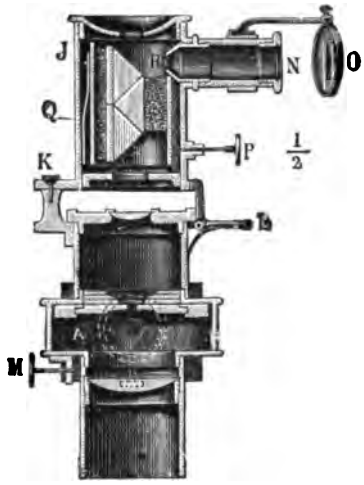


Fig. 247.

Fig. 248.

Mit einem solchen Mikrospektroskop kann man z. B. an den sehr charakteristischen Absorptionsstreifen des Neodyms im Gelb und des Praseodyms im Blau den Monazit auch im Dünnschliff oder in kleinen isolierten Bruchstücken und an ähnlichen Streifen des Erbiums den Xenotim erkennen [1]).

**189. Zur Untersuchung undurchsichtiger Mineralien auf ihre Farbe** hat A. v. Inostranzeff [2]) folgende Methode angegeben: Aus zwei nebeneinanderstehenden Mikroskopen, welche in derselben Weise durch auffallendes Licht (s. in diesem § w. u.) beleuchtet werden, nimmt man die Okulare heraus und setzt statt ihrer den mit zwei reflektierenden Prismen $P$ und $P^1$ (Fig. 249) versehenen Röhrensatz ein. Das von diesem gespiegelte Licht wird durch zwei weitere Prismen $p$ und $p_1$ in das gemeinschaftliche Okular $O$ geführt. Legt man nun unter

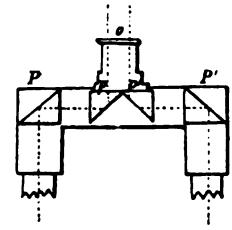


Fig. 249.

1) Allen Dick bei O. Derby, Proc. Rochester Acad. 1. 1891. 204; H. Rössler, N. J. B. B. 15. 1902. 269.

2) N. J. 1885. II. 94–96.

das eine Mikroskop das zu besprechende Mineral, unter das andere ein Vergleichsobjekt, so sieht man im Okular ein kreisförmiges Bild, welches durch eine feine Linie in der Mitte geteilt ist, und dessen eine Hälfte dem linken, dessen andere dem rechten Mikroskop angehört. Man kann die Gleichheit oder Verschiedenheit der beiden Hälften deutlich erkennen. Als Vergleichsobjekte schlägt v. Inostranzeff Farben vor, welche aus dem Pulver der verbreitetsten undurchsichtigen Mineralien hergestellt werden.

Die Sichtbarmachung der Farbe eines undurchsichtigen Minerals durch Pulverisieren, die schon in dem alten diagnostischen Mittel des „Strichs" zur Anwendung kommt, hat Schroeder v. d. Kolk[1]) weiter verfolgt und dabei gefunden, dass die Unterschiede sonst ähnlicher Strichproben deutlicher hervortreten, wenn man das in der gewöhnlichen Weise auf einer Biskuitplatte hergestellte Strichpulver mit der Ecke einer andern Biskuitplatte noch weiter ausreibt.

Zur Beleuchtung mit auffallendem Licht gibt es zahlreiche kleine Apparate, die z. T. nach dem Prinzip des Gaussschen Okulars konstruiert sind und ein Spiegelglas unter 45° in den Gang der Lichtstrahlen einschalten. Ch. Fremont[2]) ersetzt das Glas durch einen im Tubus schräg stehenden, in der Mitte durchbohrten Hohlspiegel aus Metall, der eine Korrektur der Beleuchtung durch Verschiebung in vertikaler Richtung erlaubt. F. E. Wright[3]) hat eine Form des Gaussschen Glases mitgeteilt, die sich den mit Einschiebanalysator versehenen Mikroskoptuben leicht anpasst. J. Joly[4]) neigt das Glas unter $33^1/_2{}^0$ (Komplement von 56° 29′ in Tabelle S. 63) gegen die Tubusaxe (Fig. 250), um die Beleuchtung — die ihm noch zu andern in § 151 gegen Schluss erwähnten Zwecken dient — mit polarisiertem Licht zu erhalten. Geschieht die Beleuchtung von oben durch ein die Objektivlinse zur Hälfte bedeckendes totalreflektierendes Prisma, wie in dem Abbeschen Vertikalilluminator, so stellt J. Joly das polarisierte Licht durch einen seitlich angebrachten Polarisator (Fig. 251) her. J. Koenigsberger[5]) benutzt einen solchen Prismen-Vertikalilluminator (ohne seitlichen Polarisator), zur Prüfung des von undurchsichtigen Mineralien reflektierten Lichtes. Bei optisch anisotropen Substanzen ist das, von

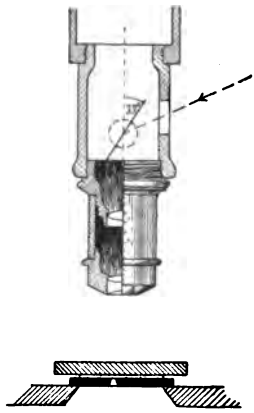


Fig. 250.

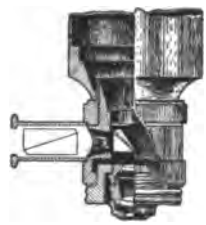


Fig. 251.

1) Centralblatt f. Min. 1901. 75—80.
2) C. R. **121**. 1895. 321—322.
3) T. M. P. M. **20**. 1901. 293; s. auch F. Wallerant, Bull. Soc. Min. Fr. **20**. 1897. 173.
4) Proc. R. Soc. Dublin. **9**. 1901. 485—494; **10**. 1903. 1—5.
5) Centralblatt f. Min. 1901. 195—196.

einer nicht senkrecht zu einer optischen Axe liegenden Fläche, reflektierte Licht teilweise polarisiert.

**190. Untersuchung auf Pleochroismus.** Die Trennung der Flächenfarben pleochroitischer Krystalle in die beiden Axenfarben zeigte Haidinger sehr elegant vermittelst des von ihm erfundenen und benannten Dichroskops, das auch als Haidingersche Lupe bekannt ist. Es besteht (Fig. 252) aus einem länglichen Calcitspaltungsstück, an welches, um die Parallelverschiebung der Bilder zu vermeiden, zwei Flächen senkrecht zu den Längskanten angeschliffen sind, und das in eine beiderseits mit Metalldeckeln verschlossene Messinghülse gefasst ist. Die Objektivplatte hat eine kleine quadratische oder oblonge Oeffnung, während die Okularplatte in einer grösseren runden Oeffnung eine auf das andere Ende einstellbare, schwach vergrössernde Linse trägt. Hält man das Dichroskop mit der Linse vor das Auge, so sieht man ein doppeltes Bild der kleinen Objektivöffnung; das eine entsteht durch die ordentliche, parallel der langen Diagonale der Endfläche des Calcitprismas schwingende Welle, das zweite durch die ausserordentliche Welle, deren Vibrationen sich parallel der kurzen Diagonale des Prismas vollziehen. Die beiden gleich hellen Bilder liegen unmittelbar nebeneinander, und man erkennt das ausserordentliche leicht an einerseits gelber, andererseits bläulicher Umsäumung. Um rasch bei der Untersuchung die Schwingungsrichtung eines der beiden Bilder zu erfahren, zieht man entweder das die Linse tragende Rohr heraus und orientiert sich am Querschnitt des Kalkspats oder man blickt durch die Lupe nach einer, wenn auch unvollkommen spiegelnden Fläche, wie gegen den Fussboden oder eine Tischplatte und erinnert sich, dass die von hier mehr oder weniger linear polarisierte Welle horizontal schwingt, und dass das mit dieser Schwingung übereinstimmende Bild hell sein muss. Oder man merkt sich schliesslich, dass an dem farbig gesäumten ausserordentlichen Bild die Schwingungen senkrecht zu den Farbensäumen erfolgen. Auch empfiehlt schon Rosenbusch[1]), auf der Aussenseite der Objektivplatte zwei senkrechte Striche, einen längeren und einen kürzeren, parallel den entsprechenden Diagonalen des Calcits einzugravieren, wenn das Instrument eine quadratische Objektivöffnung hat; ist diese oblong, so orientiert man die Seiten des Oblongs selbst nach diesen Richtungen. Aehnliche Vorschläge sind von A. Cathrein[2]) für das vervollständigte Dichroskop von G. Halle[3]) gemacht worden. Eine auf Liebischs Anregung erfolgte Vereinigung mit einem Spektroskop hat C. Leiss ausgeführt[4]).

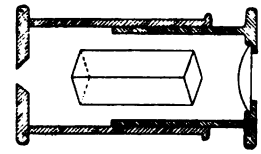


Fig. 252.

1) Diese Physiographie 1. Aufl. 1873. 104.
2) Zeitschr. f. Instr. 16. 1896. 225.
3) N. J. 1895. II. 247—248.
4) N. J. 1898. II. 68—69.

Sieht man nun durch das Dichroskop senkrecht zur Basis eines optisch einaxigen, durchsichtigen Krystalls, so haben beide Bilder gleiche Farbe und gleiche Intensität, wie man auch das Dichroskop um seine Axe dreht, denn beide Bilder rühren von Wellen her, die sich durch zur optischen Axe senkrechte Schwingungen fortpflanzen, also keinerlei Unterschiede erkennen lassen. Blickt man dagegen durch das Dichroskop normal auf eine vertikale Fläche desselben Krystalls so, dass dessen Hauptaxe parallel zur langen Diagonale des Calcits im Dichroskop gestellt ist, so zeigt das ordentliche Bild die sog. Axenfarbe der ausserordentlichen Welle, das ausserordentliche die Basisfarbe des beobachteten Krystalls. Der Grund ist der, dass die im Krystall parallel der Hauptaxe schwingenden ausserordentlichen Wellen das Dichroskop mit Schwingungen parallel der langen Diagonale des Calcits durchlaufen, also das ordentliche Bild geben, während die im Krystall senkrecht zu dessen Axe schwingenden ordentlichen Wellen nun im Dichroskop in der Richtung der kurzen Diagonale schwingen, also das ausserordentliche Bild bewirken. — Dreht man das Dichroskop um seine Axe, bis die kurze Diagonale parallel der Hauptaxe im beobachteten Krystall steht, so muss aus analogen Gründen nun das ordentliche Bild die Basisfarbe, das ausserordentliche die Axenfarbe zeigen. Bei der Mittelstellung von 45° müssen beide Bilder gleich gefärbt sein, weil beide, den beobachteten Krystall durchlaufenden Wellen beim Eintritt in den Calcit die gleiche Zerlegung auf die optischen Hauptschnitte desselben (seine Schwingungsebenen) erleiden.

Bei mikroskopischen Studien kann man, wie Tschermak vorschlug[1]), die Farben auch nacheinander beobachten, indem man in das Mikroskop nur den Polarisator einschiebt und das Präparat einer Drehung unterwirft. Die Beobachtung bei alleiniger Einschaltung des Analysators ist nicht ganz einwandfrei, weil das vom Spiegel reflektierte Licht teilweise polarisiert ist, und man also gewissermassen zwischen gekreuzten oder parallelen Nicols beobachten würde. Eine bequeme Verbindung des Dichroskops mit dem Mikroskop, die schon Rosenbusch anstrebte[2]), hat C. Leiss hergestellt[3]), indem er ein beiderseits gerade abgeschliffenes Kalkspatstück in ein passend abgeändertes Huyghenssches Okular einschaltete, in dessen sonstige Fadenkreuzebene die rechteckige Oeffnung gelegt wird. Bei schwachem Pleochroismus kann dieses Okulardichroskop sehr nützlich werden, da man sonst das Präparat sehr schnell drehen muss, um einen Umschlag in der Farbe wahrzunehmen.

1) S. W. A. 60. 1870. 5—16.
2) Diese Physiographie 1. Aufl. 1873. 105.
3) N. J. 1897. II. 92.

## XI.

**191. Aenderung des optischen Verhaltens mit der Temperatur.** Das Brechungsvermögen nimmt bei den meisten bisher untersuchten Mineralien mit der Temperatur ab (Beryll bildet z. B. eine Ausnahme)[1]), indessen ist diese Aenderung nicht bedeutend und bei weitem nicht so leicht zu beobachten wie die Temperatur selbst. Günstigere Verhältnisse zeigen anisotrope Medien, bei denen mit der Aenderung der Lichtbrechung eine solche der Doppelbrechung Hand in Hand geht und bei denen, wie Des Cloizeaux zuerst feststellte[2]), eine zuweilen recht erhebliche Aenderung des Winkels der optischen Axen wahrzunehmen ist.

Auch hier tritt der Zusammenhang zwischen optischen und morphologischen Symmetrieaxen so lange deutlich hervor, als die Temperaturänderung in allen Teilen des Krystalls gleichmässig erfolgt und keine molekulare Veränderung hervorruft[3]). Unter diesen Bedingungen werden also isotrope Medien durch Erwärmung oder Abkühlung niemals doppelbrechend und anisotrope Medien niemals einfachbrechend. Wohl kann bei einaxigen Krystallen mit der Temperaturänderung die Doppelbrechung abnehmen und schliesslich gleich Null werden, aber nie findet dieser Uebergang für alle Lichtarten gleichzeitig statt. Wohl kann bei zweiaxigen Krystallen die Erwärmung den Axenwinkel bis auf Null verkleinern, aber nie tritt auch hier diese Einaxigkeit für rotes und blaues Licht gleichzeitig auf. Es bestehen also in dem ersten Fall die den verschiedenen Lichtarten entsprechenden Elastizitätsflächen aus Rotationsovaloiden, unter denen bei einer bestimmten Temperatur nur ein einziges die Grenzform der Kugel annimmt, und es geht im zweiten Fall von den dreiaxigen Ovaloiden nur ein einziges in die Form des Rotationsovaloides über. Auch die Lage der Elastizitätsaxen ist so lange unveränderlich, wie sie mit krystallographischen Symmetrieaxen zusammenfällt. Daraus ergibt sich, dass bei einem rhombischen Körper die durch Erwärmung zu erzielenden optischen Veränderungen sich auf den relativen Wert der drei Elastizitätsaxen und damit auf die Grösse des Winkels und die Lage der Ebene der optischen Axen beschränken müssen. Die Beobachtungen von H. Fizeau[4]), F. Pfaff[5]), Des Cloizeaux, Mallard[6]) u. a. bestätigen diese Gesetzmässigkeiten. — Bei den monoklinen Krystallen kann, zu den gerade hier oft bedeutenden Veränderungen in dem relativen Wert der drei Hauptbrechungsexponenten und dem hier-

1) Einzelheiten und Literatur s. Th. Liebisch, Phys. Kryst. 1891. 538—543.

2) Ann. Mines, **6**. 1864. 557—595; Nouvelles recherches, Extrait du T. 13 des mémoires présentés etc. à l'Institut impérial de France. Paris 1867.

3) Die von A. Des Cloizeaux, E. Mallard, W. Klein, C. Klein, F. Rinne u. a. eingehend studierten Veränderungen bei der Erhitzung der Zeolithe hängen mit deren Wasserverlust zusammen.

4) Pogg. Ann. **119**. 1863. 87—114, 297—317; **123**. 1864. 515—526.

5) Pogg. Ann. **128** 1864. 179—183.

6) Bull. Soc. Min. Fr. **5**. 1882. 144—159.

durch bedingten Winkel der optischen Axen, nicht nur ein Uebergang der optischen Axenebene aus normal-symmetrischer in symmetrische Lage oder umgekehrt stattfinden, sondern es kann sich das dreiaxige Elastizitätsovaloid auch um die ihm selbst und dem Krystall gemeinsame Symmetrieaxe drehen und also eine Veränderung in der Lage zweier Elastizitätsaxen vorkommen. Bei manchen Substanzen, wie bei Glauberit und Gyps, treten derartige durchgreifende Veränderungen schon bei verhältnismässig niedriger Temperatur (unter 100° C), bei anderen, wie Orthoklas nach den Untersuchungen von Des Cloizeaux[1]) und Ch. E. Weiss[2]), bei Brewsterit nach W. Klein[3]) erst bei höheren Temperaturen ein. Im allgemeinen stellt sich mit rücklaufender Temperatur der ursprüngliche optische Zustand wieder her; doch lässt sich z. B. beim Feldspat durch hinreichende und lange Erhitzung die neugeschaffene optische Orientierung zu einer permanenten machen. — Im triklinen System besteht eine Beschränkung der durch Erhitzung zu bewirkenden optischen Veränderungen theoretisch nur noch insofern, als bei jeder Temperatur die Aetherelastizität durch ein dreiaxiges Ovaloid ausdrückbar sein muss; die Grösse und Lage der drei Axen desselben ist theoretisch durchaus variabel. Bei den wenigen nach dieser Richtung hin untersuchten triklinen Substanzen trifft man in Wirklichkeit eine grosse Konstanz in den optischen Verhältnissen bei Temperaturschwankungen.

**192. Erhitzungsapparate für Mikroskope.** Zur Beobachtung der optischen Veränderungen im parallelen und konvergenten Licht, die bei bestimmten Temperatursteigerungen eintreten, sind eine grosse Anzahl von Apparaten konstruiert worden, bei denen diese Beobachtung bald von oben in der üblichen Lage des Mikroskoptisches, bald von der Seite bei horizontaler Tubuslage, bald von unten mittelst einer Knickung der Mikroskopaxe erfolgt.

Eine der einfacheren Vorrichtungen ist in Fig. 253 in etwa $^1/_3$ der wirklichen Grösse abgebildet und verdankt ihre Entstehung der Anregung, welche R. Fuess[4]) durch C. Klein[5]) erhielt. Der knieförmig gebogene Messingkasten $AA'$ ist zur Vermeidung von Ausstrahlung mit Asbestpappe überzogen und ruht auf vier Glasfüsschen, deren Unterlage $P$ durch die Schraube $S$ auf dem Kreuzschlittentisch des Mikroskops befestigt wird. Der horizontale Teil des Kastens ist bei $b$ durchbrochen und mit Spiegelglasplatten verschlossen, zwischen denen auf einem schmalen Glasstreifen das Präparat ruht. Die Heizung erfolgt durch einen Bunsenbrenner $gg'$, der von rechts nach links verschoben werden kann, so dass die Flamme bald ausserhalb des Kastens, wie in der Figur angedeutet, bald in der

1) Ann. Mines **2**. 1862. 327; Ann. Chim. Phys. 1863. 191; Pogg. Ann. **119**. 1863. 481; Nouvelles recherches 1867.

2) Beiträge zur Feldspatbildung etc. Haarlem 1866.

3) Z. X. **9**. 1884. 38.

4) N. J. B. B. **7**. 1891. 406–410.

5) S. B. A. 1890. 703–706.

Nähe des Präparates brennt. Die Messung der Temperatur geschieht bis zu 450° durch ein mit Stickstoff gefülltes Thermometer. Feinere Temperaturregulierungen lassen sich durch Zufuhr von kalter Luft durch das Rohr *r*, durch das auch Wasserdampf geleitet werden kann, ausführen.

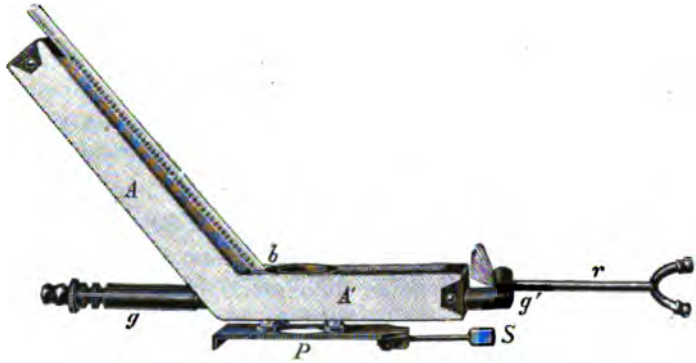



Fig. 253.

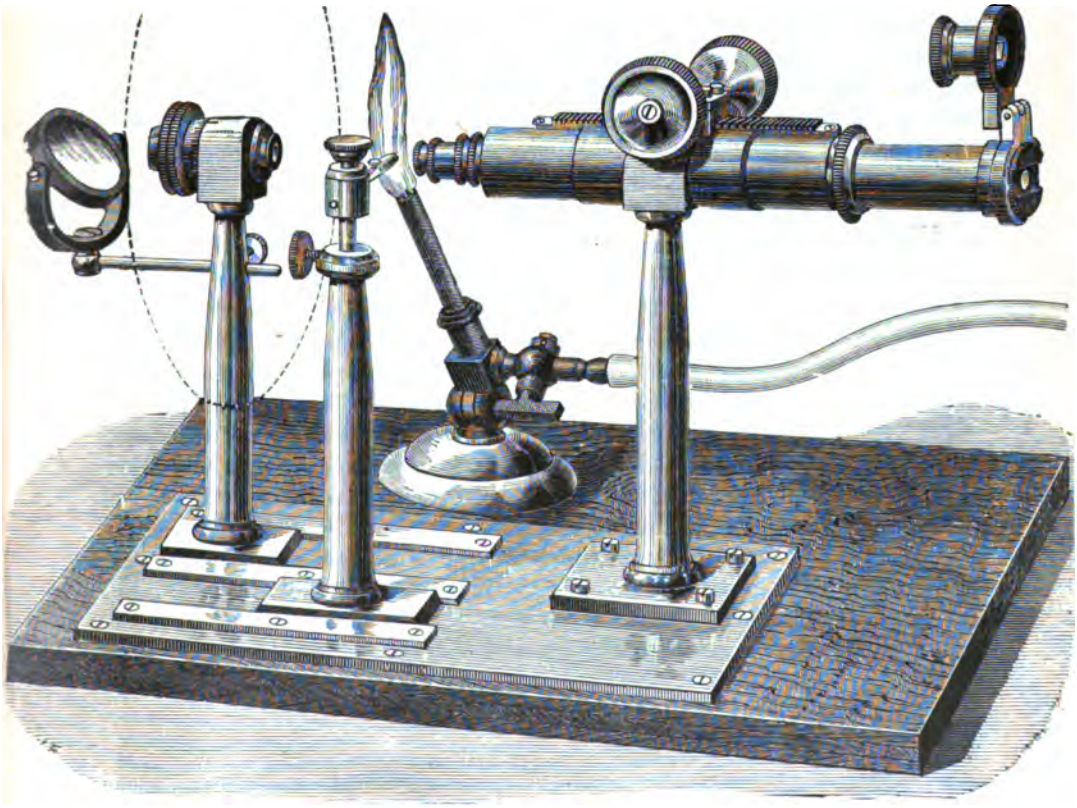


Fig. 254.

Ein anderes, für sehr hohe Temperaturen eingerichtetes, horizontales Erhitzungsmikroskop zeigt Fig. 254; es wird von der Firma Voigt und Hochgesang in Göttingen ebenfalls nach Angaben von C. Klein angefertigt[1]). Die Krystallplatte befindet sich in passenden Abständen zwischen der mit grossem Fokalabstand versehenen Kondensorlinse des Polarisators und der Frontlinse des schwachen Objektivs. Die Erhitzung erfolgt durch eine Stichflamme, die man mittelst eines Scharniers schnell auf den gewünschten Punkt des Präparates richten oder zur Seite klappen kann. Temperaturbestimmungen sind bei den höchsten Erhitzungen nicht ausführbar und erfolgen bei geringeren Erwärmungen durch eine, mit Thermometer versehene, das Präparat umgebende Trommel.

**193. Optische Anomalien.** Das optische Verhalten der Krystalle nach der Uebersicht in § 38 gilt nur für durchaus normal gebildete Krystalle; es zeigt Ausnahmen, sobald ein Krystall einseitigem Druck oder ungleichmässiger Temperatur ausgesetzt wird und damit seinen homogenen Aufbau verliert, oder wenn während seiner Entstehung störende Einflüsse sich geltend machen, unter denen er nachher dauernd zu leiden hat. Isotrope, also amorphe und reguläre Körper werden durch einseitigen Druck oder ungleiche Erwärmung anisotrop, und zwar bildet sich darin eine Verteilung der optischen Elastizität aus, welche bald in einem Rotationsovaloid, bald in einem dreiaxigen Ovaloid ihren Ausdruck findet. Sie werden also bald einaxig, bald zweiaxig, und schon Brewster[2]) beobachtete, dass das Eintreten der einen oder andern Veränderung wesentlich durch die Form des isotropen Körpers bedingt wird. Klocke[3]) und Ben Saude[4]) wiesen diesen Zusammenhang besonders deutlich an gespannten Kolloiden nach, und Klein und Brauns[5]) haben denselben bei ihren Untersuchungen an optisch anomalen regulären Krystallen, die im speziellen Teil eingehend besprochen werden, in sicherster Weise erhärtet — Ebenso fand bereits Brewster, dass optisch einaxige Krystalle, welche senkrecht zu ihrer optischen Axe einen Druck erfahren, zweiaxig werden; und auch bei zweiaxigen Krystallen konnte H. Bücking zeigen[6]), dass die optische Elastizität in einer bestimmten Richtung durch eine in dieser stattfindende Zusammenpressung vergrössert wird. Einzelheiten über diesen Einfluss elastischer Deformationen auf das optische Verhalten der Medien sind in Liebischs Phys. Krystallographie 1891, S. 582—589 zu finden, wo auch die zugehörige Literatur, die bezüglich der neuesten Forschungen im speziellen Teil dieses Werkes

1) Nachr. K Ges. Wiss. Göttingen. 1884. 133.
2) Philos. Transact. 1815 und 1816; Optics 1835, 242.
3) N. J. 1881. II. 261—266.
4) N. J 1882. I. 72—73.
5) Sehr eingehende Studien erschienen von dem letzten Verfasser als gekrönte Preisschrift der Fürstlich Jablonowskischen Gesellschaft zu Leipzig. 1891. 370 S.
6) Z. X. 7. 1883. 566—568.

ergänzt wird, angegeben ist. — W. Klein[1]) tat dar, dass auch eine einseitige Erwärmung senkrecht zur Hauptaxe einaxige Krystalle zweiaxig macht, wobei die Elastizität in der Richtung der Wärmezufuhr kleiner wird. Bei einseitiger Erwärmung von senkrecht zur Bisektrix geschnittenen Platten zweiaxiger Krystalle (Cordierit, Topas) trat eine Deformation des Elastizitätsovaloides so lange ein, bis die Erwärmung eine gleichmässige wurde; darauf erfolgten die Veränderungen, welche gleichmässig erwärmte Platten wahrnehmen lassen. Auch hier kann man die durch die Temperaturdifferenz entstandene Spannung als die Ursache der ungewöhnlichen Phänomene ansehen und daher mit Recht folgern, dass wenigstens bei einem Teil der im Mineralreich auftretenden analogen Erscheinungen mechanische Deformationen zur Erklärung heranzuziehen sind.

Diese Spannungen können durch Einschlüsse von Gasen[2]) oder Flüssigkeiten, die auf ihre Wandungen drücken, von festen Körpern, welche durch Kontraktion einen Zug oder durch Dilatation einen Druck auf die nächstgelegenen Teile des Wirtes ausüben, entstehen. Sie können auch durch Kräfte hervorgerufen worden sein, die früher einmal gewirkt haben und von dauerndem Einfluss auf den Krystallbau blieben. Derartige Phänomene sind von regelmässiger Doppelbrechung dadurch leicht zu unterscheiden, dass die Erscheinung im Blättchen nicht an allen Punkten die gleiche, sondern abhängig ist vom Ort.

Bei einer zweiten Gruppe von Mineralien (Granate, Nitrate, Alaune etc.) — wenn wir uns der Einteilung von R. Brauns anschliessen — sind die inneren Spannungen durch Verhältnisse bedingt worden, die mit der Entstehung eines Krystalls, insbesondere mit seinem molekularen Bau zusammenhängen. Am einwandfreisten wurde dies durch die Versuche und Beobachtungen von R. Brauns[3]) erwiesen, welcher zeigte, dass chemisch reine Krystalle von Alaunen, Bleinitrat, Baryumnitrat und andern Salzen des regulären Systems vollkommen isotrop sind, und die anormale Doppelbrechung nur bei solchen vorkommt, denen ein isomorphes Salz beigemengt ist.

Da nun die isomorphen Gemische in ihrer äusseren Form häufig nichts von der durch die verschiedene Grösse der Teilmoleküle entstandenen Spannung erkennen lassen, so hat man die auffallende Erscheinung, dass sich Blättchen von solchen regulären Krystallen teilweise oder ganz zwischen gekreuzten Nicols in gewissen Stellungen aufhellen. Man bezeichnet solche Doppelbrechung als eine optische Anomalie, die man auch bei vielen quadratischen und hexagonalen Krystallen beobachtet, welche im Konoskop das Axenbild eines optisch zweiaxigen Körpers, wenn auch mit kleinem Axenwinkel, erkennen lassen. Unter den Krystallen der übrigen Systeme

---

1) Z. X. 9. 1884. 38—72.

2) Schon 1820 beobachtete Brewster das nach ihm zuweilen benannte Interferenzkreuz an Bernstein und Diamant in der Nähe kleiner von ihnen eingeschlossener Luftblasen. Gilb. Ann. 65. 1820. 25; Pogg. Ann. 36. 1835. 564.

3) N. J. 1883. II. 102—111.

würden sie wohl häufiger erwähnt werden, wenn sie sich hier durch ebenso auffallende Erscheinungen bemerkbar machten, wie es bei dem Auftreten der Doppelbrechung gegenüber der erwarteten Isotropie, oder der Zweiaxigkeit gegenüber der Einaxigkeit der Fall ist.

Bei einer dritten Gruppe wird die Mallardsche Hypothese, die der französische Forscher zur Erklärung aller optischen Anomalien aufstellte[1]), auch von denen als richtig angesehen, welche jener Hypothese die allgemeine Gültigkeit absprechen. Es handelt sich hier um Mineralien (Natrolith, Prehnit, Pennin etc.), die infolge einer innigen Zwillingslamellierung das zeigen, was E. Reusch mit seinen Glimmerkombinationen erreichte.

In einer vierten und letzten Gruppe vereinigt Brauns jene Mineralien (Leucit, Boracit, Tridymit etc), die Tschermak als mimetisch bezeichnet, da viele kleine Individuen von geringerer krystallographischer Symmetrie sich durch innige Zwillingsverwachsung zu einem Sammelindividuum von höherer Symmetrie vereinigen und diese höhere Symmetrie also nachahmen, ohne sie doch in ihrem Krystallbau zu besitzen. Die zahlreichen und wichtigen Studien, welche E. Reusch, E. Mallard, C. Klein, A. Ben Saude, O. Mügge, A. Merian u. a. über diese pseudosymmetrischen Gebilde veröffentlichten, und über welche ebenfalls im speziellen Teil referiert wird, haben dargetan, dass eine grosse Zahl dieser anscheinenden Anomalien durch Erwärmung zum Verschwinden gebracht werden kann. Dieselben haben alsdann ihren Grund darin, dass solche mimetischen Substanzen dimorph sind und unter den ihre Entstehung begleitenden physikalischen Bedingungen eine Form annahmen, welche nicht die den späteren physikalischen Existenzbedingungen konforme Gleichgewichtslage des Molekulargebäudes ist. Es tritt demzufolge bei veränderten Existenzbedingungen, innerhalb der einmal gegebenen und mehr oder weniger erhalten bleibenden starren äusseren Krystallform, eine molekulare Umlagerung ein, durch welche eine möglichste Annäherung an die den veränderten Bedingungen entsprechende Gleichgewichtslage erstrebt wird. Ob diese wirklich erreicht wird, d. h. ob die aus der optischen Untersuchung sich ergebende Symmetrie eines mimetischen Körpers wirklich die den jetzigen Druck- und Temperaturverhältnissen entsprechende ist, oder aber ob diese nur durch gewisse Spannungen bedingt wird, welche durch das Anstreben einer neuen molekularen Gleichgewichtslage in einer unnachgiebig starren äusseren Form entstehen muss, das wird im gegebenen Falle nicht immer leicht zu entscheiden sein. Sehen wir z. B., dass eine, nach ihrem goniometrischen Verhalten hexagonale Tafel des Tridymits optisch in Teile zerfällt, welche die Erscheinungen trikliner Durchkreuzungsdrillinge zeigen, und finden wir, dass diese Tafel bei hinreichender Temperaturerhöhung das normale optische Phänomen nach der Basis tafelartiger einaxiger Krystalle beobachten lässt, so ist gewiss der Schluss berechtigt, dass wir im Tridymit eine holoëdrisch hexagonale Form der

1) Ann. Mines **10**. 1876. 60—196.

Kieselsäure besitzen, und dass diese Form unter gewissen Bedingungen bei hoher Temperatur die normale Form der Kieselsäure darstellt. Ungerechtfertigt aber wäre der Schluss, dass es auch eine bei gewöhnlicher Temperatur und einfachem Atmosphärendruck bestandfähige trikline Form der Kieselsäure gebe. Vielmehr lassen sich die scheinbaren Zwillingsbildungen, wie das anscheinend trikline optische Verhalten auch durch einen abnormen Spannungszustand erklären, der in der Tridymittafel dadurch entsteht, dass eine molekulare Umlagerung etwa in die Quarzform, oder eine andere unbekannte Modifikation angestrebt, aber nicht erreicht wird, weil die Starrheit der äusseren Form hindernd entgegentritt. Eine solche Spannung würde ja ähnlich wirken, wie ein einseitiger oder mehrseitig ungleicher Druck. Für eine solche Auffassung lässt sich die oft überraschend leichte Veränderlichkeit der anscheinenden Zwillingsgrenzen in erster Linie anführen. Diejenige Temperatur, welche in einem mimetischen Krystall das der äusseren Form entsprechende optische Verhalten herstellt, hebt also zunächst nur gewisse Spannungszustände auf und stellt auch innerlich eine gewisse Molekularordnung wieder her, welche in der äusseren Form ihren gesetzmässigen Ausdruck findet. Eine wirkliche Aenderung des Krystallsystems durch die Temperatur, wie sie z. B. mit Sicherheit zuerst durch Frankenheim[1]) am Salpeter, durch G. Rose[2]) und C. Klein[3]) am kohlensauren Kalk, durch Mallard[4]) am schwefelsauren Kali nachgewiesen wurde, dürfte bei mimetischen Gebilden immer dann vorliegen, wenn sie durch Erwärmung aus dem Zustand der Anisotropie in den isotropen Zustand übergeführt werden, wie Leucit und Boracit. Solche Körper, die durch Aenderung der Temperatur oder des Druckes beliebig oft aus der einen Modifikation in die dimorphe umgewandelt werden können, hat O. Lehmann[5]) enantiotrop genannt.

1) Pogg. Ann. **92**. 1854. 351.
2) Pogg. Ann. **42**. 1837. 361.
3) Nachrichten K. Ges. Wiss. Göttingen 1883. 341—345.
4) Bull. Soc. Min. Fr. **5**. 1882. 219—226.
5) Molekularphysik I. 1888. 119ff.

# Vierte Abteilung.

# Morphologische Eigenschaften.

## Erster Abschnitt.

## Bildung der Krystalle.

**194. Vorgang bei dem Wachstum der Krystalle.** Wenn in einer wässrigen oder schmelzflüssigen oder gasförmigen Lösung Zustände der Uebersättigung eintreten, so kann bei hinreichender Beweglichkeit der zum Krystall zusammentretenden Moleküle, und ausreichender Beständigkeit der für die Ausscheidung und gesetzmässige Gruppierung günstigen Verhältnisse die Entwicklung von Krystallen beginnen, deren Zahl von der Menge der sich entwickelnden Krystallisationszentren, und deren Grösse von der Quantität des dem wachsenden Krystall zuströmenden Stoffes abhängt.

Jeder wachsende Krystall wirkt auf die ihm homogenen, innerhalb seiner Molekularattraktionsphäre in der Lösung (Mutterlauge) befindlichen Moleküle richtend und anziehend. Dadurch entsteht um jeden wachsenden Krystall ein stoffärmerer Lösungsmantel (Krystallisationshof, Taf. VI Fig. 5), welchem durch Diffusion aus der übersättigten Mutterlauge stets krystallisierbare Moleküle zugeführt, und durch stetes Anschiessen dieser Moleküle an den Krystall wieder entzogen werden. So lange dieser Vorgang normal verläuft, ist der wachsende Krystall in jedem Stadium seines Wachstums von kontinuierlichen ebenen Flächen begrenzt und entspricht also den idealen Anforderungen an die morphologische Ausbildung eines Krystalls. Versetzen wir diesen Vorgang in eine schmelzflüssige Lösung und denken wir uns, dass der Zustand der Uebersättigung mit bezug auf die sich ausscheidende Substanz aufhöre und etwa gleichzeitig durch zunehmende Viskosität der Lösung die Bewegung der Moleküle allmählich gehindert werde, so wird aus der Mutterlauge in einem gewissen Zeitpunkt keine Diffusion der krystallisierbaren Verbindung in den Krystallisationshof mehr stattfinden, während doch in unmittelbarer Umgebung des Krystalls durch den Uebergang der anschiessenden Moleküle in den Ruhezustand so viel Wärme frei wird, dass eine fernere Anlagerung krystallisierbarer Moleküle aus dem Krystallisationshof stattfinden kann. Nach gänzlichem

Aufhören der Krystallisation ist alsdann der Krystallisationshof merklich ärmer an der krystallisierbaren Verbindung, als die Mutterlauge. War die erstere oder ein Bestandteil derselben geeignet, die Mutterlauge zu pigmentieren, so ist nach Verfestigung des Ganzen der Krystall von einem, gegenüber der Mutterlauge helleren Hof umgeben. Man beobachtet diese Höfe oft in porphyrischen Gesteinen, und Taf. V Fig. 6 zeigt dieselben um Augite in Obsidian von Hammarsfjord. Die künstliche Darstellung dieser entfärbten Höfe hat besonders O. Lehmann[1]) gezeigt.

Liegen die Krystallisationszentren in hinreichender Entfernung voneinander und endet der Krystallisationsprozess so lange noch Mutterlauge vorhanden ist, so werden die Umgrenzungen der gebildeten Krystalle wesentlich durch ihr eigenes Formengesetz bedingt. Die Krystalle sind idiomorph. Wird eine oder die andere, oder werden beide Bedingungen nicht erfüllt, so wird die Ausbildung jedes einzelnen Individuums durch die nächstgelegenen gehemmt und gestört, und es entsteht ein mehr oder weniger regelloses krystallines Aggregat, dessen Einzelindividuen hypidiomorph oder ganz allotriomorph sind.

Ist die Stoffzufuhr durch den Diffusionsstrom in den Krystallisationshof eine sehr reichliche und beschleunigte, so wachsen gewisse Teile des Krystalls, und zwar diejenigen, denen ein grösserer Teil des Krystallisationshofes tributär ist, rascher als andere Teile. O. Lehmann machte mit Recht darauf aufmerksam[2]), dass bei dem Wachstum die Kanten und Ecken eines Krystalls gegenüber gleich grossen Flächenteilen bevorzugt seien. Figur 255, worin *ab*, *bc*, *cd*, *de*, *ef* etc. gleich grosse Flächenteile eines wachsenden Krystalls, *A*, *B*, *C* etc. die jedem Flächenteil zugehörigen Teile des Krystallisationshofes darstellen, soll dies veranschaulichen. Hört das Wachstum des Krystalls während der Periode des Wucherns der Ecken und Kanten auf, so ist der Umriss desselben, wie Figur 256 zeigt, ein ruinenartiger, zackiger oder treppenförmiger etc., aber jedes Begrenzungselement ist jedem gleichwertigen andern Begrenzungselemente parallel. Derartige Bildungen sind bei Feldspaten, Augiten, Hornblenden, Olivinen u. s. w. eruptiver porphyrischer Gesteine ziemlich häufige Erscheinungen. Taf. VI Fig. 1 zeigt eine Uebergangsform von Krystall zu Krystallskelett am Olivin im Basalt von Palma, Taf. VI Fig. 2 und 3 stellen typische Krystallskelette am Magneteisen und Augit in Basalten von China und Arran dar.

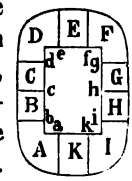


Fig. 255.

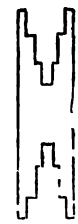


Fig. 256.

Ob die Wachstumsaxen eines derartigen Skeletts den Krystallaxen der Substanz, oder den sog. Zwischenaxen, oder endlich irgend welchen andern krystallographischen Richtungen entsprechen, das hängt wesentlich von der speziellen Krystallform und Ausbildung der zuerst ausgeschiedenen Individuen ab. Durch spätere, bei langsamerem Wachstum

1) Wied. Ann. Phys. **51**. 1894. 52.
2) Z. X. **1**. 1877. 462.

eintretende Ausfüllung der Interstitien eines solchen Skeletts mit homogener Krystallsubstanz kommen mehr oder weniger dem einheitlich geschlossenen Krystall genäherte Wachstumsformen oder vollkommen normal ausgebildete Krystalle zu stande.

Das ungestörte Wachstum eines Krystalls unter den angegebenen Bedingungen erkennt man bei mikroskopischer Beobachtung nur an der Volumzunahme desselben; unmöglich ist es, die Modalität des Wachsens selbst, den Zutritt und die Anlagerung der Moleküle an den Krystall wahrzunehmen.

**195. Einfache Krystalle im Dünnschliff.** Die ausserordentliche Wichtigkeit der morphologischen Eigenschaften für die makroskopische Bestimmung der Mineralien verringert sich in höchst missliebiger Weise bei der Untersuchung derselben unter dem Mikroskop. Nur in gewissen Fällen, nämlich an isoliertem Material, bei sehr kleinen, als Gesteinsgemengteile auftretenden Krystallen und bei den sog. individualisierten Interpositionen erblickt man unter dem Mikroskop Krystallkörper; sonst hat man es ausnahmslos nur mit Krystalldurchschnitten zu tun, d. h. mit Horizontalprojektionen eines Krystallkörpers auf irgend eine Fläche im Raume, die in keinerlei gesetzmässiger Beziehung zum projizierten Krystall selbst steht. Man erkennt daraus sofort, dass bei der unendlichen Anzahl von Möglichkeiten für die Schnittebene weder die Umrisse des Durchschnitts, noch deren Winkelverhältnisse von irgend welchem absoluten Wert für die Bestimmung des vorliegenden Krystalls sein können.

Sobald allerdings die Richtung bekannt wäre, in welcher der Schliff einen Krystall getroffen hat, wäre auch die Berechnung der Projektionsform und ihrer Winkel nicht schwierig; aber es fehlt eben in vielen Fällen ein sicherer Anhalt für die genaue Bestimmung dieser Richtung. — Wo man vermittelst der optischen Erscheinungen es vermag, die Lage der optischen Konstanten in einem Krystalldurchschnitt zu erkennen, kann man allerdings oft durch eine geschickte Kombination dieser mit den Durchschnittsumrissen und andern Eigenschaften, wie Verlauf der Spaltungsrichtungen, einen mehr oder weniger sicheren Schluss ziehen, und diesem kann durch Winkelmessungen am Durchschnitt ein so hoher Grad von Wahrscheinlichkeit gegeben werden, dass sie der Gewissheit gleich wird. Das hierfür einzuschlagende Verfahren hat besonders Alfr. C. Lane[1]) allgemein dargelegt.

Ferner ist nicht zu übersehen, dass ein Verfahren, welches man das statistische nennen könnte, nicht selten wertvolle Anhaltspunkte gibt. Denn wenn auch die Möglichkeit unendlich vieler Schnittflächen vorliegt, so ist doch die Wahrscheinlichkeit für alle diese Schnittflächen eine sehr verschiedene und wesentlich abhängig von den Ausdehnungsverhältnissen der Krystallkörper und der Anordnung derselben im Gestein; eine Tatsache, die jeder aufmerksame Beobachter an den häufig auftretenden

1) Bull. geol. Soc. of America. 1891. II. 365.

Mineralien, wie Feldspat, Nephelin, Augit etc. bald bestätigt finden wird. Kombiniert man also nach drei Richtungen im Raume die häufigst auftretenden Durchschnitte, so wird man sich zuweilen die Gestalt des Krystallkörpers vorstellen können.

Fände man z. B. von einem Mineral in überwiegender Anzahl quadratische und sechsseitige, farblose Durchschnitte, so wäre der Deutung ein ausserordentlich weiter Spielraum geboten. Ergäbe es sich nun aber bei der Untersuchung im polarisierten Licht, dass beiderlei Durchschnitte zwischen gekreuzten Nicols in jeder Lage dunkel blieben, so würde man sofort mit vollem Recht schliessen, dass sie von einem isotropen, also regulären Mineral herrühren müssten, welches in der Form des Rhombendodekaëders krystallisiert. Man würde demgemäss an Granat oder an die Hauyngruppe denken.

Zeigten sich dagegen die quadratischen Durchschnitte [parallel oP (001)] zwischen gekreuzten Nicols stets dunkel, die hexagonalen [parallel der Hauptaxe durch eine Kombination $\infty$P (110) . P (111)] im allgemeinen hell, so hätte man es mit einem quadratisch krystallisierenden Mineral zu tun und müsste etwa die Skapolith-Gruppe ins Auge fassen.

Umgekehrt würde man auf ein hexagonal krystallisierendes Mineral schliessen, wenn sich die hexagonalen Durchschnitte [(parallel oP (0001)] zwischen gekreuzten Nicols stets dunkel, die quadratischen [parallel der Hauptaxe durch eine Kombination $\infty$P ($10\bar{1}0$) . oP (0001)] im allgemeinen hell erwiesen, und die Vermutung, es handle sich um Nephelin oder Apatit, läge nahe.

Wenn man endlich fände, dass im allgemeinen sowohl die quadratischen, wie die sechsseitigen Durchschnitte zwischen gekreuzten Nicols hell wären, so dürfte man unter anderm an einen orthoklastischen Feldspat denken, der im einen Fall etwa parallel dem Orthopinakoid, im andern Fall geneigt zur Basis so getroffen wäre, dass der Schnitt durch die hinteren und vorderen Prismenflächen ginge.

Dass man die Berechtigung dieser Schlüsse durch fernere optische Bestimmungen, durch Winkelmessungen, Vergleichung der Mikrostruktur der fraglichen Durchschnitte mit solchen von bekanntem Material und endlich durch mikrochemische Versuche bei manchen Vorkommnissen über allen Zweifel erheben kann, bedarf wohl nicht der Erwähnung.

**196. Zwillinge im Dünnschliff.** Die Zwillingsbildung ist an den Mineralien mikroskopisch entweder durch das Auftreten einspringender Winkel an den Umrisslinien oder durch die optische Beobachtung erkennbar. Das Auftreten einspringender Winkel charakterisiert nur einzelne Arten der Zwillingsbildung und setzt gesetzmässige Begrenzung des Krystalls voraus; man kann dieselben also nur in gewissen Fällen wahrnehmen und verhältnismässig selten zur Deutung von Zwillingsbildungen benutzen. Die Beobachtung im polarisierten Licht gestattet die Erforschung der Zwillingsbildung in allen Fällen, wenn man von den regulär krystallisierten Mineralien und in den übrigen Krystallsystemen von gewissen

Zwillingsverwachsungen mit parallelen Axen absieht. Man darf kühnlich behaupten, dass erst die optische Untersuchung einen tieferen Einblick in das Wesen des Zwillingsbaus und die Erkenntnis und Deutung jener wunderbar komplizierten Zwillingsstöcke, die man nach Tschermaks Vorgang Mimesien (vgl. § 193 S. 358) nennt, ermöglicht hat. Bis zu einem gewissen Grade nähert sich der optischen Methode in dieser Beziehung an Schärfe und Eleganz die auf die Symmetrie der Kohäsionsverhältnisse basierte Methode der Aetzversuche, welche gleichfalls mikroskopische Beobachtung erfordert. Beide Methoden stützen sich auf den Satz, dass die Molekularanordnung in einem einheitlichen Krystall, von gewissen mechanischen Phänomenen anormaler Spannung abgesehen, um jeden Massenpunkt dieselbe sein muss, wie um jeden andern, und auf die daraus gezogene Folgerung, dass die durch die Molekularordnung gegebenen und geregelten Kräfte in krystallographisch gleichwertigen Richtungen gleiche und gleichgerichtete sein müssen. Bei den Aetzfiguren studiert man die Grösse und Richtung des Widerstandes gegen chemischen Eingriff in den Molekularbau; bei der optischen Methode beobachtet man die Veränderung einer Lichtbewegung während ihres Durchganges durch das Molekularsystem.

Die in § 27 ff. und § 124 ff. erläuterten Gesetze über die Lichtbewegung in anisotropen Medien führten zu dem Ergebnis, dass die Polarisationsfarben dünner Blättchen, abgesehen von dem jeder Spezies eigentümlichen Vermögen der Doppelbrechung und der Dicke der Lamellen, wesentlich von der Lage der Elastizitätsaxen in den Lamellen gegen die optischen Hauptschnitte der Polarisationsinstrumente abhängen, so lange man es mit einheitlich aufgebauten Krystallen zu tun hat. Da dieser einheitliche Aufbau bei Zwillingskrystallen nicht vorliegt, so stösst man hier auf abweichende Erscheinungen, die schon in § 130 besprochen wurden. An einem Beispiel mögen diese Verhältnisse noch weiter erörtert werden.

Man spalte aus Gyps parallel dem klinodiagonalen Hauptschnitt ein feines, allenthalben gleich dickes Blättchen, welches im polarisierten Licht durchaus einfarbig erscheint und stelle daraus ein rhombisches Täfelchen her (Fig. 257), was mit Hülfe des muschligen Bruches (in Fig. 257 die vertikalen Kanten) und des faserigen Bruches (in Fig. 257 die von links oben nach rechts unten geneigten Kanten) leicht gelingt. Der spitze Winkel eines solchen Präparates misst 66° 14′. Da nun die optischen Axen beim Gyps im klinodiagonalen Pinakoid liegen, so stellt die Ebene des Blättchens die Ebene der optischen Axen dar, und die Axen der kleinsten und grössten Elastizität liegen in derselben Fläche, während die Axe der mittleren Elastizität, die krystallographische Orthoaxe, in der Sehrichtung sich befindet. Krystallographisch orientiert, entspricht dem muschligen Bruch die Vertikalaxe; mit dieser bilden die in Figur 257 nach oben links austretenden optischen Axen Winkel von 22° 58′ und 84° 22′. Trägt man diese in die Zeichnung des rhombischen Blättchens ein, so erhält man durch die Halbierungslinien ihres spitzen und stumpfen Winkels die beiden

Bisektrizen, die natürlich senkrecht zueinander stehen; die spitze Bisektrix bildet mit der Richtung des muschligen Bruchs also der $c$-Axe einen Winkel von $22^0\,58' + {}^1/_2\,(84^0\,22' - 22^0\,58') = 53^0\,40'$ und demnach mit der Richtung des faserigen Bruchs einen Winkel von $12^0\,34'$. Dreht man das Blättchen zwischen gekreuzten Nicols, bis die Bisektrizen den Nicolhauptschnitten parallel laufen, so zeigt das Blättchen das Maximum der Dunkel-

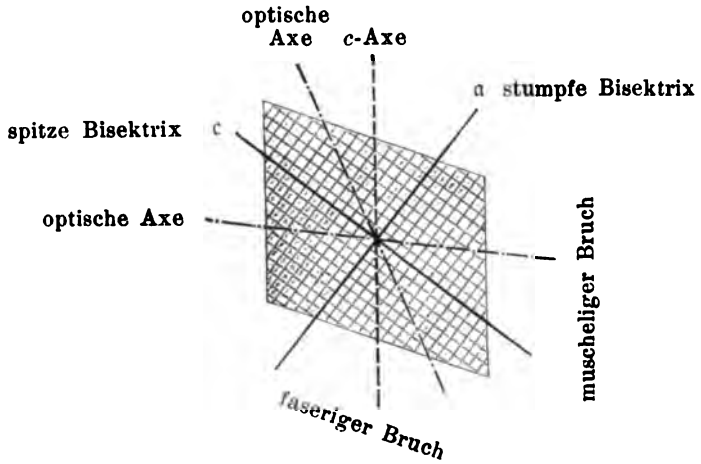



Fig. 257.

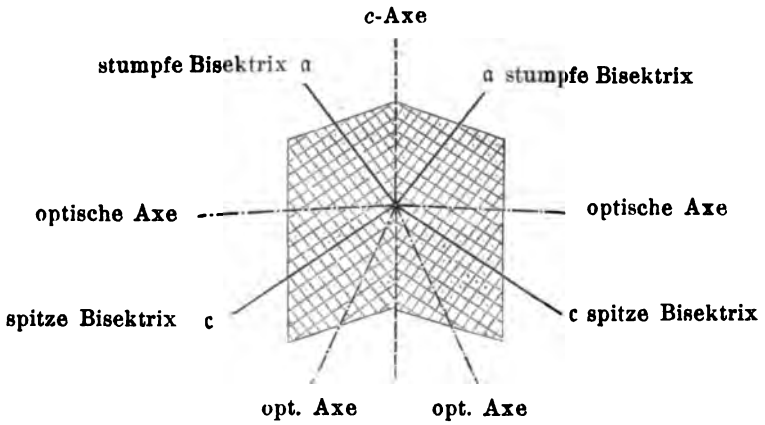



Fig. 258.

heit. Bei jeder andern Lage dieser Richtungen zueinander erscheint das Blättchen in einer von seiner Dicke abhängigen Farbe mit einer von dem Winkel der genannten Richtung abhängigen Intensität (s. § 126 und 127). Zeichnet man nun, wie in genannter Figur, parallel den optischen Mittellinien durch parallele Striche (auf beiden Flächen des Papiers) die Schwingungsebenen der das Blättchen durchlaufenden Wellen, durchschneidet Zeichnung und Gypsblättchen parallel der krystallographischen Vertikalaxe und dreht die eine Hälfte um 180° um eine in der Ebene des Papiers und der Spaltung liegende

Normale auf die Vertikalaxe, so hat man das Schema eines Gypszwillings (Fig. 258) in der allgemein bekannten Form [Zwillingsebene $\infty P\bar{\infty}$ (100)] mit Einzeichnung der optischen Konstanten. Man sieht sofort in der Zeichnung an den Strichen die Lage der Schwingungsebenen beider Wellen in den Zwillingshälften und bemerkt, dass in dem Falle, wo die Schwingungsebenen in der einen Blatt- resp. Zwillingshälfte mit der Schwingungsebene des Polarisators zusammenfallen, dieses nicht zugleich in der andern Hälfte geschehen kann, dass also niemals beide Hälften zugleich dunkel sein können. Ferner sieht man, dass bei gewissen Stellungen des Schemas die Schwingungsebenen in beiden Hälften den gleichen Winkel mit den Schwingungsebenen der Nicols bilden, sobald nämlich diese, auf die Ebene des Papiers, resp. Spaltungsblättchens projiziert, annähernd parallel und senkrecht zur krystallographischen Vertikalaxe liegen. In jedem solchen Falle wird gleiche Farbenintensität in beiden Zwillingshälften herrschen.

Die gleichen Erscheinungen zeigen alle andern Zwillingsdurchschnitte unter dem Mikroskop im polarisierten Licht, vorausgesetzt, dass der Schnitt durch beide Zwillingshälften im gleichen Sinne geführt wird. Bei andern Schnittlagen sind die Polarisationserscheinungen in den beiden Zwillingshälften verschieden. Läge die Schliffebene z. B. zufällig so, dass sie in einer Zwillingshälfte genau normal zu einer optischen Axe wäre (in beiden Hälften kann sie das ja nicht sein), dann würde natürlich diese Hälfte in allen Horizontallagen zwischen gekreuzten Nicols unverändert bleiben, und die Farbenphasen würden nur in der andern Hälfte auftreten.

Wie die Erscheinung an den einzelnen Mineralien bei einfachen und wiederholten Zwillingen auftritt, ist im speziellen Teil besonders bei Feldspat, Kalkspat, Augit und Hornblende ausführlich beschrieben.

**197. Gestörte Krystallisation.** In einer dem Wesen nach wohl gleichen, aber der Erscheinung nach sehr verschiedenen Form vollzieht sich das Wachstum der Krystalle, sobald durch irgend einen Vorgang die in § 194 angegebenen normalen Bildungsbedingungen gestört werden.

Diese Störungen können verursacht werden durch zu rasche Verdunstung des Lösungsmittels, durch seine zu grosse Zähigkeit oder zu schnelle Abkühlung, durch zu starke Adhäsion an den Wandungen (Objektglas und Deckgläschen z. B.) oder den Flächen der bereits ausgeschiedenen Krystalle oder durch irgend einen andern Umstand, der die gleichmässige Beweglichkeit der krystallisierenden Moleküle hindert. Die Erklärung, und zum grossen Teil die Nomenklatur der bei solchen gestörten Krystallisationen entstehenden sehr wechselvollen Gebilde, wurde durch die Studien von H. Vogelsang über die Ausscheidung des Schwefels aus einer durch Canadabalsam verdickten Lösung in Schwefelkohlenstoff angebahnt. Ausser den in den folgenden §§ zitierten Arbeiten dieses Forschers sind besonders erwähnenswert seine Philosophie der Geologie und mikroskopische Gesteinsstudien, Bonn 1867; ferner die Krystalliten

(herausgegeben von F. Zirkel), Bonn 1875. Auch die Arbeiten von H. Behrens (die Krystalliten, Kiel 1874) und die Untersuchungen O. Lehmanns, wie sein Aufsatz: Ueber das Wachstum der Krystalle [1]) und zahlreiche Stellen in seiner Molekularphysik, 2 Bde., Leipzig 1888/89, haben in ähnlichem Sinne fördernd gewirkt. Viele der Beobachtungen dieser Forscher und manche ihrer Anschauungen finden sich bereits in den Publikationen von M. L. Frankenheim [2]), H. F. Link [3]), P. Harting u. a.

**198. Globulite und ihre Häufungsformen** (Cumulite, Margarite, Globosphärite und Longulite). Breitet man nach Vogelsang [4]) eine durch Canadabalsam verdickte Lösung von Schwefel in Schwefelkohlenstoff auf einem Objektglase aus, so bemerkt man nach einiger Zeit die Ausscheidung kleinerer und grösserer, stark lichtbrechender Kügelchen, welche übersättigte Tropfen der Schwefellösung sind. Diese verlieren durch Verdunstung mehr und mehr das Lösungsmittel und werden schliesslich starr. In diesen amorphen, rundlichen Tropfengebilden sieht Vogelsang die Elementarkörperchen der Krystalle und nennt sie Globulite (Taf. VI Fig. 5 und 6. Taf. VII Fig. 1). Dass diese Globulite, welche anfangs nur Tropfen übersättigter Lösung sind, zuletzt zu starren Kugeln werden, woran mehrfach gezweifelt worden ist, davon hat sich Vogelsang durch Zerdrücken und Zerbrechen derselben mit einer feinen Nadelspitze überzeugen können [5]). Trocknet die Lösung bei oder gleich nach der Ausscheidung dieser Globulite ein, so lassen dieselben keine weitere Veränderung wahrnehmen. Wenn dagegen die Lösung noch längere Zeit eine hinreichende Beweglichkeit bewahrt, so treten Strömungen ein, durch welche die Globulite ihren Ort ändern und bald zu ganz regellosen Haufen, Cumuliten (Taf. VI Fig. 4), bald zu mehr oder weniger regelmässigen Gebilden zusammengeführt werden. Sie ordnen sich dann bisweilen zu perlschnurartigen Reihen, wie in Taf. VI Fig. 6, welche Vogelsang als Margarite (Taf. VII Fig. 2) bezeichnete; auch zeigen die Globulite in ihren Anhäufungen zuweilen eine radiale Anordnung, welche man Globosphärite nennt.

Die Globulite zeigen ferner in der noch beweglichen Lösung eine Volumzunahme durch Verschmelzung mit anderen, welche ihnen zugeführt werden (Taf. VI Fig. 6). So lange der Widerstand des Lösungsmittels nicht zu gross wird, nimmt der gewachsene Globulit stets wieder die Kugelform an; andernfalls entstehen durch diese Globulitenverschmelzung zylindrische, zapfenförmige oder spitz konische, krummflächig begrenzte Formen, welche als Longulite zusammengefasst werden (Taf. VI Fig 6),

1) Z. X. 1. 1877. 453–496.

2) Pogg. Ann. 111. 1860. 1–60.

3) Ueber die Bildung der festen Körper. Berlin 1841.

4) Archives Néerlandaises 5. 1870. 156–192; 6. 1871. 223–244; 7. 1872. 38–89. 385–442.

5) Arch. Néerl. 6. 1871. 1.

und die, den Globuliten morphologisch gleichwertig, auch mit diesen zu den komplexen Gebilden der Margarite und axial geordneten Häufchen zusammentreten. Den Globuliten und Longuliten, sowie den mannigfachen Aggregationen dieser untereinander werden nicht die Eigenschaften der Krystalle zugeschrieben; Vogelsang nannte sie mit einem Sammelnamen Krystallite und fand sie bei seinen Versuchen mit Schwefel einfachbrechend, so lange ihre Elemente die Globulitenform bewahrten, und also auch die komplexeren Formen nicht über das Stadium eines Globulitenaggregates hinausgingen.

Bei hinreichender Beweglichkeit der Lösung, oder wie Vogelsang sich ausdrückte, „wenn die innere Molekularbewegung in den Globuliten den äusseren Widerstand des Canadabalsams noch genügend überwinden kann", erstarren die übersättigten Tropfen, und die Globulite nehmen im Augenblick der Erstarrung nicht die Form der Kugel sondern der rhombischen Schwefelpyramide an. Ganz besonders beobachtet man diese Umwandlung, wenn zufolge der in der Lösung herrschenden Strömungen die Globulite an normal gewachsene Schwefelkrystalle oder Wachstumsformen herantreiben, mit denen sie zu mehraxigen Krystallskeletten verwachsen. Mit dem Verlust der Globulitenform und der Annahme geradflächiger Begrenzung ist regelmässig das Auftreten der Doppelbrechung verbunden. Vogelsang, welcher für die Fixierung des Krystallbegriffes in erster Linie die regelmässige polyëdrische Form betont, unterscheidet also die Krystallitenbildung und die Krystallbildung als zwei verschiedene Arten des Krystallisationsprozesses, die durch allmähliche Uebergänge verbunden sind. Ob der eine oder der andere Vorgang sich in einer Lösung vollziehen wird, das ist nach seiner Auffassung abhängig von dem Verhältnis der molekularen Widerstandskräfte in der Lösung und der inneren Molekularbewegung in den Globuliten. Die Bildung der Globulite ist ihm aber die Vorbedingung für die Entstehung von Krystallen. Zwischen beiden mitten inne würden dann die so ungeheuer mannigfachen, oft viel verzweigten Wachstumsformen oder gestrickten Formen, nicht aber die Krystallskelette stehen, die schon zu den eigentlichen Krystallen gehören, und die auch, wenn sonst ihre Symmetrieverhältnisse es gestatten, Doppelbrechung zeigen.

In den theoretischen Erörterungen, mit welchen Vogelsang seine Beobachtungen begleitet, versucht er nicht eigentlich eine Erklärung für die Bildung der Globulite zu geben, sondern leitet nur die Bewegung und Anordnung der fertigen Globulite, ebenso wie ihre eventuelle Umformung zu integrierenden Teilen eines echten Krystalls von einer ihnen innewohnenden Molekularbewegung (Krystallisationskraft) ab, welche sie befähigt, sich anzuziehen und sich regelmässig zu gruppieren. — O. Lehmann glaubt die Globulitenbildung durch die eigentümlichen, mit der Temperatur und dem Mengenverhältnis der angewandten Stoffe variabeln Gleichgewichtszustände erklären zu können, welche sich beim Mischen mehrerer Substanzen herstellen, und verweist auf die in einem Gemenge von Alkohol, Wasser und Oel je nach dem Mengenverhältnis dieser Stoffe

eintretenden Zustände. Bei ein und derselben Temperatur sind nach dem prozentischen Verhältnis zwei Gleichgewichtszustände möglich, entweder Alkohol mit Oel und wenig Wasser, oder Wasser mit Alkohol und wenig Oel. Besitzt das Gemenge weder die Zusammensetzung der einen noch der andern Mischung, so tritt durch Zerfall des Gemenges in Mischungen der einen und der andern Art, Schichtenbildung, Tröpfchenausscheidung, Globulitenbildung ein. Im Anfang wären demnach die Globulite nicht einmal übersättigte Lösung, sondern sie würden dieses erst allmählich durch Verdunstung des Gemenges. Die Globulitenbewegung und ihre regellose Aggregation wird alsdann auf Strömungen zurückgeführt, welche infolge kapillarer Ausbreitung, oberflächlicher Verdunstung, kapillarer Attraktion auf der Oberfläche schwimmender Globulite und endlich Brownscher Molekularbewegung (s. § 207) entstehen. Auf diese Weise erklären sich die losen Globulitenaggregate, also das, was Vogelsang im eigentlichsten Sinne Krystallite nennt.

Wenn dagegen die Globulite durch die erwähnten Strömungen in den Bereich eines wachsenden Krystalls, in dessen Krystallisationshof geraten, so werden sie von diesem gerichtet, sie krystallisieren und hören damit auf, Globulite zu sein. Ob durch ihr Herantreten an den Krystall dieser in ebenmässiger Weise sich als kompakter Krystall oder als Krystallskelett vergrössert, oder ob er sich zu einem Gebilde entwickelt, welches man allgemein als Wachstumsform zu bezeichnen pflegt, das hängt von den Krystallisationsbedingungen ab, welche in § 197 erwähnt wurden.

Die Versuche von H. Vogelsang und seinen Nachfolgern haben es ermöglicht, die den künstlichen Darstellungen überaus nahe verwandten Erscheinungen in den Gesteinen zu verstehen und zu erklären. Es sind natürlich die nicht zu holokrystalliner Entwicklung gelangten, mehr oder weniger basisreichen[1]), porphyrischen Ergussgesteine, in denen solche Produkte unvollkommener Krystallisation, hauptsächlich wohl infolge zu grosser Viskosität der Magmen, zu erwarten sind. Sie finden ihre Analoga in künstlichen Schlacken und Gläsern, wie solche besonders von Leydolt[2]) studiert worden sind.

Die Globulite (Taf. VII Fig. 1), welche in den kieselsäurearmen Gesteinen gewöhnlich sehr tief gefärbt oder undurchsichtig, in den kieselsäurereichen in der Regel hell und durchsichtig erscheinen, treten auch hier bald in gleichmässiger Verteilung, bald zu Margariten (Taf. VII Fig. 2) aneinander gereiht, auf. Statt der rundlichen oder scheibenförmigen Globulite, oder neben ihnen, trifft man zuweilen Longulite; und das genauere Studium mancher Obsidiane und Vitrophyre lässt in unbegrenzter Mannigfaltigkeit alle denkbaren Zwischenformen zwischen den losen, perlschnurartigen Margariten und Krystallnadeln wahrnehmen. Besonders häufig

1) Unter Basis — das Wort wurde von F. Zirkel in die Petrographie eingeführt — ist hier ein amorph (glasig) erstarrter Krystallisationsrückstand des Gesteins verstanden.

2) S. W. A. 8. 1852. 261—274.

treten solche Formen auf, bei denen die eine Längsseite vollkommen geradlinig ist, während die andere einen gekerbten Verlauf nimmt. Die winzigen Einschnürungen auf dieser Seite deuten den Aufbau aus den unvollkommen verschmolzenen Globuliten deutlich an.

Die Anhäufung der Globulite zu regellos geballten Massen, die Vogelsang wie gesagt als Cumulite bezeichnet, oder zu mehr oder weniger regelmässig geordneten Gruppen, die dann Margarite oder Globosphärite genannt werden, ist vorwiegend, wenn nicht ausschliesslich, auf die sauersten Silikatgesteine (Quarzporphyre und Liparite) beschränkt. Zumal die Vitrophyre der Gegend von Meissen und die Liparite aus der Umgebung von Schemnitz liefern ein vorzügliches Untersuchungsmaterial. Taf. VI Fig. 4 gibt ein Bild der Cumulite. Weniger deutlich tritt, wegen der unendlich winzigen Dimensionen dieser Gebilde, die radiale Anordnung der einzelnen Globulite in den Cumuliten hervor, wodurch die Globosphärite sich von den Cumuliten unterscheiden. Derartige Globosphärite, in denen also die Globulite sich zu radialgestellten Reihen ordnen, erhält man auch bei den Fundamentalversuchen Vogelsangs nicht selten. Da bei solchen Globosphäriten die Dichte stetig vom Zentrum nach der Peripherie hin abnimmt, so bewirken sie in gewissen Fällen Interferenzerscheinungen im polarisierten Licht, welche denjenigen der Sphärolithe, über die in § 217 näheres berichtet wird, ähnlich sind.

Beispiele axialer Anordnung von Globuliten, also von sog. Longuliten, sind aus den Gesteinen wohl kaum bekannt. Ueberaus mannigfaltig sind die Wachstumsformen, bei denen man nicht entscheiden kann, ob sie sich aus Elementarkörperchen (Globuliten) aufbauen, oder ob sie schon zu den Krystallskeletten, also den lückenhaft gewachsenen eigentlichen Krystallen, gehören. — Eine weiter gehende Gliederung der Globulite etc. hat F. Rutley versucht, auf dessen Arbeit hier verwiesen werden möge [1]).

**199. Als Trichite** ($\vartheta\varrho\iota\xi$ = Haar) bezeichnet man nach dem Vorgang Zirkels, haarförmige Krystalle von einer ihrem Querschnitt gegenüber sehr starken Längenentwicklung, welche mehr oder weniger nach einer oder mehreren Richtungen gewunden, auch wohl schlingenartig umgebogen, oder mehrfach geknickt sind. Die Trichite zeigen eine grosse Neigung, sich zu vielarmigen, von einem Zentrum ausstrahlenden Gruppen zu vereinigen (Taf. VII Fig. 3). Als Ansatzpunkt für solche Gruppen dient oft ein in der Lösung vorhandenes Krystallkorn. Wegen ihrer sehr geringen Breite werden die Trichite selbst bei starken Vergrösserungen meistens nicht durchsichtig. Dass dieser Mangel an Transparenz hauptsächlich in der Form, nämlich in dem rundlichen Querschnitt mit sehr kleinem Radius, und dadurch bedingter totaler Reflexion begründet ist, erkennt man daraus, dass bei etwas grösserer Dicke die Trichitenarme tatsächlich öfters durchsichtig werden. Immerhin scheinen in den sauren

1) Min. Magaz. 9. 1891. 261—271.

Gesteinsgläsern, welche mit Vorliebe Trichite führen, diese vorwiegend aus stark farbigen Molekularverbindungen (eisenreichen Silikaten etc.) zu bestehen. — Nicht selten lassen die gebogenen Trichite bei hinreichender Vergrösserung sich als aus mehreren geradlinigen Gliedern zusammengesetzt erkennen.

O. Lehmann, welcher vielfach die Trichitenbildung bei der Krystallisation organischer Verbindungen beobachtete[1]), fand, dass die gebogenen Trichite bei fernerem Wachstum, zumal in die Dicke, sich plötzlich, oft mit solcher Gewalt, gerade strecken, dass sie dabei in Stücke zerspringen. Die Bildung trichitischer Krystalle erklärt Lehmann sinnreich dadurch, dass die Spitze eines wachsenden Krystalls, etwa infolge einer Strömung in der übersättigten Mutterlauge, den Krystallisationshof durchbricht, und dem Krystall nun in der übersättigten Mutterlauge und durch die Strömung so viel Stoff zugeführt wird, dass er sich sehr rasch in die Länge vergrössert, während die an seinen Seiten herabfliessende, der krystallisierbaren Verbindung beraubte Lösung jedes Wachstum in die Dicke unmöglich macht. Die Krümmung der wachsenden Nadel ist bei der grossen Biegsamkeit derartiger Gebilde durch die Strömung zu erklären, in der sie wächst, und würde eventuell durch Vorhandensein einer Schiefendfläche bedeutend erleichtert werden.

Durch Gruppierung von Margariten um ein gemeinschaftliches Zentrum können sehr trichitenähnliche Formen entstehen; der Unterschied gegenüber den echten Trichiten liegt in dem deutlichen Aufbau jedes Haares aus lose gereihten Globuliten. Uebergangsformen, welche schwer der einen oder andern Abteilung mit Sicherheit zugeordnet werden können, entstehen durch mehr oder weniger vollkommen longulitische Verschmelzung der Globulite.

Dass auch Sprünge in einer mehr oder weniger glasigen Gesteinsmasse mit Trichiten verwechselt werden können, sei beiläufig erwähnt.

**200. Als Mikrolithe** (μικρος = klein, λιθος = Stein) sollen, ohne Rücksicht auf den Habitus der Krystallform und auf das optische Verhalten, solche vollkommen oder doch annähernd vollkommen einheitlich begrenzten Krystalle bezeichnet werden, welche nur mikroskopisch direkt wahrnehmbar sind und ihrer Art nach nicht mit voller Sicherheit bestimmt werden können. Sind sie ihrer Art nach definierbar, so wird man sie mit dem Speziesnamen benennen und diesem einen den Habitus bezeichnenden Ausdruck anfügen, z. B. Plagioklasleistchen, Augitsäulchen, Glimmerblättchen, Perowskitoktaederchen u. s. w. E. Cohen[2]) gebrauchte die Bezeichnung Mikrolith für alle bestimmbaren oder nicht bestimmbaren Kryställchen von so kleinen Dimensionen, dass sie in einem normalen Dünnschliff als Körper vorhanden sind. F. Zirkel[3]) hält an der ursprüng-

1) Vergl. ausser den S. 361 und 367 erwähnten Arbeiten von demselben Verfasser: Z. X. 5. 1881. 472—476. Z. X. 8. 1884. 451—453.

2) N. J. 1881. I. 95.

3) Lehrbuch 1893. I. 148—151.

lichen Definition H. Vogelsangs[1]) fest, wonach den Mikrolithen die Nadelform zukommen soll. Da ein und dieselbe Mikrolithenart je nach der Projektion, in welcher man die kleinen Individuen sieht, in Form von Blättchen, Säulchen, Körnchen u. s. w. erscheinen kann, so empfiehlt sich eine Benennung nach dem Habitus nur für den Fall, dass man aus den verschiedenen Erscheinungsformen derselben die eigentliche Körperform sicher abzuleiten vermag. So hat z. B. Zirkel die nadelförmigen Mikrolithe als Belonite[2]), Schrauf tafelförmige als Mikroplakite u. s. w. bezeichnet. — Die Mikrolithe sind danach echte Krystalle und dokumentieren sich als solche durch ihre Form; ob sie das ihrer Symmetrie entsprechende physikalische Verhalten (etwa gegen Licht) wahrnehmen lassen oder nicht, das wird von ihrer Durchsichtigkeit, der Differenz ihrer Elastizitätsaxen und ihren Dimensionen abhängen und kann für die Begriffsfixierung nicht in Betracht kommen. In Taf. VII Fig. 4 sind neben Trichiten auch echte Mikrolithe zu sehen.

**201. Schaliger Bau. Zonare Struktur.** Die dem Wesen des Krystalls eigentümliche Stetigkeit der Raumerfüllung wird in der Natur selten angetroffen. Dadurch, dass das Wachstum eines Krystalls aus seiner Lösung nicht immer ein einheitlich und ohne Pause verlaufender Akt ist, sondern von kürzeren und längeren Intervallen des Wachstumsstillstandes unterbrochen wird, entwickelt sich ein schaliger Bau, welcher in den Krystalldurchschnitten die Erscheinung der zonaren Struktur hervorruft. In besonderer Schönheit zeigen oft die mikroskopischen Zirkone in den verschiedensten Gesteinen, sowie die Feldspate zumal der Trachyte und Andesite, die Nepheline und Leucite der basischeren Laven (Taf. VII Fig. 5), diesen Aufbau in konzentrischen Schalen von solcher Zartheit, dass ihre Durchschnitte den Eindruck machen, als blicke man in einen polygonalen, sich sehr allmählich verjüngenden Trichter. Sehr häufig liegen auf den Grenzen sukzessiver Schalen fremde Körper (die im nächsten Abschnitt § 203—214 als Einschlüsse ihre Besprechung finden werden) und bringen die zonare Struktur zu deutlicherem Ausdruck; oft aber fehlt, selbst bei stärkster Vergrösserung, jede fremde Substanz zwischen den Schalen, und der zonare Bau tritt nur dadurch hervor, dass die aufeinander folgenden Schalen verschiedene chemische Zusammensetzung haben und sich infolgedessen optisch verschieden verhalten. Dieser spezielle Fall des Schalenbaus, den Tschermak sehr bezeichnend mit dem Namen isomorphe Schichtung belegt hat, findet sich besonders häufig bei Granat, Turmalin, Augit, Hornblende, Glimmer, Feldspat und anderen Mineralien, die sich aus isomorphen Mischungen mehrerer Moleküle aufbauen. Sind die isomorph geschichteten Verbindungen farbig, so erkennt man die abweichende Zusammensetzung nicht selten an der verschiedenen Farbe der einzelnen Zonen, wie dies Taf. VII

1) Philosophie d. Geol. 1867. 139.
2) Z. D. G. G. 1867. 737.

Fig. 6 und Taf. VIII Fig. 1 am Melanit und basaltischen Augit erkennen lassen.

Die Form der einzelnen Schalen hängt von der Wachstumsweise der Krystalle ab. Je nachdem das Wachstum nach einer den Raum allseitig umschliessenden Krystallform (Pyramide), nach einer einseitig offenen Form (Prisma etc.), oder nur nach einem Flächenpaar fortschreitet, erscheint im Durchschnitt die zonare Struktur in konzentrisch geschlossenen Polygonen oder in parallelen Liniensystemen. Im allgemeinen pflegt die Wachstumsweise bei ein und demselben Mineral in einem Gesteine konstant zu sein; doch findet man auch wohl mehrere Wachstumsrichtungen nebeneinander ausgebildet, so z. B. bei dunkelm Glimmer teils nach der Hauptspaltfläche, teils nach den Seitenflächen.

Die Linien der zonaren Struktur sind in der Regel den Umrissen der Krystalle, oder gewissen Umrisslinien derselben parallel; man kann daher, wenn die äussere Krystallform durch Wiederauflösungsprozesse zerstört wurde, dieselbe mit einiger Wahrscheinlichkeit aus der zonaren Struktur ableiten. Jedoch fehlt es auch nicht an Fällen, in denen dieser Parallelismus nicht vorhanden ist, sondern die zonare Struktur zu einer andern Krystallform führt, als die Begrenzung des Individuums erkennen lässt. Das sind Analoga zu den makroskopischen parallelen Verwachsungen von verschieden gestalteten Fluorit- und Calcit-Individuen, und sie erklären sich, wie diese, aus Veränderungen physikalischer oder chemischer Natur in der Lösung, welche zwischen den beiden Wachstumsabschnitten eintraten.

Da das optische Verhalten einer Substanz, von Druck und Temperatur abgesehen, eine Funktion ihrer molekularen Zusammensetzung ist, so begreift es sich, dass in den einzelnen Schalen von Krystallen mit isomorpher Schichtung der Wert und die Lage der Elastizitätsaxen, sowie der optischen Axen, und das pleochroitische Verhalten ein verschiedenes sein kann. Beispiele hierfür bietet der spezielle Teil dieses Buches in grosser Anzahl dar.

**202. Anwachspyramiden. (Anwachskegel.) Sanduhrformen.** Von dem zonaren Bau sind grundsätzlich verschieden die eigentümlichen Wachstumsformen, welche früher unter dem Namen der Sanduhrformen oder Stundenglasformen beschrieben wurden und im letzten Jahrzehnt besonders durch österreichische Forscher eine tiefergehende Untersuchung erfahren haben. Der Unterschied wurde zuerst von Brögger[1]) bei der Beschreibung des Homilit, Akmit und Aegirin als ein bedeutsamer erwähnt, und später von J. Blumrich[2]), einem Schüler Beckes, sowie von A. Pelikan[3]) in seinem Wesen richtig gedeutet. Danach kommt die Sanduhrstruktur dadurch zustande, dass krystallographisch verschie-

1) Z. X. 16. 1890. 155. 307. 327.
2) T. M. P. M. 13. 1892. 239–255.
3) T. M. P. M. 16. 1896. 1–64.

dene Flächen während des Wachstums des Krystalls chemisch verschiedene Substanzen zur Ablagerung bringen, und dass diese chemisch verschiedenen Teile wie bei den zonar gebauten Krystallen sich auch optisch verschieden verhalten. Dass diese Verschiedenheit auch auf andere Weise, z. B. an den Aetzfiguren erkannt werden kann, hat Becke in seiner zusammenfassenden Darstellung über den Aufbau der Krystalle aus Anwachskegeln[1] dargetan. Wie diese Wachstumsform sich in einem Dünnschliff ausnehmen kann, ist aus Taf. VIII Fig. 2 zu ersehen, wo die Anwachspyramide bei einem Augitkrystall abgebildet ist.

---

## Zweiter Abschnitt.

## Einschlüsse.

**203. Art der Einschlüsse.** Wenn die in § 201 und 202 besprochenen Erscheinungen dartun, dass die Krystalle in vielen Fällen der Forderung einer absoluten Homogenität, d. h. der physikalischen und chemischen Gleichwertigkeit aller ihrer Teilchen nicht genügen, so kann man eine andere Gruppe von Erscheinungen als Diskontinuitäten der Krystallsubstanz bezeichnen. Dieselben beruhen sämtlich darauf, dass der von dem Krystall eingenommene Raum nicht allenthalben von Krystallsubstanz, sondern zum Teil von fremden, der eigentlichen Krystallsubstanz nur mechanisch beigemengten Körpern erfüllt wird. Man fasst alle diese der Krystallsubstanz fremden Körper unter der Bezeichnung Einschlüsse oder Interpositionen zusammen und kann nach H. Rosenbusch den Krystall auch mit dem der Zoologie entlehnten terminus „Wirt", welcher fremde „Gäste" beherbergt, bezeichnen. Die Einschlüsse lassen sich, je nachdem sie aus amorpher Substanz irgend welchen Aggregatzustandes, oder aus krystallisierten Körpern bestehen, in nicht individualisierte und individualisierte Einschlüsse trennen. Die ersteren bilden sich dadurch, dass der wachsende Krystall Teilchen seiner Mutterlauge oder in dieser enthaltene Gase und Flüssigkeiten in sich aufnimmt, die zweiten entstehen durch die Einhüllung präexistierender oder sich zugleich mit dem wachsenden Krystall ausscheidender Krystallisationen in der Mutterlauge. Zu den nicht individualisierten Einschlüssen gehören Gas-, Flüssigkeits- und Glaseinschlüsse, sowie andere feste Massen, die man zuweilen auch als staubige Einlagerungen bezeichnet. Zu den individualisierten Einschlüssen gehören ausser wohl charakterisierten Mineralien, alle Krystalle, die wegen ihrer winzigen Dimensionen nicht identifiziert werden können und unter dem Sammelnamen der Mikrolithe (s. § 200) gehen.

---

1) Lotos, N. F. 14. 1894. 18 S.

**204. Die Gaseinschlüsse** werden in wenig passender Weise wohl auch Gas- und Luftporen genannt. Sorby, welcher sich zuerst eingehend mit dem wissenschaftlichen Studium dieser Erscheinungen beschäftigte, beschreibt sie unter dem Namen gas and vapour cavities[1]), und nach seinem Vorgange hat sich die deutsche Uebersetzung des Namens eingebürgert.

Die Form solcher Gaseinschlüsse ist eine sehr wechselnde, doch walten rundliche und elliptische Gestalten vor, neben denen unregelmässig verzerrte, schlauchförmige, verästelte und andere Formen auftreten (Taf. VIII Fig. 3). Weniger häufig erscheinen dieselben als gewissermassen negative Krystallräume, d. h. mit einer polygonalen Umgrenzung, welche der Form ihres Wirtes entspricht. Selten treten Gasporen vereinzelt auf, meistens finden sie sich gruppenweise in Reihen und auf Flächen, willkürlichen Richtungen folgend, durch die Mineralsubstanz zerstreut; solche Einschlussreihen und Gruppen stellen sich dann bei schwachen Vergrösserungen als eine wolkige lokale Trübung des Minerals dar.

Gaseinschlüsse können aber auch gewissermassen sekundär in hydatogenen Krystallen auftreten, wenn ursprüngliche Flüssigkeitseinschlüsse verdunsten, wie dieses zumal bei Mineralien mit sehr vollkommener Spaltung nicht selten der Fall ist. Sorby beobachtete solche sekundären Gaseinschlüsse am künstlichen Alaun. An natürlichen Krystallen zeigt sie das Steinsalz nicht selten, und zwar als negative Krystalle von kubischer Form. Als Beispiel für den Einschluss primärer Gasporen kann man ebenfalls das Steinsalz (Knistersalz von Wieliczka) nennen. — Die hohe Lösungsfähigkeit der Schmelzflüsse für Gase ist eine konstatierte Tatsache; sobald aber Abkühlung und damit verbundene Erstarrung eintritt, müssen die gelösten Gase ausgeschieden werden (daher das „Spratzen" des Silbers, die poröse Struktur der Laven etc.), und so erklärt sich die Anwesenheit der Gasporen sowohl in glasig erstarrten Flüssen, wie Obsidian (Taf. VIII Fig. 3), als auch in pyrogenen Mineralien, wie Nephelin und anderen. Sehr schön zeigen sie die Feldspate mancher javanischer Augit-Andesite, worin sie oft als negative Krystalle von der Form $\infty P\breve{\infty}$ (010) . oP (001) . $P\breve{\infty}$ ($\bar{1}$01) erscheinen.

Besitzen die in solchen Poren eingeschlossenen Gase eine gewisse Spannkraft, oder besassen sie dieselbe zur Zeit ihrer Einschliessung, als ihren Wirten z. T. noch eine gewisse Plastizität der Substanz zukam, wie bei Gläsern und andern amorphen Körpern, so wird durch den von ihnen ausgeübten Druck eine molekulare Spannung in der festen Substanz erzeugt werden, die zu Erscheinungen der Doppelbrechung führen kann, wie sie amorphen Körpern sonst nicht zukommt, wie man dieselben aber auch (s. § 193) durch Anwendung äusseren Druckes auf Gläser künstlich nachahmt. Ja man beobachtet, dass auch bei krystallinischer Erstarrung des Wirtes eine ähnliche Störung der normalen optischen Eigenschaften durch eingeschlossene Gase entstehen kann. Besonders David

1) Quart. Journ. Geol. Soc. London 14. 1858. 453—500.

Brewster[1]) verdankt die Wissenschaft eine Reihe höchst interessanter Untersuchungen über diese Beziehungen von optischen Anomalien und eingeschlossenen Gasen.

**205. Die Flüssigkeitseinschlüsse** treten, ebenso wie die Gaseinschlüsse, gern in zahlreicher Vergesellschaftung auf und sind wie diese oft in Zügen und auf Flächen geordnet, welche bald regellos die Krystalle durchsetzen, bald mehr oder weniger genau krystallographischen Richtungen entsprechen. Die Form der Flüssigkeitseinschlüsse ist eine äusserst wechselnde. Neben den am häufigsten vertretenen runden und ellipsoidischen finden sich zylindrische, keulenförmige, birnförmige, ganz unregelmässige und oft vielverzweigte Gestalten; nicht selten tritt auch bei ihnen die geradflächig polyëdrische Abgrenzung auf, welche dann durch Krystallformen ihres Wirtes gegeben wird. So sind die Flüssigkeitseinschlüsse im Steinsalz kubisch (Taf. VIII Fig. 5), im Calcit oft rhomboëdrisch, im Quarz dihexaëdrisch u. s. w. Die Dimensionen wechseln in sehr weiten Grenzen, so dass in demselben Krystall neben mit unbewaffnetem Auge erkennbaren Flüssigkeitseinschlüssen sich solche finden, die man auch bei recht starken Vergrösserungen nur als eine wolkige Trübung der Mineralsubstanz wahrnimmt. Besonders gross sind die Einschlüsse von flüssiger Kohlensäure und Wasser im Rauchquarz von Branchville Conn., die z. T. mit blossem Auge erkannt werden. Einschlüsse von flüssiger Kohlensäure von 1 mm Ausdehnung, wie sie W. Prinz[2]) in Sapphiren beobachtete, gehören schon zu den Ausnahmen, und noch seltener mag es vorkommen, dass man, wie Brewster, einen in Sapphir liegenden Hohlraum von $^1/_3$ Zoll Länge antrifft, welcher zu zwei Drittel mit der bei 28° verschwindenden, also sehr reinen flüssigen Kohlensäure gefüllt ist.

Die Flüssigkeiten erfüllen den Raum, in welchem sie sich befinden, bald ganz, bald nur zum Teil, wie dieses Fig. 5 Taf. VIII zeigt. Im letzteren Fall ist das Aussehen ein verschiedenes je nach dem Grössenverhältnis zwischen Flüssigkeit und Einschlussraum. Ist so viel Flüssigkeit vorhanden, dass sie den Raum zum grösseren Teil ausfüllt, so wird der Rest von dem Dampf der Flüssigkeit oder einem andern Gase in Form eines beweglichen runden Bläschens eingenommen werden, welches als Libelle bezeichnet werden kann. Es grenzt sich dann diese Libelle gegen die Flüssigkeit mit einem breiten, die Flüssigkeit gegen den Krystall mit einem schmalen dunkeln Rande infolge der totalen Reflexionen ab (s. § 206). Wenn dagegen das Flüssigkeitsvolum im Verhältnis zum Einschlussraum ein kleines ist, und überdies die Flüssigkeit die Krystallsubstanz nicht netzt (Taf. VIII Fig. 4), so nimmt die Flüssigkeit Tropfenform an und umgibt sich mit einer Hülle ihres Dampfes oder eines andern Gases. Es bildet also dann scheinbar die Flüssigkeit eine Libelle, welche

1) Edinb. Phil. Journ. **8**. 1820. 98—100. Phil. Mag. **31**. 1847. 101—104; **33**. 1848. 489—493.

2) Ann. Soc. belge de Microscopie. 1882.

sich nach aussen durch einen dunkeln Rand gegen die Dampfhülle abgrenzt; diese ihrerseits ist dann auch gegen die Krystallsubstanz breit dunkel umrandet. Das Auftreten der Libellen schliesst natürlich mit Sicherheit die Verwechslung von Flüssigkeits- und Gaseinschlüssen aus.

Die in Krystallen eingeschlossenen Flüssigkeiten sind fast stets wasserhell, selten beobachtet man eine gelbliche, ausnahmsweise eine rotgelbe (orange) Färbung; dabei ist abgesehen von den klebrigen Einschlüssen erdölartiger Substanzen.

**206. Die optischen Erscheinungen bei Gas- und Flüssigkeitseinschlüssen** fallen dadurch auf, dass man bei Einstellung auf ver-

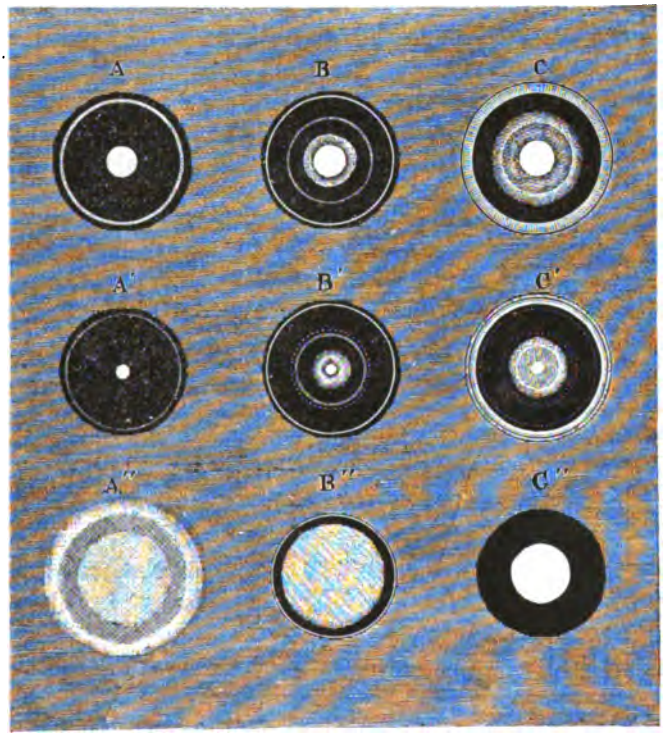



Fig. 259.

schiedene Stellen des Präparats sehr abweichende Bilder erhält. Eine Vorstellung hiervon geben die Abbildungen in Figur 259, die dem Werke W. B. Carpenters, The Microscope and its Revelations, 7. Aufl., London 1891, entnommen sind. Die oberen Figuren ($ABC$) zeigen eine Luftblase in Wasser, die mittleren ($A'B'C'$) eine solche in Canadabalsam und die unteren ($A''B''C''$) einen Oeltropfen in Wasser.

Bei Einstellung auf den tiefsten Punkt einer mit Wasser umgebenen Libelle ($A$ in Fig. 259) sieht man eine stark beleuchtete, scharf begrenzte,

kleine runde Scheibe, die von einem breiten, vollständig dunkeln Kreis umgeben wäre, wenn es gelänge, alles Seiten- und Oberlicht, auch das vom Objektiv reflektierte, vollständig abzublenden. Wegen dieser unter gewöhnlichen Verhältnissen mangelhaften Abblendung treten in dem dunkeln Kreis helle (farbige) Interferenzringe auf, von denen einer in *A* gezeichnet ist. Bei Hebung des Tubus und Einstellung etwa auf die Aequatorialebene des Einschlusses umgibt sich die innere helle Scheibe mit einem verwaschenen Ring, während die äussere Begrenzung, abgesehen von Beugungsbildern, scharf bleibt (*B*). Bei abermaliger Hebung des Tubus, etwa auf die Oberfläche der Kugel, erhält auch der dunkle Kreis aussen eine Schattierung (*C*). — Bei Einbettung der Libelle in Canadabalsam anstatt in Wasser treten ähnliche Erscheinungen auf, nur werden die hellen Innenscheiben und die verwaschenen Ränder etwas kleiner, wie dies aus *A′B′C′* der Figur 259 bei Tief-, Mittel- und Hochstellung des Tubus zu ersehen ist. Uebertrifft die Lichtbrechung des Einschlusses die des umgebenden Mediums, so kehrt sich die Erscheinung um; das scharf begrenzte Mittelfeld entsteht bei Hochstellung, die verwaschene Kontur des dunkeln Ringes bei Tiefstellung des Tubus, während bei mittlerer Lage ein Bild, etwa wie in *B″* auftritt.

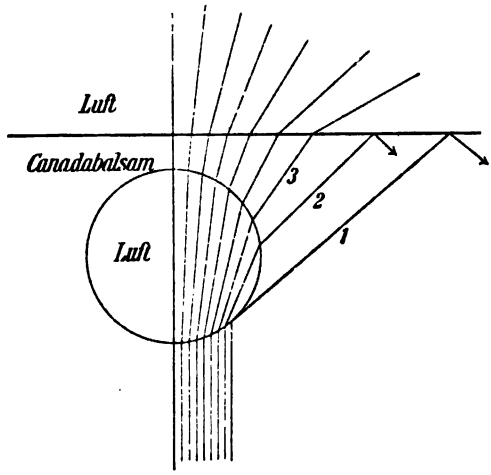


Fig. 260.

Diese wechselvollen Erscheinungen sind mehrfach auf Totalreflexionen zurückgeführt worden; indessen scheinen die Reflexionen hier eine geringere Rolle zu spielen als die Ablenkungen durch Brechung und die Begrenzungen durch die Aperturen der Beleuchtungslinsen und der Objektive. Figur 260 zeigt den Gang eines in senkrechter Richtung einfallenden Strahlenbündels. Der äusserste Strahl rechts, der bei dem Uebergang von Canadabalsam in Luft unter dem Winkel von 48° 36′ totale Reflexion erleidet, erfährt eine zweite Totalreflexion an der Oberfläche des Deckglases, und dieses Schicksal erleiden auch noch eine Reihe anderer Strahlen, die an der Libelle noch nicht total reflektiert wurden, wie der Strahl 2. Aber auch Strahl 3, der zwar den Uebergang aus dem Deckglas in Luft findet, ist so stark abgelenkt, dass er von Trockensystemen nicht aufgenommen wird. Die Verhältnisse komplizieren sich noch weiter, wenn man den Gang von anderen einfallenden Strahlenbündeln verfolgt, wobei man findet, dass keine einfache Beziehung zwischen den Radien der hellen Scheiben und dunkeln Ränder einerseits, und den Brechungsverhältnissen andererseits besteht. Bei der Voraussetzung gleicher Aperturen lässt sich nur

soviel sagen, dass die dunkeln Ränder der Gaseinschlüsse breit, die der Flüssigkeitseinschlüsse schmal und die der Einschlüsse von festen Körpern noch schmäler werden.

**207. Die Brownsche Molekularbewegung.** Die in den Flüssigkeitseinschlüssen vorkommenden Libellen zeigen sehr oft eine scheinbar spontane Bewegung, indem sie bald langsam pendelartig hin und her schwanken, bald in lebhaftem Tanze und wechselnder Richtung durch die Flüssigkeit dahineilen. Diese Beweglichkeit pflegt um so grösser zu sein, je kleiner die Libelle ist; grosse Libellen bleiben stationär. Es gelingt leicht, diese Bewegung bei kleinen Libellen künstlich hervorzubringen, wenn sie nicht vorhanden ist, indem man dem Einschlusse einseitig durch Annäherung eines an seinem Ende erhitzten Glasstabes oder durch Daraufblasen eines erhitzten Luftstromes aus einer feinen Glasröhre Wärme zuführt. Ueber die Glasröhre schiebt man an geeigneter Stelle einen passenden Metallzylinder, welcher erhitzt wird, und verbindet das andere Ende mit einem kleinen Gummiballon, durch dessen Druck man die Luft durch die vermittelst des Metallzylinders geheizte Glasröhre treibt. Grosse Libellen sind auf diese Weise nur ausnahmsweise in Bewegung zu setzen; sobald aber durch hinreichende Erhitzung und dadurch bedingte Expansion der Flüssigkeit die Libelle auf die geeignete Grösse reduziert ist, tritt auch hier die Bewegung ein. Dabei macht man die eigentümliche Wahrnehmung, dass die Libelle von der Wärmequelle in manchen Fällen angezogen, in andern Fällen dagegen abgestossen wird. Man kann an geeigneten Libellen den Versuch in beliebiger Reihenfolge rasch hintereinander und stets mit dem gleichen Resultate wiederholen, so lange die angewandten Temperaturen nicht zu sehr variieren. Durch die einseitige Wärmezufuhr wird einmal die Oberflächenspannung der Flüssigkeit auf der erwärmten Seite des Einschlusses, der als Kapillarröhre zu denken ist, verringert und dadurch die Libelle der Wärmequelle zugetrieben; andererseits wird auf der erwärmten Seite ein Teil des in der Flüssigkeit gelösten Gases frei, dadurch die Oberflächenspannung erhöht und also die Libelle von der Wärmequelle fortgetrieben. Der relative Wert dieser beiden Erscheinungen, der mit der Temperatur sich ändern kann, bedingt Anziehung oder Abstossung der Libelle.

Diese, besonders bei den lebhaft sich bewegenden Libellen anfangs sehr überraschende Erscheinung wurde zuerst von dem englischen Botaniker R. Brown 1827 beobachtet [1]) und nach ihm die Brownsche Molekularbewegung genannt, wenn es sich auch natürlich nicht etwa um die sichtbar gemachte Bewegung der Moleküle handeln kann. Sie hat später zu wiederholten Untersuchungen Veranlassung gegeben, von denen

---

1) Phil. Mag. 4. 1828. 161—163; 6. 1829. 161—166; Pogg. Ann. 14. 1828. 294—313.

hier nur die von Chr. Wiener[1]), S. Exner[2]), W. N. Hartley[3]) und G. W. Hawes[4]) genannt werden mögen.

Die besprochene Bewegung beschränkt sich keineswegs auf die Libellen, sondern ist an jedem kleinen, in einer Flüssigkeit suspendierten Körperchen zu beobachten. Sehr gut eignet sich dazu jeder durch passende Verdünnung durchsichtig gemachte Tuschtropfen, den man unter einem Deckglas ausbreiten und bei sehr starker Vergrösserung betrachten muss. — Bei der Schätzung der Geschwindigkeit der pendelnden Bewegungen der Kohleteilchen darf man die wohl 1000fache Vergrösserung nicht ausser acht lassen. Ein solches Tuschepartikelchen mochte nach meinen Beobachtungen etwa 10 Hin- und Herbewegungen in einer Sekunde ausführen, wie durch Vergleich mit einer schwingenden Saite geschätzt wurde, und dabei Amplituden bis zu etwa 0.0005 mm = $^1/_2\,\mu$ erreichen. Auf geradlinige Bewegung umgerechnet, ergibt dies einen Weg von $^1/_{100}$ mm in einer Sekunde. Wir haben es also mit einer sehr langsamen Bewegung zu tun, die noch etwa dreimal langsamer als die der Spitze des grossen Zeigers einer Taschenuhr erfolgt.

Es ist, zumal durch die Versuche des allzufrüh dem Dienst der Wissenschaft entrissenen G. W. Hawes, überaus wahrscheinlich gemacht worden, dass die scheinbar spontane Bewegung der Libellen in den Flüssigkeiten, über deren Ursache man sehr verschiedene Vermutungen aufgestellt hat, ebenfalls durch stete Temperaturschwankungen bedingt ist, da sie aufhört, wenn man die Temperatur in dem Präparat auf dem Mikroskoptisch allenthalben gleich und konstant macht. Dass auf die Art und Geschwindigkeit der Libellenbewegung übrigens auch der mehr oder weniger viskose Zustand der Fluida und der Verlauf der Einschlusswandungen von grossem Einfluss sein muss, liegt auf der Hand.

Die Beweglichkeit der Libellen ist ein vollgültiger Beweis für den flüssigen Aggregatzustand der Einschlüsse, in denen sie auftreten und bildet ein wichtiges Unterscheidungsmittel gegenüber den Glas- und Schlackeneinschlüssen.

**208. Entstehung der Gas- und Flüssigkeitseinschlüsse.** Die Gaseinschlüsse können bei allen Arten von Krystallisationen, also in wässerigen oder schmelzflüssigen oder gasigen Lösungen — im letzteren Falle auf dem Wege der Sublimation — entstehen. Ihre Bildung bei sublimierten Krystallen bedarf keiner weiteren Begründung. Ihre primäre Entstehung bei wässerigen Lösungen hat J. W. Retgers[5]) sehr ansprechend erklärt, indem er an die Tatsache anknüpft, dass Wasser und andere Lösungsmittel Gase absorbieren und unter gewissen physikalischen

1) Pogg. Ann. **118**. 1863. 90.
2) S. W. A. **56**. 1867. 116–123.
3) Proc. R. Soc. London. **26**. 1878. 137; 150.
4) Amer. Journ. **21**. 1881. 208—209.
5) Z. phys. Chem. **9**. 1892. 274.

Bedingungen wieder abscheiden können. Verliert z. B. eine wässerige Lösung durch Verdampfung Wasser und durch Krystallisation Salz, so werden sich auch die gelösten Gase allmählich ausscheiden und an die Oberfläche der wachsenden Krystalle in Form kleiner Bläschen ansetzen, wie sich die Kohlensäurebläschen an einen Stab ansetzen, den man in Sodawasser taucht. Natürlich können diese Gasausscheidungen auch durch Temperaturverminderungen erfolgen, wie schon Sorby an die Luftporen im Eis treffend erinnert. Befindet sich ein derartiges, bei kleinen Dimensionen ausserordentlich fest haftendes Bläschen an der Oberfläche eines im Wachstum begriffenen Krystalls, so sieht man ein, dass um das Bläschen herum die Mutterlauge stagniert und nicht so leicht durch Ströme übersättigter Lösung verdrängt wird. Auf eine kleinere oder grössere Entfernung um das Gasbläschen wird also kein Wachstum stattfinden, sondern ein mehr oder weniger grosser Mutterlaugeneinschluss sich bilden, um welchen die Substanz in krystallographischer Orientierung herumwächst und einen sogenannten negativen Krystall bildet. Da nun die Grösse der um das Gasbläschen stagnierenden Mutterlauge von zufälligen Umständen abhängt, so erklärt sich auch das vielfach beobachtete Fehlen eines bestimmten Grössenverhältnisses von Libelle und Flüssigkeit.

Mit dieser Retgersschen Erklärung steht auch die schon von Sorby bei künstlichen Krystallisationen gemachte Beobachtung im Einklang, dass die Zahl der Flüssigkeitseinschlüsse im geraden, ihre Grösse im umgekehrten Verhältnis zur Wachstumsgeschwindigkeit steht. Bei langsamer Krystallisation haben eben die Gase Zeit, sich in der Lösung zu verteilen und an der Oberfläche zu verdunsten, während sie bei schneller Krystallisation an Ort und Stelle ausgeschieden werden.

Dass alle in Mineralien auftretenden Flüssigkeitseinschlüsse primäre seien, ist nicht anzunehmen; vielmehr ist es von vornherein vorstellbar, dass ursprüngliche Gaseinschlüsse oder durch chemische Einwirkungen sekundär entstandene Hohlräume von kapillaren Spalten her mit Flüssigkeit injiziert wurden. Auf den durch Druck bei der Gebirgsfaltung entstandenen Kapillarräumen in den Mineralien ist sehr oft Flüssigkeit eingedrungen.

**209. Die Glaseinschlüsse.** In Mineralien, welche aus schmelzflüssiger Lösung krystallisierten, findet man oft in erstarrter Form Teile ihrer schmelzflüssigen Mutterlauge eingeschlossen und nennt dieselben Glaseinschlüsse (glass cavities Sorby) bei amorpher Erstarrung, Schlackeneinschlüsse (stone cavities Sorby) bei mehr oder weniger krystalliner Ausbildung, sei diese ein die Erstarrung begleitender oder erst später in dem bereits starren Einschluss verlaufender Akt gewesen. Zuweilen sind diese Einschlüsse schon mit unbewaffnetem Auge zu erkennen, wie die bis hirsekorngrossen Glaseinschlüsse in den Quarz- und Feldspatkrystallen des Pechsteins von der Insel Arran, die F. Zirkel beschrieb[1]). Die

1) Z. D. G. G. 23. 1871. 43.

Form dieser Glas- und Schlackeneinschlüsse ist eine ebenso regellose und mannigfache, wie bei den Gas- und Flüssigkeitseinschlüssen, und auch hier beobachtet man oft, dass die Einschlüsse die Formen ihrer Wirte besitzen, z. B. dihexaëdrisch im Quarz (Taf. IX Fig. 1), rhombendodekaëdrisch im Hauyn, parallelepipedisch im Feldspat (Taf. IX Fig. 2) u. s. w. sind. Die Farbe dieser Glaseinschlüsse ist eine mit ihrer chemischen Zusammensetzung, zumal wohl mit dem Eisengehalt des Gesteinsglases wechselnde; sie pflegen farblos in den Gemengteilen der sauren Eruptivgesteine zu sein, sind dagegen sehr oft gelb, rot oder braun gefärbt in denen der basischen Felsarten. Ueberaus häufig haften an diesen Glaseinschlüssen ein oder mehrere, stark dunkel umrandete, durch Temperaturveränderungen nicht bewegliche Gasbläschen (Taf. IX Fig. 1 und 2), ja in manchen Fällen sind die Glasfetzchen siebartig durchlöchert durch die grosse Zahl anhaftender Bläschen. Die Unbeweglichkeit derselben und die gleichzeitige Anwesenheit mehrerer in demselben Glaseinschluss (Taf. IX Fig. 2) sind das beste Unterscheidungsmittel dieser gegenüber den Flüssigkeitseinschlüssen.

Glaseinschlüsse, welche Flüssigkeitseinschlüsse bergen, wurden von F. Zirkel erwähnt[1]). Sorby schrieb die Bildung der Gasbläschen der Kontraktion des erstarrenden Glaseinschlusses zu und erklärte ihr Fehlen durch zu starke Adhäsion des Einschlusses an den Krystallwänden bei geringem Betrage der Kontraktion. Man hat mit Recht gegen diese Erklärung eingewandt, dass eine so starke Volumabnahme, wie sie die oft so zahlreichen Bläschen notwendig erscheinen lassen würden, nicht anzunehmen sei. Da man weiss, dass die natürlichen Silikatschmelzflüsse grosse Mengen von Gasen (Wasserdampf) absorbieren können, die bei Abkühlung oder Druckverminderung entweichen, so gilt hier für das Vorhandensein und Fehlen der Gasbläschen eine ähnliche Erklärung, wie sie in § 208 bezüglich der Libellen gegeben wurde[2]). Dagegen dürfte eine eigentümliche Spannung, die man in der unmittelbaren Nähe dieser Glaseinschlüsse, zumal wenn sie negative Krystalle sind, an ihren Wirten beobachtet, und welche zumeist nur optisch wahrnehmbar ist, stellenweise aber auch sich bis zur Bildung kapillarer Risse steigern kann (Taf. IX Fig. 1), wohl mit der Schrumpfung dieser erstarrenden Schmelzflussteilchen, die kräftig an der Substanz des einschliessenden Krystalls adhärieren, in ursächlichem Zusammenhang stehen.

**210. Die individualisierten Einschlüsse.** Das Vorkommen der individualisierten Einschlüsse, der Einschlüsse von Mineralien in Mineralien, ist eine schon vor Einführung des Mikroskops bei durchsichtigen Mineralien wie Quarz, Glimmer, Kalkspat, wohlbekannte Tatsache und war in einzelnen Fällen (Kryptolith in Apatit) auch chemisch[3]) dar-

1) Z. D. G. G. **19**. 1868. 132.
2) S. auch Vogelsang, Pogg. Ann. **121**. 1864. 116.
3) F. Wöhler, Pogg. Ann. **67**. 1846. 268—272, 424—427.

getan. Die mikroskopischen Untersuchungen haben nur die ausserordentliche Verbreitung derartiger Interpositionen nachgewiesen und die Bedeutung derselben für die Resultate chemischer Analysen in helles Licht gestellt. Auch manche optischen Phänomene (Schillern der Krystalle, Asterismus etc.) hat man durch ihr Vorhandensein erklären können. Man pflegt nun nur diejenigen in den Mineralien eingeschlossenen fremden Krystalle als Interpositionen zu bezeichnen, welche älter als ihr Wirt sind oder sich mit diesem gleichzeitig bildeten, betrachtet dagegen die auf Spaltungsdurchgängen infiltrierten, oder durch Zersetzung und Umwandlung des Wirtes entstandenen Neubildungen nicht als eigentliche Einschlüsse. Die konstante Wiederkehr gewisser Interpositionen in gewissen Wirten lässt vermuten, dass durch die Krystallisation einer bestimmten Verbindung aus einer gemischten Lösung oder Schmelze sofort eine andere Verbindung unlöslich wird und zur Ausscheidung gelangt. Wenn z. B. in einem Dunit-Magma $Mg_2SiO_4$ auskrystallisiert, so scheint die Schmelze in bezug auf $FeCr_2O_4$ übersättigt zu werden[1]).

In denjenigen Gesteinen, welche unter starkem Gebirgsdruck standen, sind die Gemengteile oft einer weitgehenden Zertrümmerung anheimgefallen, in deren Gefolge Lösungen teils auf rein mechanisch orientierten, teils auf durch Gleitung bedingten Flächen Neubildungen hervorbrachten. Die Unterscheidung solcher Neubildungen von ursprünglichen Einschlüssen kann sehr schwierig werden.

Die Menge der individualisierten Einschlüsse in einem Krystall ist oft eine so grosse, dass man geradezu von einer gegenseitigen Durchdringung zweier oder mehrerer stofflich und morphologisch verschiedener Substanzen sprechen kann. Ganz besonders häufig trifft man den Quarz und die sauren Feldspate in dieser gegenseitigen Durchdringung; dieselbe bildet eine eigene, für gewisse Glieder der Quarzporphyr-Reihe charakteristische Erscheinung, die sog. granophyrische Struktur (Taf. X Fig. 4). Auch die basischen Massengesteine zeigen verwandte Phänomene, indem z. B. die grösseren Augiteinsprenglinge derart erfüllt sind mit Apatit, Magnetit, Glimmer, Nephelin, Hauyn u. s. w., dass die Augitsubstanz gewissermassen nur ein Zement für diese verschiedenartigen Mineralien bildet (Taf. IX Fig. 5). Mit solchen Gebilden haben die in den krystallinen Schiefern vorzugsweise auftretenden Perimorphosen eine unverkennbare Analogie.

**211. Die räumliche Anordnung der Einschlüsse.** In vielen Fällen bemerkt man keinerlei gesetzmässige Beziehung in der Anordnung der krystallinen Interpositionen gegen ihre Wirte (Taf. IX Fig. 3) oder gegen einander. Wir wissen jedoch durch die makroskopischen regelmässigen Verwachsungen vieler Mineralien, die neuerdings besonders von O. Mügge[2]) und F. Wallerand[3]) studiert wurden, sowie durch die Unter-

1) Mitteilung von H. Rosenbusch.
2) N. J. B. B. **16**. 1902/03. 335—475.
3) Bull. Soc. Min. Fr. **25**. 1903. 180—222.

suchungen Frankenheims über Krystallisationen, die er sich auf Spaltblättchen von Glimmer, Gyps und Fluorit vollziehen liess[1]), dass ein Krystall richtend auf Krystalle anderer Art einwirken kann, die sich auf ihm bilden. Auch bei den mikroskopischen krystallinen Interpositionen ist vielfach eine bestimmte Anordnung derselben gegen einander und gegen ihren Wirt erkennbar. Taf. IX Fig. 4 zeigt eine solche bei den mikrolithischen Einschlüssen des Hypersthen, die seinen Farbenschiller bedingen. Ebenso wird die in den Tiefengesteinen so verbreitete Durchdringung bei verschiedenen Gliedern der Feldspatreihe (Mikroklin, Albit, Orthoklas) durch streng krystallographische Gesetze geregelt. Der spezielle Teil dieses Buches wird zahlreiche Belege hierfür bringen.

Nicht durch krystallographisch richtende Kräfte, sondern nur durch mechanische Verhältnisse, nämlich die Wachstumsgeschwindigkeit, ist die Erscheinung bedingt, dass sich regelmässige Einlagerungen an gewissen Stellen ihrer Wirte häufen, während andere Teile verhältnismässig oder ganz frei davon sind. Diese Regelmässigkeit zeigt sich daher nicht nur bei krystallinen sondern auch bei andersartigen Interpositionen. Man unterscheidet in dieser Beziehung die zentrale (Taf. X Fig. 1), die peripherische (Taf. X Fig. 2) die zonare (Taf. X Fig. 3) und die in verschiedenen Teilen der Anwachspyramide verschieden erfolgende Anordnung. Bei der zentralen Anordnung sind die inneren Teile des Krystalls voll von Einschlüssen, die äusseren mehr oder weniger frei, bei der peripherischen ist das Umgekehrte der Fall. Bei der zonaren Anordnung liegen die Einschlüsse auf den Oberflächen konzentrischer Krystallschalen. Die Anordnung der Einschlüsse in gewissen, krystallographisch begrenzten Teilen eines Individuums und das Fehlen in anderen Teilen hängt mit der Entstehung der Krystalle aus Anwachspyramiden (§ 202) auf das innigste zusammen. Die schon oben erwähnten Arbeiten Beckes und seiner Schüler müssen auch hier zur Erklärung herangezogen werden. Die Richtungen, nach denen ein Krystall am schnellsten wächst, nach denen, wie man sich ausdrücken kann, die grösste Krystallisationskraft herrscht, sind besonders befähigt, Fremdkörper zurückzuweisen, so dass diese also auf den zugehörigen Flächen nicht zur Ablagerung gelangen; andere Richtungen aber mit langsamem Wachstum vermögen sich der Schmarotzer gleichsam nicht zu erwehren. So hat schon C. E. M. Rohrbach[2]) überzeugend nachgewiesen, dass die bei Chiastolith in den Querschnitten als dunkle Kreuzarme erscheinenden Wände von Einschlüssen nur die Spuren von Prismenkanten darstellen, welche an den Chiastolithkrystallen meist schlecht ausgebildet, häufig eingekerbt sind und so den in der ganzen Lösung vorhandenen Fremdkörpern am ehesten Gelegenheit geben, an diesen ruhigen Stellen liegen zu bleiben, um beim Weiterwachsen der Flächen eingeschlossen zu werden. Damit war die Erklärung des Kreuzes, aber nicht des zentralen Flecks gegeben, die erst aus der Beckeschen Auffassung von den

1) Pogg. Ann. **37**. 1836. 516—522.
2) Z. D. G. G. **39** 1887. 635.

Anwachspyramiden folgt[1]). Becke sieht in dem schwarzen Zentralfleck nichts anderes, als den quer durchschnittenen Anwachskegel der Endfläche. Während auf den Prismenflächen das Wachstum des Chiastolithkrystalls solide fortschreitet, werden auf den Endflächen massenhaft fremde Einschlüsse aufgenommen. Auch der von Pelikan[2]) wiederholte Versuch de Sénarmonts[3]) über die Krystallisation von Strontiumnitrat in einer Farblösung, und die Beobachtungen Mühlhausers[4]) über die regelmässigen Einschlüsse in Gypskrystallen und viele andere, noch nicht unter dem einheitlichen Gesichtspunkt der Beckeschen Anwachskegel gemachten Beobachtungen, gehören hierher.

Da Wachstumsgeschwindigkeit und Einschlussreichtum hiernach in umgekehrtem Verhältnis stehen, so darf man schliessen, dass bei zentraler Anordnung der Einschlüsse das Wachstum des Wirtes sich beschleunigte, bei peripherischer sich verlangsamte, und dass bei zonarer Anordnung Perioden langsamen und raschen Wachstums abwechselten.

**212. Die stoffliche Natur der Einschlüsse** wurde zuerst von H. Davy untersucht[5]), wobei er sich zunächst auf mehr oder weniger makroskopische Vorkommen beschränkte und die gewöhnlichen chemischen Prüfungsmethoden zur Anwendung brachte. So fand Davy in Mineralien, die für Gase undurchdringlich sind, wie im Amethyst von Schemnitz, Bergkrystall von Guanaxuato (?) und im Chalcedon aus pyrogenen Gesteinen Stickstoff, der nach seiner Annahme aus der Atmosphäre herrühren konnte, dessen Sauerstoff von der Flüssigkeit absorbiert war; während in den Hohlräumen der für Gase permeablen Mineralien, wie des Calcit und einiger Chalcedone, die eingeschlossenen Bläschen sich als atmosphärische Luft bestimmen liessen. Bei den impermeablen Mineralien standen die Gase unter sehr geringem Druck ($^1/_8$ bis $^1/_{70}$ Atmosphäre), was sich bei dem vorsichtigen Oeffnen der Hohlräume unter Oel, Wasser und Quecksilber herausstellte. Einmal beobachtete er auch bei einem Krystall (quid?) von Capam d'Hollanda (nicht Capao do lan, wie gewöhnlich angegeben wird) einen Flüssigkeitseinschluss mit sehr kleinem Bläschen, das sich bei der Oeffnung auf das 10 bis 12fache seines früheren Volumens ausdehnte. Die Flüssigkeit war Wasser.

Zu ähnlichen Resultaten wie Davy bei den zuerst genannten Beobachtungen gelangte Gümbel[6]) bei den Untersuchungen der mit Flüssigkeit gefüllten Chalcedonmandeln von Catalan, 30 Leguas NO von Salto in Uruguay. Dieselben ergaben, dass die Gase des Mandelinhalts wahrscheinlich Wasserdampf und atmosphärische Luft von geringem Druck,

---

1) „Lotos" **14**. 1894. 4.
2) T. M. P. M. **13**. 1892. 285.
3) Ann. Chim. Phys. (3) **41**. 1854.
4) T. M. P. M. **20**. 1901. 368.
5) Philosoph. Transact. 1822. 367—376. Ann. Chim. Phys. **21**. 1822. 132—143.
6) S. M. A. 1880. 241—254; 1881. 321—368.

nämlich 65.1 mm Quecksilber waren. Wurde daher die Mandel unfern der Erdoberfläche gebildet, so musste im Augenblick ihres Schliessens dieselbe von einer Atmosphäre von Wasserdampf und Luft umgeben sein, deren Temperatur so hoch war, dass durch Abkühlung der Mandel auf 15.5° C. die Spannung der eingeschlossenen Gase bis auf 65 mm sinken konnte. Das würde auf eine Temperatur von etwa 100° C. schliessen lassen.

**213. Einschlüsse von Wasser sowie flüssiger und gasförmiger Kohlensäure.** Ausserordentlich interessante und wertvolle Untersuchungen über die Flüssigkeitseinschlüsse in Krystallen verdanken wir Sir David Brewster[1]). Derselbe stellte seine Untersuchungen besonders an jenen wasserhellen bis bläulichen Topasgeschieben vom Rio Belmonte in Brasilien an, welche unter dem Namen Pingos d'agoa bekannt sind, zog aber ferner eine grosse Reihe anderer Mineralien, wie Quarz, Cymophan, Olivin, Smaragd, Beryll, Feldspat u. a. in den Bereich seiner Forschungen. Er erkannte, dass in den Flüssigkeitseinschlüssen zwei physikalisch sehr verschiedene Fluida bald einzeln, bald nebeneinander, aber ohne sich zu mischen, vorkommen. Die eine Flüssigkeit zeigte eine sehr geringe Adhäsion an den Wandungen der sie enthaltenden Höhlungen, eine ungemeine Beweglichkeit und eine auffallende Ausdehnung bei Erwärmung, sowie ein sehr geringes Brechungsvermögen, während die Eigenschaften der andern Flüssigkeit meistens sehr gut mit denen des reinen Wassers oder einer mehr oder weniger konzentrierten wässrigen Lösung übereinstimmten. Die Ausdehnung der sehr expansiblen Flüssigkeit wurde von Brewster genau gemessen, indem er das Volumverhältnis der Libelle zu dem Fluidum bestimmte und nun bis zum Verschwinden der Libelle erwärmte. Es ergab sich, dass bei einer Erwärmung von 50° bis 80° F. (10° C.—26.7° C.) die Flüssigkeit sich um ein Viertel ihres ursprünglichen Volumens, von 1 auf 1.25, ausgedehnt hatte, also 82 mal stärker als Wasser, dessen Volumen bei 10° C. und 26.7° C. sich verhält wie 1.000145 : 1.003190 oder wie 1.000000 : 10030445. — Betrug dagegen ursprünglich, d. h. bei gewöhnlicher Temperatur, das Volumen der Flüssigkeit nur $^1/_3$—$^1/_4$ des ganzen Hohlraums, also das der Libelle $^2/_3$—$^3/_4$, so trat bei Erwärmung die entgegengesetzte Erscheinung ein; statt sich auszudehnen und die Libelle zu absorbieren, nahm das Volumen der Flüssigkeit ab und sie verdampfte gänzlich. — Der Brechungsexponent dieser expansiblen Flüssigkeit wurde im Topas zu 1.1311 bestimmt, während der der andern nicht expansiblen Flüssigkeit sich auf 1.2946, also weit näher dem des Wassers, stellte, welchen Brewster = 1.3358 fand. — Oeffnete Brewster die Einschlüsse im Topas und gelangte die expansible Flüssigkeit auf die Krystalloberfläche, so breitete sie sich aus, kam in wallende Bewegung und ver-

1) Edinb. Phil. Journ. 9. 1823. 94—95, 268—270, 400. Transact. R. S. Edinb. 10. 1826. 1—42; 407—427. Pogg. Ann. 7. 1826. 469—488; 489—514 und zahlreiche andere Aufsätze des Verfassers.

dunstete in 10—12 Minuten, meistens mit Hinterlassung eines Rückstandes von kleinen getrennten festen Teilchen, die bei Annäherung eines warmen Gegenstandes wieder flüssig wurden. Wärme verflüchtigte diese Teilchen, und in Salzsäure, Schwefelsäure und Salpetersäure lösten sie sich ohne Brausen.

Brewster zog aus seinen Beobachtungen den Schluss, dass die stark expansible Flüssigkeit ein komprimiertes Gas sein müsse, konnte aber dieselbe mit keinem bekannten Körper identifizieren. Erst lange nachdem Thilorier im Jahre 1835 seine Untersuchungen über liquide und feste Kohlensäure[1]) veröffentlicht hatte, sprach R. Th. Simmler[2]) 1858 die Vermutung aus, dass die von Brewster in manchen Mineralien, zumal in Topas, entdeckte expansible Flüssigkeit liquide Kohlensäure sei und begründete seine Ansicht durch eine Vergleichung der von Brewster und Thilorier gefundenen Konstanten beider. So liess sich aus Brewsters Versuchen der Ausdehnungskoëffizient des expansiblen Fluidums zwischen 10.6° C. und 26.7° C. zu 0.01497 für 1° C., nach Thilorier derjenige der liquiden Kohlensäure in den Grenzen von 0°—30° C. zu 0.015 für das gleiche Temperaturintervall ermitteln; ähnliche Uebereinstimmung ergab sich für die übrigen Eigenschaften. Genaue Temperaturmessungen über das Verschwinden und Wiedererscheinen der Libellen stellte Alexis A. Julien an[3]), indem er den ganzen Schliff in ein kleines Wasserbad tauchte. Die fragliche Temperatur lag bei etwa 28° C.

Die Beobachtung Brewsters, dass in ein und demselben Einschluss die expansible Flüssigkeit (liquide Kohlensäure) unvermischt mit einer andern (Wasser) vorkomme, lässt sich in zahlreichen Fällen bei dem Studium der Flüssigkeitsinterpositionen des Quarzes in granitischen Gesteinen und krystallinen Schiefern, des Bergkrystalls, des Topases, Berylls u. s. w. wiederholen (Taf. VIII Fig. 6), und stützt in hohem Grade die Vermutung Simmlers. Die Erscheinung dieser Flüssigkeitseinschlüsse mit doppelter Libelle, wie man sie zu nennen pflegt, oder dieser Einschlüsse zweier sich nicht mischender Flüssigkeiten, wie sie richtiger heissen sollte, ist dann eine solche, dass die nicht stark ausdehnbare, das Mineral netzende Flüssigkeit die peripherischen Teile des Einschlusses einnimmt, während die liquide und die gasförmige Kohlensäure die zentralen Teile okkupiert; und zwar umhüllt die liquide Kohlensäure die gasförmige, beide mit sphäroidaler Form, wenn die Menge der flüssigen eine relativ grosse ist. Umgekehrt wird ein Tropfen der flüssigen Kohlensäure durch die gasförmige von dem Wasser getrennt, wenn das Mengenverhältnis ein umgekehrtes ist. Die Lage der breiteren und schmäleren durch Totalreflexion entstehenden Grenzränder lässt im allgemeinen diese beiden Fälle sicher unterscheiden. Ob zwischen der Kohlensäure und der Einschlusswand Wasser vorhanden ist, oder nicht, darüber belehrt gleichfalls die

1) Pogg. Ann. **86**. 1835. 141.
2) Pogg. Ann. **105**. 1858. 460—466.
3) Journ. Amer. Chem. Soc. **8**. 12 Seiten.

Beobachtung der Grenzränder oder aber ein Erwärmungsversuch, durch welchen im ersteren Fall die äussere Grenzlinie der Kohlensäure nach aussen verschoben wird, im zweiten nicht.

Nach David Brewster nahm zuerst Cl. Sorby[1]) die Untersuchungen über die chemische Natur der Flüssigkeitseinschlüsse wieder auf und bestätigte die von Brewster gemachten Angaben.

Den positiven Beweis dafür, dass die expansible Flüssigkeit in den Einschlüssen liquide Kohlensäure sei, gaben erst H. Vogelsang und H. Geissler[2]). Ersterer fand in einem Bergkrystall von unbekanntem Fundort (wahrscheinlich Madagaskar oder Ceylon) zahlreiche Flüssigkeitseinschlüsse von 0.2 mm bis zu verschwindender Grösse, von unregelmässiger Gestalt oder in der Form von negativen, aus Dihexaeder und Säule bestehenden Krystallen. Flüssigkeit und Libelle waren verhältnismässig dunkelrandig, die Libelle unbeweglich; sie verliess ihre Lage erst bei Temperaturveränderungen. Die Flüssigkeit benetzte den Quarz nicht und liess also kapillare Teile des Hohlraums unerfüllt, so dass sie sich in sphäroidaler Gestalt nach aussen abgrenzte. Bei Erwärmung aber trat das Fluidum mit konvexem Meniskus in die kapillaren Teile der Pore ein. Bei einer Erwärmung von 22° C. auf 32° C. dehnte sich die Flüssigkeit etwa um die Hälfte ihres Volumens aus, denn bei 22° C. war Fluidum zu Libelle etwa wie 2 : 1, bei 32° C. war die Libelle verschwunden. Die Ausdehnung war also eine noch stärkere, als sie Thilorier gefunden hatte, ein Umstand, der sich durch die mancherlei Fehlerquellen bei mikroskopischen Messungen erklärt. Im Topas vom Rio Belmonte verschwand die Libelle zwischen 30° C. und 31° C.

Zum direkten Nachweis der Kohlensäure bedienten sich Vogelsang und Geissler der Spektralanalyse. Das gröblich zerkleinerte Material wurde in die Retorte *K* gebracht, welche luftdicht in ein Seitenrohr der Spektralröhre *S* eingefügt war (Fig. 261). Durch ein oberes Seitenrohr kommunizierte diese mit einer Luftpumpe, mit welcher die Verbindung durch den Hahn *L* hergestellt und unterbrochen werden konnte. Unter gelindem Erwärmen wurden die Röhren so weit evakuiert, dass der Strom kaum noch durchging. Dann wurde bei *K* stark erhitzt bis zur Dekrepitation, nach deren Eintritt bei Schliessung des Stromes die Verbindung durch eine starke Lichtlinie in der Spektralröhre *S* hergestellt erschien. Diese ergab bei Untersuchung mit dem Spektralapparat das Spektrum der reinen Kohlensäure mit kaum einer Spur der roten Wasserstofflinie. Als grössere Mengen desselben Quarzes in geschlossener Röhre gesprengt wurden, und man diese unter Kalkwasser öffnete, trat Trübung desselben ein[3]).

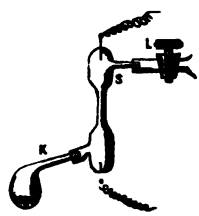


Fig. 261.

1) Quart. Journ. G. S. London. 14. 1858. 453—500; Proc. Roy. Soc. London. 1869. 291—302.

2) Pogg. Ann. 187. 1869. 56—75, ferner H. Vogelsang im gleichen Bd. S. 257—271.

3) A. E. v. Nordenskjöld hat (G. F. i Stockholm Förhdl. 1885. VII. 758 und

Die gleiche Untersuchungsmethode wurde von Vogelsang noch angewandt auf Bergkrystall aus dem Maderaner Tal, Amethyst von Schemnitz, Bergkrystall von Poretta bei Bologna und Quarz aus dem Granit von Johann-Georgenstadt, bei deren Flüssigkeitseinschlüssen eine Veränderung des Volumenverhältnisses von Libelle und Flüssigkeit trotz Erwärmung auf 100° C. nicht beobachtet wurde. Die Spektraluntersuchung ergab die Anwesenheit von viel Wasser und wenig Kohlensäure, und Vogelsang hält deshalb die Annahme für wahrscheinlicher, dass die Einschlüsse kohlensäurehaltiges Wasser und eine Libelle von gasförmiger Kohlensäure seien, als dass sie aus Wasser mit einer Libelle liquider Kohlensäure beständen.

Die hier mitgeteilten Beobachtungen stehen nicht immer in vollkommenem Einklang mit den Gesetzen, welche nach Cagniard de la Tour und Andrews für das Verhalten der Flüssigkeiten oberhalb ihres kritischen Punktes gelten. Doch erklären sich diese Differenzen z. T. aus den sehr mangelhaften Temperaturbestimmungen, welche die in Gebrauch befindlichen Erwärmungsapparate gestatten, z. T. auch wohl aus Verunreinigungen der in den Einschlüssen vorhandenen liquiden Kohlensäure. Gibt man den Temperaturbestimmungen durch Eintauchen des Objekts und des Objektivs in eine bedeutendere Wassermenge grössere Genauigkeit, indem man sich wie Alexis A. Julien[1]) eines auf den Objekttisch zu setzenden Glastroges bedient, oder wie Th. Erhard und A. Stelzner[2]) das ganze Mikroskop bis über die Objektivlinsen in Wasser eintaucht, so verlaufen die Erscheinungen genau so, wie es die physikalischen Gesetze für das Verhalten von Flüssigkeiten unterhalb oder oberhalb ihres kritischen Punktes fordern. Erwärmt man einen Flüssigkeitseinschluss, welcher liquide und gasförmige Kohlensäure enthält, allmählich, so wird man konkordant mit den Brewsterschen Beobachtungen eine Expansion der Flüssigkeit und also eine Verkleinerung der Gaslibelle, oder aber ein Verdunsten der Flüssigkeit und demnach eine Vergrösserung der Libelle wahrnehmen, je nach den relativen Mengen von Fluidum und

---

N. J. 1886. I. 242) die Deutung der besprochenen Einschlüsse als liquide Kohlensäure angegriffen, indem er sich besonders darauf stützte, dass teils spontan, teils erst beim Glühen der brasilianischen Topase mit diesen Interpositionen sich eine Substanz in denselben und in deren Nähe abscheide, welche durchaus ähnlich der nach dem Glühen harzähnlicher organischer Substanzen zurückbleibenden Kohle sei. Er schliesst daraus, dass die für liquide Kohlensäure gehaltene Substanz ein Kohlenwasserstoff sei. Diese Beweisführung ist wohl nicht genügend; höchstens könnte sie dartun, dass neben der liquiden Kohlensäure ein Kohlenwasserstoff vorhanden war. H. Rosenbusch hat schon während seines Strassburger Aufenthaltes in Gemeinschaft mit Fr. Rose die Flüssigkeitseinschlüsse in der gelben Zinkblende von Picos de Europa in Asturien, wegen ihres abnormen Verhaltens bei Erwärmung, untersucht (diese Physiographie 3. Aufl. 1892. 56) und gefunden, dass sie aus liquider Kohlensäure bestanden, welcher nicht unbeträchtliche Mengen eines paraffinähnlichen Körpers beigemengt waren. Auch hier finden sich auf den Blätterdurchgängen um die Einschlüsse dendritische Absätze einer kohleähnlichen Substanz. Doch wurden dieselben nicht untersucht.

1) Journ. Amer. Chem. Soc. 3. S. 4 d. Sep.

2) T. M. P. M. 1. 1878. 450—458.

Dampf. Doch bleibt diese Erscheinung nur so lange erhalten, als die Temperatur den kritischen Punkt der Kohlensäure nicht erreicht, welcher nach Andrews bei 30.92° C. liegt. Tritt diese Temperatur vor völliger Absorption der Libelle, resp. vor völliger Verdampfung der Flüssigkeit ein, so verschwindet auf einmal die Grenze zwischen Flüssigkeit und Dampf durch plötzlichen Uebergang aller Flüssigkeit in Dampfform. Dabei beobachtet man, wenn die Einschlüsse recht gross sind, ein auffallendes Nebligwerden der Grenzfläche unter wallender Bewegung; bei den sehr mikroskopischen Einschlüssen jedoch ist diese Beobachtung nicht zu machen. Lässt man nun die Temperatur sinken, so lassen sich, wenn der kritische Punkt nicht überschritten wurde, dieselben Erscheinungen rückläufig beobachten. War jedoch der kritische Punkt bei steigender Temperatur überschritten, so sieht man sofort, wenn bei Abkühlung derselbe wieder erreicht wird, ein Aufkochen in dem Einschlusse, indem sich an vielen Orten zugleich Bläschen bilden, welche sich rasch oder allmählich vereinigen, bis nach vollständiger Abkühlung der Anfangszustand wieder erreicht ist. Es entsteht gewissermassen ein Regen flüssiger Kohlensäure in einer Kohlensäure-Atmosphäre.

Man hat hierdurch ein sehr sicheres Mittel, den kritischen Punkt der eingeschlossenen Flüssigkeit zu bestimmen. Die dahin zielenden Beobachtungen haben nun meistens erkennen lassen, dass der kritische Punkt dieser expansiblen Flüssigkeit unter demjenigen der reinen Kohlensäure liegt, und dass die Libellen, wenn der kritische Punkt nicht erreicht wurde, bei niedrigerer Temperatur wiederkehren, als derjenigen, bei welcher sie verschwanden. Die Temperaturbeobachtungen Juliens zeigten übrigens nur einen Unterschied von meistens kaum 0.1° zwischen Verschwinden und Wiedererscheinen der Libelle. Diese Differenz erklärt man durch die Adhäsion der sich abkühlenden Flüssigkeit an den Grenzflächen (Wasser); die Erniedrigung des kritischen Punktes wird nach Andrews dadurch zu erklären sein, dass der Kohlensäure ein nicht koerzibles Gas beigemengt ist. Die Vermutung, dass dieses konstante Gas Stickstoff sei, ist direkt durch die analytischen Untersuchungen von A. W. Wright[1]) an den Einschlüssen des Rauchquarzes von Branchville, Conn., als zutreffend erwiesen. Wright fand den Inhalt dieser gedoppelten Flüssigkeitseinschlüsse aus 30.48% $CO_2$, 0.50% N und 69.02% $H_2O$ zusammengesetzt; auch konnten Spuren von $H_2S$, $SO_2$, $H_3N$, F und Cl (?) nachgewiesen werden. Durch solche Beimengungen konstanter Gase kann der kritische Punkt der Kohlensäure eventuell bis auf 20° C. erniedrigt werden.

**214. Die in den Wassereinschlüssen gelösten und ausgeschiedenen Bestandteile.** Schon Brewster hatte in den Flüssigkeitseinschlüssen des Topases und Quarzes, teils aufgewachsen an den Wandungen, teils freiliegend und beweglich, feste Krystalle wahrgenommen. Bei Er-

1) Amer. Journ. 21. 1881. 209—216.

wärmung lösten sich dieselben in der Flüssigkeit auf und krytallisierten beim Erkalten wieder aus, entweder an der Stelle, wo sie früher sassen, wenn sie nämlich nicht ganz geschmolzen waren, oder aber, wenn dies geschehen war, an beliebiger anderer Stelle. Andere solcher eingeschlossener Krystalle dagegen waren unlöslich. In einem Aufsatze: On the existence of crystals with different primitive forms and physical properties in the cavities of minerals etc. [1845] London. Edinb. and Dublin Philos. Mag. and Journ. of Science Bd. 31. 497. 1847 [1]) beschreibt er auch eine Reihe von ihm daran beobachteter Krystallformen und untersucht ihre optischen Eigenschaften. Er glaubte, wenn er eine Elastizitätsaxe im umschliessenden Krystall parallel mit der Schwingungsebene des Polarisators stellte, zwei reguläre, also isotrope Spezies unter den in den Flüssigkeitseinschlüssen befindlichen Krystallen zu entdecken, von denen die eine leicht, die andere nicht schmelzbar war; und drei anisotrope, von denen die eine leicht, die zweite schwer, und die dritte unschmelzbar war. — In einem Quarz von Quebec fand Brewster Flüssigkeitseinschlüsse mit den Eigenschaften des Wassers, worin Krystalle von Kalkkarbonat schwammen.

Nach den Untersuchungen von H. Davy erwies sich die Flüssigkeit in den Amethysten von Schemnitz als reines Wasser mit Spuren gelöster alkalinischer Sulphate, in den aus Chalcedonen isolierten Flüssigkeiten entstand durch Silbernitrat oder Chlorbaryum eine kaum merkliche Trübung. — In einem Bergkrystall von La Gardette (Dauphiné) fand sich eine braune, klebrige Flüssigkeit mit grosser Blase; erstere gefror und wurde opak bei 13°.3. C. Nach Durchbohrung drang das Wasser sofort ein, erfüllte den ganzen Raum und wurde trübe. Die eingeschlossene Flüssigkeit schwamm auf Wasser, roch nach Naphtha und verbrannte mit weisslichem Rauch.

Eine von W. Nicol [2]) gemachte Beobachtung, wonach die aus Baryt und Fluorit infolge des hohen Drucks austretende Flüssigkeit zu Baryt und Fluorit ohne merkliche Volumabnahme krystallisierte, ist bis jetzt nicht bestätigt. In den Flüssigkeitseinschlüssen des Steinsalzes fand er $MgCl_2$ und wenig $CaCl_2$ [3]). Diese Steinsalzeinschlüsse sind nach Sorby meistens ohne Libelle, ganz mit Fluidum und mit Schlamm erfüllt, oder enthalten nur eine sehr kleine Libelle. Aehnlich lagen die Verhältnisse bei Calcit aus Tuffen, Gängen und Trappgesteinen, ferner bei Fluorit, Baryt, Cölestin und anderen Gangvorkommnissen, so dass bei Bildung dieser Einschlüsse, wenn man nicht sehr hohen Druck dabei voraussetzen will, eine normale Temperatur herrschen musste, die jedenfalls nicht die des kochenden Wassers überschreiten konnte. In Quarzen aus Gängen und Adern fand er Flüssigkeitseinschlüsse, deren Inhalt sich als reines Wasser mit einem zwar wechselnden aber geringen Gehalt an Chloralkalien, Alkali-

1) S. auch Transact. Edinb. Roy. Soc. **16**. 1849. 11—22.
2) Edinb. New. Philos. Journ. **5**. 1828. 94—96. Pogg. Ann. **13**. 1828. 510—513.
3) Edinb. New. Philos. Journ. **7**. 1828. 111—113. Pogg. Ann. **18**. 1830. 606—607.

und Kalksulphaten und freier Salzsäure herausstellte. Ebenso fand Sorby im Quarz, Feldspat und Glimmer der granitischen Gesteine, sowie in manchen Mineralien der Somma-Auswürflinge, die Flüssigkeit in den Hohlräumen als eine stark wässrige Lösung der genannten Salze, denen sich noch hier und da freie Schwefelsäure zugesellte.

Eine weitere Reihe von interessanten Beobachtungen über die physikalischen Eigenschaften mancher Flüssigkeitseinschlüsse in Edelsteinen veröffentlichte Sorby in einem Aufsatz: On the Structure of Rubies, Sapphires, Diamond and some other minerals by H. Cl. Sorby and P. J. Butler. Proc. Roy. Soc. No. 109. 1869. 291—302.

Gümbel fand in dem Wasser der Enhydros, welches er vor dem Zertrümmern des Steins gefrieren liess, mikroskopische Krystallisationen von Quarz und Chlorit. Der Trockenrückstand des Wassers betrug 0.04%, von dem etwa 16% in Wasser löslich waren; ferner wurden nachgewiesen: Kohlensäure, Schwefelsäure, Chlor, Kalk, nebst geringen Mengen von Kali und Natron, sowie Spuren von Eisen und Magnesia. Der in Wasser unlösliche Rest war zu $^9/_{10}$ in verdünnter Salzsäure löslich und bestand aus kohlensaurem Kalk nebst geringen Mengen von Gyps. Das in HCl ungelöste Zehntel erwies sich der Hauptsache nach als Kieselsäure. Eine schwach bräunliche Färbung der Flüssigkeit beim Eintrocknen wird auf die Anwesenheit von organischen Stoffen zurückgeführt.

Das Vorhandensein krystallinischer Ausscheidungen mannigfacher Art in den Flüssigkeitseinschlüssen sehr verschiedener Mineralien ist von den verschiedensten Forschern nachgewiesen. Zu erwähnen ist besonders die auffallende Verbreitung von würfelähnlichen Krystallen in den Flüssigkeitseinschlüssen des Quarzes der verschiedensten krystallinen Gesteine und mancher anderer Mineralien (Taf. IX Fig. 6). Zirkel[1]) hat es für diese Würfelchen in den Flüssigkeitseinschlüssen eines Quarzes von Laurvik sehr wahrscheinlich gemacht, dass sie Kochsalz seien, und man hat sich daran gewöhnt, sie als Chlornatriumwürfel zu bezeichnen. Indessen konnte schon Vogelsang bei gewissen derartigen Vorkommnissen spektralanalytisch keine Alkalien nachweisen; er war geneigt, diese Gebilde für Quarzrhomboeder zu halten. Bei Erwärmung von Präparaten eines Granitporphyrs von Rothau, Elsass, zeigte Rosenbusch, dass erst bei 70° C. eine Lösung der Würfelchen begann, die mit zunehmender Temperatur rasch weiter schritt. Das widerspricht den bekannten Löslichkeitsverhältnissen des Chlornatriums. — In seltenen Fällen findet man andere krystalline Ausscheidungen in den Flüssigkeiten; so beobachtete z. B. Sorby Alkalikarbonate im Idokras der Somma, Zirkel Nadeln, die er für Amphibol hält, neben Würfelchen im Quarz des Granitgneisses von Rawlings Peak, Wyoming.

Cl. Sorby ahmte diese Erscheinungen künstlich nach und gab dadurch ihre Erklärung. Er liess bei normaler Temperatur Kochsalz aus einer Lösung auskrystallisieren, die mit doppelt chromsaurem Kali ver-

1) N. J. 1870. 804.

setzt war; die Krystalle enthielten gelbe Flüssigkeitseinschlüsse. Sättigte er die Lösung bei hoher Temperatur mit beiden Salzen und liess bei derselben hohen Temperatur krystallisieren, so bildeten sich dieselben Einschlüsse; erkalteten aber dann die Krystalle und verminderte sich dadurch die Lösungsfähigkeit der eingeschlossenen Flüssigkeit für das doppelt chromsaure Kali, so schieden sich allmählich Krystalle dieses Salzes in den Flüssigkeitseinschlüssen aus. Liess er dagegen die bei 100° C. gesättigte Lösung bei abnehmender Temperatur krystallisieren, so lagen die ausgeschiedenen Krystalle von Kaliumbichromat nicht in den Flüssigkeitseinschlüssen, sondern ragten aus ihnen heraus in die Krystallmasse ihres Wirtes hinein. Die Bedingungen, unter denen aus Flüssigkeitseinschlüssen krystallinische Ausscheidungen stattfinden, sind also ganz analog denen, unter welchen ein Glaseinschluss zu einem entglasten Einschluss (stone-cavity) wird. Ganz ebenso können endlich auch aus Dampfporen krystallinische Ausscheidungen entstehen, wenn die eingeschlossenen Sublimationsprodukte sich abkühlen. Sorby fand dieselben wirklich in den genannten Poren der Nepheline in den Somma-Auswürflingen.

Um die Menge des in Flüssigkeitseinschlüssen vorhandenen Wassers, welches die mikroskopische Untersuchung dargetan hatte, auch direkt nachzuweisen, konstruierte Fr. Pfaff[1]) einen in Fig. 262 abgebildeten

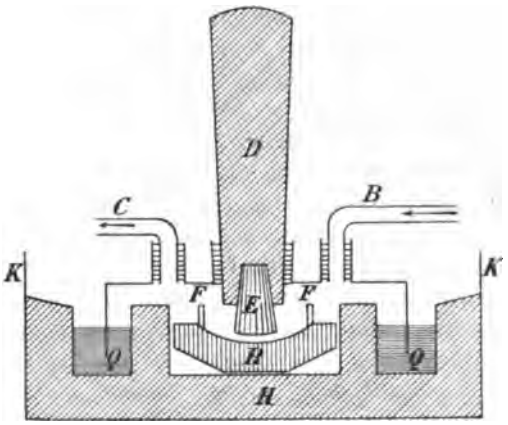



Fig. 262.

kleinen Apparat, bei dem er die in einer Reibschale $R$ erfolgende Zerkleinerung unter Luftabschluss vornahm. Das Pistill $ED$ ist mit einer Manschette $FF$ umgeben, deren äusserer Rand in einen mit Quecksilber $Q$ gefüllten Ring $KHK$ taucht und dabei genügende Bewegungsfreiheit zum Pulvern behält. Ein trockener Luftstrom tritt bei $B$ ein und wird, mit Wasserdampf beladen, durch $C$ in die Absorptionsgefässe geleitet. Pfaff untersuchte mehrere Mineralien und Gesteine, wie Feldspat, Quarz, Flussspat, Granite, Gneisse, Glimmerschiefer, Syenite, Porphyre von Kreuznach

1) Pogg. Ann. **143**. 1871. 610—620.

und Bozen, Laven, Obsidian und Basalt. Von diesen gaben Laven, Obsidian und Basalt ein negatives Resultat, alle andern ein positives, und zwar wechselte dieser Gehalt an mechanisch eingeschlossenem Wasser von einem Minimum von 0.11% im Syenit von Meissen bis 1.8% im Glimmerschiefer von Davos. Von Basalten kam übrigens nur einer von Monte Gergovia bei Clermont zur Untersuchung. Da die untersuchten Proben zuvor geglüht waren, so konnte das gefundene Wasser nicht hygroskopisch sein.

---

## Dritter Abschnitt.

## Aggregate.

**215. Einteilung der Aggregate.** Das Charakteristische der Aggregate liegt in der Anhäufung von Individuen ohne Rücksicht auf krystallographische Gesetzmässigkeiten, sie können aus einer Mineralspezies bestehen, oder sich aus beliebig vielen zusammensetzen, wonach man homogene und heterogene Aggregate unterscheidet. Nur die ersteren wollen wir hier betrachten, während das Studium der letzteren der eigentlichen Gesteinskunde zukommt. Bei den homogenen Aggregaten trennt man wieder die regellosen von den regelmässig gebildeten und bezeichnet die letzteren wegen der am häufigst vorkommenden äusseren Gestalt wohl auch als kugelige Aggregate. Solche Massen bestehen häufig aus amorpher Substanz, die durch Spannung Doppelbrechung und individuelle Teilungen erhalten hat; sie sollen als eigentliche Sphärolithe bezeichnet werden. Andere setzen sich aus krystallinen Massen in konzentrisch schaliger oder radialstrahliger Anordnung zusammen und mögen hier als eigentliche Sphärokrystalle vereinigt werden. Auch finden sich sehr häufig Anordnungsformen, bei denen die konzentrischen Schalen der Sphärokrystalle aus radial gestellten Individuen zusammengesetzt sind, während kuglige Aggregate, bei denen eine radiale oder konzentrische Anordnung nicht hervortritt, sich seltener finden. Das Charakteristische des Unterschieds zwischen Sphärolithen und Sphärokrystallen ist also hier in die Krystallnatur der Fasern bei den erstern und die amorphe, durch Spannung doppelbrechend gewordene Natur der Sektoren bei den letzteren gelegt worden. Verwechslungen werden bei der Feinheit, welche diese Gebilde vielfach annehmen, nicht zu vermeiden sein, auch sind Uebergangsbildungen nicht ausgeschlossen. Eine besondere Gruppe bilden die in § 219 besprochenen Granosphärite.

**216. Regellose Aggregate.** Die vollständig regellos geordneten Aggregate zeichnen sich infolge dieser ungesetzmässigen Anordnung dadurch aus, dass auch die optische Orientierung in den einzelnen aggregierten Individuen je eine andere ist. Betrachtet man daher ein solches

Aggregat zwischen gekreuzten Nicols, so kann niemals die Auslöschung für alle Individuen gleichzeitig eintreten, sondern diese werden nach Dicke, Lage des Schnitts gegen ihre Axen, und Neigung ihrer Hauptschnitte gegen diejenigen der Nicols verschiedene Farben, oder verschiedene Lichtstärke zeigen, in welche Stellung man das Aggregat auch zu den Nicolhauptschnitten bringe. Man bezeichnet, gegenüber dem durch ihre ganze Ausdehnung gleichen optischen Verhalten der Krystalle, diese Erscheinung der Aggregate als Aggregatpolarisation (Taf. X Fig. 5 u. 6). Die Grenzen der einzelnen, das Aggregat bildenden Individuen, welche im gewöhnlichen Licht oft kaum oder gar nicht sichtbar sind, treten zwischen gekreuzten Nicols deutlich hervor, falls die Individuen doppelbrechend sind, und lassen dann die Anordnungsform derselben, d. h. die Textur des Aggregats erkennen.

Die Textur der amorphen oder aus regulär krystallisierenden Individuen bestehenden Aggregate wird sich mikroskopisch im allgemeinen nur dann bestimmen lassen, wenn dieselben durch mechanische Ursachen doppelbrechend geworden sind; sie verhalten sich dann wie krystalline Aggregate nicht regulärer Körper. Fehlt die anomale Doppelbrechung, so kann man die Textur gelegentlich aus den gesetzmässig eingelagerten Interpositionen erkennen.

**217. Die Sphärolithe.** Denken wir uns ein kugliges Aggregat einer amorphen Substanz aus konzentrischen Schalen aufgebaut, deren jede äussere infolge des Eintrocknens auf jede innere einen Druck ausübt, so werden die Spannungsverhältnisse in jeder Radialfaser derart verteilt sein, wie dies Fig. 263 andeutet. Es wird also die Substanz in der Richtung $a_1 a_2$ zusammengedrückt und in der Richtung $b_1 b_2$ auseinandergezerrt. Ausserdem aber wird die Dichte aller Fasern mit der Annäherung an das Zentrum des Sphärolithen zunehmen, da über dieses Zentrum viel mehr Schalen ihre Kräfte spannen als über peripherisch liegende Teile. — Wie nun infolge der in Fig. 263 gezeichneten Spannungsverhältnisse die optischen Elastizitäten sich in jeder Faser darstellen, ist ohne weiteres nicht zu entscheiden. Wenn die amorphen Körper sich alle wie Glas oder Gelatine verhalten und also wie diese in der Richtung des einseitigen Druckes eine Vergrösserung der optischen Elastizität erfahren sollten, so würden die unter den eben geschilderten Spannungsverhältnissen stehenden Fasern oder Sektoren die grössere optische Elastizität in der Längsrichtung $a_1 a_2$ zeigen, d. h., mit einaxigen Krystallen verglichen, optisch negativ werden[1]).

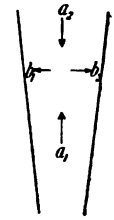


Fig. 263.

1) Wie Glas verhalten sich auch Beryll und Quarz, d. h. auch hier wird die optische Elastizität in einer bestimmten Richtung grösser, wenn in dieser Richtung infolge von Druckwirkung die mechanische Dichte zunimmt. Eine linear polarisierte Lichtwelle, die sich senkrecht zur Druckrichtung fortpflanzt und parallel zur Druckrichtung schwingt, erhält also infolge des Drucks eine grössere Geschwindigkeit; daher werden bei Beryll und Quarz Platten, die senkrecht zur optischen Axe geschnitten sind,

Angenommen, die einzelnen Radialfasern eines Sphärolithen seien, wenn man sie mit einaxigen Krystallen vergleicht, optisch negativ, und es werde ein zentraler Schnitt untersucht, dann muss derselbe bei der Beobachtung zwischen gekreuzten Nicols im parallelen polarisierten Licht in vier helle Quadranten zerfallen, welche von einem dunkeln Kreuz getrennt werden, dessen Arme senkrecht zu einander und parallel den Nicolhauptschnitten liegen. Die Erscheinung entsteht dadurch, dass eine Zerlegung des vom Polarisator kommenden Lichtes nicht stattfindet in denjenigen Individuen, deren Hauptschnitt (hier parallel der Prismenaxe) parallel oder senkrecht zu demjenigen des Polarisators steht, dass also das durch diese hindurchgegangene Licht im Analysator durch Totalreflexion ausgelöscht wird. Dreht man einen solchen Sphärolithen in seiner Ebene, so werden bei jeder Stellung Individuen so liegen, dass ihre Hauptschnitte die angegebene Lage haben, und bei jeder Stellung wird demnach das dunkle Kreuz den Nicolhauptschnitten parallel stehen[1]). — Die hellen Quadranten sind durch die Zerlegung des vom Polarisator kommenden Lichtes in denjenigen Individuen bedingt, deren Hauptschnitte schief gegen den Hauptschnitt des Polarisators liegen. Die Farbe dieser Quadranten ist abhängig von der Grösse des Unterschiedes der Elastizität parallel und senkrecht zur Prismenaxe der einzelnen Individuen und die Helligkeit wechselt mit dem Neigungswinkel der Hauptschnitte in den Individuen gegen den Polarisatorhauptschnitt. Sie erreicht ihr Maximum, wenn dieser Winkel 45° beträgt und nimmt nach beiden Seiten allmählich ab bis zu vollkommener Auslöschung für die Werte 0° und 90° dieses Winkels. Es gehen daher die dunkeln Kreuze allmählich in die hellen Quadranten über. Die Erscheinungen sehen etwa so aus, wie sie in Taf. XI Fig. 3 abgebildet sind, nur sind nach unserer Definition die dortigen Oolithkörner nicht Sphärolithe sondern Sphärokrystalle. Besteht der Sphärolith aus eingetrockneter amorpher Substanz, so nimmt, wie schon oben gesagt, die Doppelbrechung nach der Mitte hin, wegen der zentripetalen Verdichtung, zu, und daher müssen die Interferenzfarben in den Quadranten mit der Annäherung an das Zentrum steigen; es kann hier, wenn die Verdichtung sehr stark ist, bis zur Bildung isochromatischer Kurven kommen, also zu Erscheinungen im parallelen Licht, die man sonst

---

und die man auch senkrecht zur optischen Axe presst, die Veränderungen im konvergenten Licht zeigen, die in Fig. 264 für Beryll, in Fig. 265 für Quarz dargestellt sind.

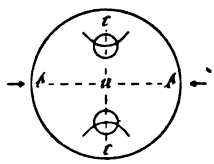


Fig. 264.

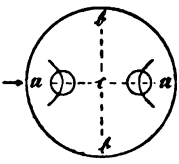


Fig. 265.

Bei Beryll legt sich die Ebene der optischen Axen senkrecht, bei Quarz parallel zur Druckrichtung. — Steinsalz verhält sich bei einseitigem Druck ähnlich wie Glas, Beryll und Quarz. Umgekehrt verursacht nach F. Pockels (Inaug.-Dissert. Göttingen 1889) allseitiger Druck bei Steinsalz, Flussspat und Sylvin eine Verkleinerung der optischen Elastizität.

1) H. Rosenbusch, Z. D. G. G. 28. 1876. 386; ferner A. Michel-Lévy, Bull. Soc. Géol. Fr. (3) 5. 1877. 257–266.

nur im konvergenten Licht wahrzunehmen gewohnt ist. Diese Ringe zeigen sich am vollkommensten, wenn der Sphärolith am deutlichsten sichtbar ist, also genau im sog. Fokus des Mikroskops liegt; schon dadurch unterscheiden sich diese Erscheinungen von den scheinbar so ähnlichen Phänomenen bei den eigentlichen Sphärokrystallen, von denen im folgenden § die Rede ist.

Der optische Charakter der sphärolithbildenden Substanzen lässt sich nach den in den §§ 154—159 und 176—179 besprochenen Methoden ebenso wie derjenige von Krystallen bestimmen.

Nicht genau zentrische Schnitte durch derartige kuglige Aggregate zeigen dieselben Erscheinungen in weniger präziser Form.

Sind die Individuen eines kugligen Aggregats nicht um einen Punkt, sondern um eine Linie oder Fläche gruppiert, so entstehen verzerrte Sphärolithe, welche F. Zirkel Axiolithe genannt hat, deren dunkles Kreuz zwischen gekreuzten Nicols nur in vier bestimmten, zueinander senkrechten Stellungen geschlossen sein kann, während es sich bei einer Drehung des Schnittes in seiner Ebene in jeder andern Lage öffnen muss. Nicht gespannte kuglige Aggregate amorpher Substanzen erscheinen zwischen gekreuzten Nicols wie jeder amorphe Körper vollständig dunkel.

**218. Die Sphärokrystalle.** Radiale und konzentrische kuglige Aggregate treten bei den verschiedensten Mineralien auf, z. B. bei Calcit (Oolith) (Taf. XI Fig. 3) und anderen Karbonaten (Taf. XI Fig. 2), Quarz (Chalcedon, Opal) (Taf. XI Fig. 1), Chlorit, Delessit, Feldspat u. s. w.; ja gewisse Substanzen kennen wir kaum in anderer Form als in derjenigen der Sphärokrystalle, wie z. B. das übersaure Alkalitonerdesilikat, welches sich bei porphyrischer Entwicklung saurer Eruptivmagmen nach Ausscheidung der Krystalle älterer Generationen bildet und z. T. für sich allein, z. T. mit Kieselsäure gemengt, den Namen Mikrofelsit führt. Das Studium dieser sphärischen Aggregate geht bis auf Brewster und bis ins Jahr 1815 zurück, und wir finden bereits bei diesem Forscher Schilderungen des tatsächlichen optischen Verhaltens solcher Aggregate, Methoden zur Bestimmung ihres optischen Charakters und Hypothesen über ihre Bildung, welche bei späteren Mineralogen in derselben oder in weiter gebildeter Form wiederkehren. Die petrographische Verbreitung dieser sphärischen Aggregate ist besonders durch Stelzner, Vogelsang, Zirkel, Gümbel, Loretz, Zepharovich u. a. näher verfolgt worden.

Die einen Sphärokrystall zusammensetzenden Nadeln sind nicht immer einfache Krystallnadeln, sondern vielfach verzweigte Gebilde, die aus einer einfachen Nadel durch wiederholte Spaltung in zwei oder mehr, unter kleinen Winkeln divergierende Aeste entstehen, welch' letztere sich ihrerseits in derselben Weise weiter gabeln. Die Gabelung einer wachsenden Krystallnadel, zumal in zäher Lösung, und Zwischenformen zwischen Trichitengruppen und Sphärokrystallen wurden mehrfach bei der Krystallisation organischer Verbindungen von O. Lehmann beobachtet,

der die Bildung der Sphärokrystalle analog derjenigen der Trichite zu erklären versucht[1]). — Nur wenn die einen Sphärokrystall zusammensetzenden Krystallnadeln einen nicht zu unbedeutenden Querdurchmesser haben, pflegen sie ungegabelt zu bleiben. Man darf mit einiger Wahrscheinlichkeit für solche Formen einen langsameren und gleichmässigeren Verlauf des Krystallisationsprozesses annehmen und dies um so mehr, als zwischen solchen Sphärokrystallen und knäuelartigen Verwachsungen grösserer Krystalle mannigfache Zwischenformen zu beobachten sind. Sphärokrystalle und knäuelartige Verwachsungen von grösseren Krystallen haben ferner die Eigentümlichkeit gemein, dass sie sich gern an Krystalle und Krystallfragmente ihrer eigenen Art ansetzen.

Für die Uebergänge von Sphärokrystallen zu knäuelartigen Krystallgruppen dürften wenige Gesteine besseres Material liefern, als die Diabase und Porphyrite in variolitischer Ausbildungsform. Taf. XI Fig. 5 zeigt solche Uebergänge bei den Feldspaten eines kaukasischen Trachytgesteins. — Während die Trichitenbildung in den Gesteinen im allgemeinen auf die eisenreichen, basischeren Gemengteile und damit auf relativ ältere Perioden in der Entwicklungsgeschichte eines Gesteins beschränkt zu sein scheint, trifft man die Sphärokrystallbildung vorwiegend bei eisenfreien, saureren, feldspatigen oder feldspatähnlich zusammengesetzten Verbindungen und in den verhältnismässig letzten Perioden der Gesteinsbildung an. Bei einer gewissen Gruppe von Sphärokrystallen, die sich aus radialen Aggregaten optisch einaxiger Krystalle aufbauen, treten im parallelen polarisierten Licht eigentümliche Erscheinungen auf, die zuerst von M. Websky, sowie später von F. Fouqué wahrgenommen und von ersterem[2]) auch lange vor E. Bertrand[3]) und E. Mallard[4]) erklärt wurden.

Beobachtet man nämlich einen nicht zentrischen Schnitt durch ein solches Aggregat so, dass nicht der Schnitt, sondern irgend ein Punkt einer bestimmten Ebene, in welcher sich auch das Zentrum des Sphärokrystalls befindet, im Fokus des Mikroskops liegt, so sieht man bei gekreuzten Nicols das Interferenzkreuz und die isochromatischen Ringe optisch einaxiger Krystalle (Taf. XI Fig. 1 und 2). — Es sei (Fig. 266) $ABCD$ ein Schnitt durch einen Sphärokrystall einer optisch einaxigen Substanz, dessen Zentrum bei $c$ liege und der in homogenem Licht zwischen gekreuzten Nicols beobachtet werde. Die vom Polarisator kommenden Wellennormalen $gh$, $ef$, $bd$ u. s. w. werden in dem Sphärokrystall in je zwei senkrecht zueinander schwingende Wellennormalen zerlegt, die bei $d$, $f$, $h$ mit einer bestimmten Phasendifferenz austreten, welche abhängig ist von dem Unterschied der optischen Elastizitäten parallel und

1) Gute Abbildungen solcher Gebilde sind von R. Brauns und M. Schwarzmann auf photographischem Wege hergestellt. N. J. B. B. **18**. 1899/01. Taf. 5 und 8.

2) Z. D. G. G. **10**. 1858. 288.

3) Bull. Soc. Min. Fr. **3**. 1880. 58–62, 93–96; **4**. 1881. 60–61. C. R. **94**. 1882. 542–543.

4) Bull. Soc. Min. Fr. **4**. 1881. 66–71.

senkrecht zum Hauptschnitt und von dem sich stetig ändernden Winkel, welchen die Wellennormalen je mit der Längsrichtung der Sphärokrystallnadeln, d. h. mit der optischen Axe derselben machen. Beträgt diese Phasendifferenz bei $d$ etwa $^1/_2\lambda$, so wird an dieser Stelle Dunkelheit eintreten und dasselbe muss bei regelmässigem Bau des Sphärokrystalls in jedem Punkt der Fall sein, welcher von $o$ um die Länge $do$ abliegt. Es muss also um $o$ herum im homogenen Licht ein dunkler Kreis von dem Radius $od$ entstehen. Ebenso bilden sich weitere dunkle Kreise an den entfernteren Stellen, wo der Gangunterschied $^3/_2\lambda$, $^5/_2\lambda$ etc. beträgt. In weissem Licht sieht man natürlich statt der abwechselnden hellen und dunkeln Kreise farbige, wie dies bei den Phänomenen von Krystallplatten im konvergenten polarisierten Licht (§ 162) erklärt wurde. Die radialstrahlig angeordneten Individuen haben zum parallelen Licht relativ die gleichen Lagen, wie parallel gestellte Individuen (ev. homogene Krystallplatten) zum konvergenten Licht. Das dunkle Kreuz,

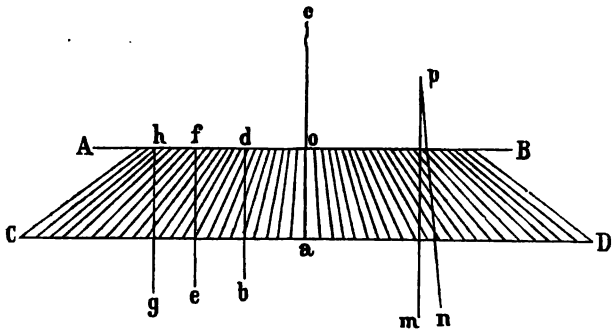



Fig. 266.

welches parallel den Nicolhauptschnitten die isochromatischen Kurven schneidet, ergibt sich auch hier aus dem Umstand, dass polarisierte Wellen in doppelbrechenden Medien eine Zerlegung nicht erfahren, wenn ihre Schwingungsebenen parallel oder senkrecht zu deren Hauptschnitt liegen. — Um diese farbigen Kurven sehen zu können, muss man den Fokus des Mikroskops nicht auf einen Punkt $h$, $f$, $d$, d. h. auf die Oberfläche des Schnitts einstellen, weil hier ausser den senkrecht auffallenden Wellennormalen auch eine Anzahl anderer austreten, die den Schnitt in schiefer Richtung durchlaufen, also andere Phasendifferenz haben. Man muss vielmehr den Fokus des Objektivs an solche Punkte bringen, wo sich möglichst viele Wellennormalen von gleicher Phasendifferenz schneiden. $p$ ist ein solcher Punkt, wenn der Phasenunterschied der sich unter sehr kleinem Winkel schneidenden Wellennormalen $mp$ und $np$ gleich ist. Jedenfalls ist $c$ ein solcher Punkt, weil alle sich in demselben schneidenden Wellennormalen den Sphärokrystall parallel der optischen Axe durchlaufen, also eine Phasendifferenz $= o$ haben. Daraus ergibt sich, dass der Ort aller Punkte $p$ eine Fläche ist, die auf derselben Seite des Schnittes liegt, auf welcher sich das Zentrum des Sphärokrystalls befindet. Liegt dieses also über dem Schnitt,

so muss man das Objektiv heben; liegt dagegen das Zentrum des Sphärokrystalls unterhalb der Schnittfläche, so muss man das Objektiv von der Einstellung auf die Oberfläche aus senken, um die Interferenzfigur wahrzunehmen. — Den optischen Charakter der Sphärokrystalle kann man an solchen Interferenzbildern in derselben Weise im parallelen Licht bestimmen, wie bei den Interferenzfiguren einaxiger Platten im konvergenten Licht. So findet man den optischen Charakter der Sphärokrystalle in den sauren Ergussgesteinen negativ und also den Charakter der einzelnen Fasern positiv, da diese aus Quarzfäden bestehen. Dagegen zeigen die Sphärokrystalle der Variolite (de la Durance) positiven und die einzelnen Fasern hier negativen Charakter, da sie der Hauptmasse nach aus Oligoklasmikrolithen bestehen, die nach der *a* Axe langgestreckt sind[1]).

Radiale Aggregate des monoklinen oder triklinen Systems müssen, wenigstens was das dunkle Kreuz betrifft, dieselbe Erscheinung wahrnehmen lassen, nur sind die Arme des dunkeln Kreuzes im allgemeinen nicht parallel den Nicolhauptschnitten, sondern gegen diese unter einem Winkel geneigt, welcher von der Lage ihres optischen Hauptschnittes gegen ihre Längsrichtung abhängt. Man kennt homogene sphärische Aggregate solcher Substanzen bis jetzt vorwiegend bei gewissen triklinen Feldspaten (Oligoklas in Varioliten), bei denen die Neigung des optischen Hauptschnittes zur Längsrichtung der Säulchen sehr nahezu oder genau 0° beträgt. Wo sie vereinzelt bei Augit in Diabasen, bei Epidot in krystallinen Schiefern auftreten, zeigen sie das angegebene Verhalten.

Kuglige Aggregate krystallisierter Substanzen, in denen alle Individuen parallel liegen, müssen sich wie einheitliche Krystalle verhalten, also in ihrer ganzen Ausdehnung bei vier zueinander senkrechten Stellungen dunkel, in jeder anderen farbig hell werden. Solche Sphärokrystalle, die man besonders gern als büschelförmige Ansätze an Krystallen oder Krystallfragmenten derselben Substanz findet, bilden die sphérolithes à extinction der französischen Petrographen[2]). Dieselben können natürlich, wie jedes kuglige Aggregat, mehr oder weniger mit amorphen Massen durchwachsen sein, ohne dass die Erscheinungen andere werden.

**219. Die Granosphärite.** Eine nicht sehr seltene und unter den verschiedensten Entstehungsbedingungen sich bildende Form der kugligen Aggregate ist diejenige, bei der die einzelnen, das Aggregat bildenden Individuen regellose Körnerform besitzen, deren Dimensionen bisweilen im Zentrum grösser sind, als an der Peripherie des Aggregats, oder umgekehrt. Derartige kuglige Aggregate zeigen die Erscheinungen der gewöhnlichen Aggregatpolarisation im polarisierten Licht und werden Granosphärite (Taf. XI Fig. 4) genannt, im Gegensatz zu den radialen oder schaligen Sphärolithen. Manche äusserlich den Oolithen ähnelnde Kalksteine zeigen derartige Aggregate von Kalkkörnern, die Cohen

1) M.-Lévy, C. R. **94**. 1882. 464—466.
2) M.-Lévy, C. R. **94**. 1882. 465.

Pseudo-Oolithe genannt hat, und in manchen Porphyren tritt der Feldspat zweiter Generation in dieser Ausbildung auf. Michel-Lévy hat gezeigt, dass kuglige Aggregate, die aus amorpher Substanz und tangential geordneten prismatischen Individuen aufgebaut sind, bedingungsweise den Granosphäriten analoge Polarisationserscheinungen in ihrem Zentrum zeigen können. Die Besprechung des Gegenstandes gehört in die Gesteinslehre.

---

## Vierter Abschnitt.

## Deformationen.

Ausser den in § 197—202 besprochenen, sich aus den Entstehungsbedingungen der Krystallisationen ergebenden Formenanomalien macht uns das Mikroskop mit einer Anzahl weiterer Deformationen bekannt, die durch spätere, erst nach Vollendung des Krystalls eintretende, also auf das fertige Individuum wirkende, mechanische und chemische Prozesse bedingt werden.

**220. Zu den mechanischen Deformationen** der Krystalle in Gesteinen gehören die in den porphyrischen Felsarten so häufigen Knickungen und Zerbrechungen der älteren Ausscheidungen, der sog. Einsprenglinge. Der der Bruchfläche entsprechende Teil des Krystallumrisses ist daran kenntlich, dass er einen unregelmässigen, krummen oder zackigen Verlauf nimmt, welcher in keinerlei Beziehung zur Krystallform der Substanz steht. Oft sieht man in einem Präparat nur die eine Hälfte des zerbrochenen Individuums; in glücklichen Fällen finden sich beide Hälften, oder bei weitergehender Zerbrechung alle Bruchstücke, in dem Schliff in kleinerer oder grösserer Entfernung voneinander, und man kann sich dann leicht durch den Augenschein von dem Zusammenpassen der Bruchränder überzeugen. Es liegt in der Natur der Sache, dass diese Zerbrechungen mit Vorliebe an säulenförmigen (Hornblende, Augit etc.) und tafelförmigen Krystallen (Feldspat) auftreten und ebenso, dass die Bruchflächen annähernd senkrecht zur Längsrichtung oder Tafelfläche liegen. Weit seltener zeigen nach allen Richtungen gleich ausgebildete Krystalle (Quarz, Olivin etc.) derartige Zerbrechungen. Ebenso ist es leicht verständlich, dass biegsame Mineralien, wie Glimmerblättchen, anstatt der Zerbrechungen Verbiegungen zeigen. Taf. XI Fig. 6 stellt einen zerbrochenen Feldspatkrystall, Taf. XII Fig. 1 verbogenen Glimmer dar. Die Ursache dieser Deformationen ist mit grosser Sicherheit in der Bewegung der nach Ausscheidung der Krystalle noch zähflüssigen Eruptivmasse zu sehen, welche fest an den schwimmenden Einsprenglingen adhärierte.

Eine andere Gruppe durch mechanische Vorgänge bedingter Deformationen von Gesteinsgemengteilen wird besonders in stark gefalteten Gebirgen angetroffen und ist offenbar durch die dynamischen Vorgänge bei der Gebirgsbildung veranlasst. Da diese Deformationen sich unter allseitigem Druck im festen Gestein vollzogen haben, so machen sie sich im allgemeinen nicht durch eine starke Veränderung der äusseren Begrenzung, sondern mehr durch eine innere Verschiebung der Teile eines Krystalls gegen einander bemerkbar. Man nimmt diese Deformationen daher oft erst im polarisierten Licht an der mehr oder weniger abweichenden optischen Orientierung der Krystallteile wahr. Aus der grossen Mannigfaltigkeit der einschlägigen Phänomene seien nur einige wenige, durch ihre Häufigkeit wichtige Erscheinungen hervorgehoben. Dahin gehören z. B. die Biegungen der Zwillingslamellen in den triklinen Feldspaten (Taf. XIII Fig. 1), welche, sobald die Elastizitätsgrenze überschritten ist, in mikroskopische Verwerfungen übergehen. — Feldspat und Quarz zeigen oft eine in den einzelnen Teilen der Krystalle sich stetig ändernde Lage der Elastizitätsaxen, die sich bei Drehung zwischen gekreuzten Nicols durch die schattenartig über den Durchschnitt hinhuschende Auslöschung kundgibt. Man bezeichnet dieselbe wohl als undulöse Auslöschung. Bei noch stärkerem Druck werden die Krystalle in sich selbst mehr oder weniger zertrümmert (Taf. XII Fig. 2 u. 3), und es können dann auch durch die Gesteinsauswalzung die Krystallumrisse mehr oder weniger, ja vollkommen verwischt werden (Taf. XII Fig. 4 u. 5). Es ist mehr als wahrscheinlich, dass die sog. Mörtelstruktur mancher krystalliner Schiefer durch derartige Vorgänge, welche eine randliche Zerreibung grösserer Individuen bewirkten, bedingt ist. Für die Lehre von der mechanischen Umformung der Gesteine, zumal für das viel diskutierte Kapitel über Biegung mit Bruch oder Biegung ohne Bruch ist die Tatsache sehr wichtig, dass nicht nur die biegsamen Gesteinselemente, wie Glimmer, sondern auch die spröden, wie Quarz, bruchlose Deformationen in vielen Fällen erkennen lassen. Eine in Gesteinen, welche starke Pressung erfuhren, gar oft zu machende Beobachtung ist es, dass die in normalem Zustand einaxigen Gemengteile optisch zweiaxig werden. Ebenso dürfte hierher das natürliche Auftreten der Druckfiguren (s. § 14 S. 29) an den Glimmerblättern so mancher Gesteine zu rechnen sein (Taf. XII Fig. 6). — Die Einzelheiten dieser Erscheinungen und ihre Diskussion müssen ihren Platz in der Gesteinslehre bei dem Kapitel von der dynamischen Gesteinsmetamorphose finden. Es bedarf nicht der Erwähnung, dass die letzt besprochenen mechanischen Deformationen sowohl in massigen, wie geschichteten Gesteinen, wenn diese dem gefalteten Gebirge angehören, auftreten können.

**221. Chemische Deformationen** sind an den älteren Einsprenglingen porphyrischer Eruptivgesteine in mehrfacher Ausbildungsform wahrnehmbar. Es liegt im Krystallbegriff und in den Verhältnissen, unter

denen die Einsprenglinge entstanden, dass sie gesetzmässige Krystallumrisse besitzen müssen; es sind eben schwebende Krystallisationen gewesen. Wo daher die normale äussere Begrenzung fehlt, muss sie durch sekundäre Einwirkungen verloren gegangen sein. Da nun die Bildung dieser Einsprenglinge einem frühen Stadium der Gesteinsgeschichte angehört und nach den Gesetzen verläuft, welche für Krystallisationen aus gemischten Lösungen gelten, so ist es zunächst vorstellbar, dass bei Aenderungen im chemischen Bestand oder in dem physikalischen Zustand der Mutterlaugen (Gesteinsmagmen) die älteren Ausscheidungen nicht mehr bestandfähig sind, sondern sich wieder auflösen müssen, um anderen Krystallisationen Platz zu machen. Es werden diese älteren Ausscheidungen alsdann abschmelzen, und aus scharfkantigen Krystallen werden runde Körner, wenn der Prozess der Resorption früh genug durch abermalige Aenderungen im Magma, oder durch Erstarren desselben vor vollständiger Auflösung unterbrochen wird. Zumal in den früheren Stadien dieser Wiederauflösung älterer Einsprenglinge nehmen dieselben oft höchst auffallende und bizarre Formen an. Eine merkwürdige Erscheinung, die noch nicht mit voller Sicherheit erklärt werden kann, ist es, dass diese Abschmelzungen, Korrosionen, in den ersten Stadien so oft einseitige sind, wie Taf. XIII Fig. 2 am Quarz, Taf. XIII Fig. 3 am Nosean wahrnehmen lässt. Der Olivin der Basalte und verwandter Gesteine, der Nosean der Phonolithe, der Quarz der porphyrischen Gesteine zeigen besonders gern derartige Deformationen.

Wird die durch die Magmen korrodierte und gelöste Krystallsubstanz sofort zu krystallinen Neubildungen verwandt, wie das so oft bei den Glimmern und Amphibolen der Eruptivgesteine der Fall ist, dann entstehen keine eigentlich deformierten Krystalle, sondern vom Rande her nach innen wachsende Pseudomorphosen nach den sich lösenden Einsprenglingen.

# Fünfte Abteilung.

# Chemische Eigenschaften.

## Erster Abschnitt.

## Chemische Untersuchungen.

**222. Allgemeines.** Die chemische Untersuchung der Mineralkomponenten eines Gesteins hat nicht nur die Bedeutung, eine auf optischem Wege gewonnene Diagnose zu bestätigen, sie wird vielmehr in zahlreichen Fällen notwendig, um innerhalb einer Familie die vorliegende Spezies zu bestimmen oder ganz an die Stelle der im einzelnen Falle — bei undurchsichtigen oder regulären Mineralien — unzulänglichen optischen Bestimmungen zu treten. In der Natur der mikroskopischen Untersuchung liegt es, dass die bei der Mineralanalyse gebräuchlichen chemischen Methoden sehr oft nicht verwendbar erscheinen. Die geringen Mengen, mit denen man genötigt ist, die Reaktionen anzustellen, erfordern eine ungewöhnliche Schärfe; die Unmöglichkeit, farblose und amorphe Niederschläge mikroskopisch zu unterscheiden, bedingt es, dass nur solche Reaktionen benutzt werden können, bei welchen charakteristische deutliche Färbungen oder leicht erkennbare Krystallisationen auftreten. Im allgemeinen werden diejenigen Methoden den Vorzug verdienen, bei denen Krystallisationen erzielt werden, welche von den Mengenverhältnissen der zur Wechselwirkung gelangenden Substanzen und von den physikalischen Verhältnissen möglichst unabhängig sind, unter denen der Versuch stattfindet.

Man kann die chemischen Prüfungen entweder an dem aus dem Gestein auf mechanischem Wege isolierten Mineralpulver, oder auch am Dünnschliff selbst vornehmen. Vorzuziehen ist immer das erstere Verfahren, da hier nie Unsicherheit darüber entstehen kann, welcher von den Gemengteilen die beobachtete Reaktion zeigte. Zuweilen ist man indessen gezwungen, unmittelbar am Dünnschliff zu operieren, wobei im grossen und ganzen die gleichen Reaktionen wie bei isolierten Körnchen Anwendung finden.

Die im Folgenden angegebenen Reaktionen lassen sich wohl ausnahmslos mit leicht zu beschaffenden Hülfsmitteln und unter Benutzung der gewöhnlichen Polarisations-Mikroskope ausführen. Es wurde deshalb davon Abstand genommen, das von O. Lehmann[1]) bei seinen krystallogenetischen Untersuchungen benutzte Mikroskop zu beschreiben. Ebenso sei für das von J. Thoulet[2]) angegebene Microscope à distance auf die Abhandlung dieses Autors verwiesen.

Das Instrumentarium ist, abgesehen von den Trennungsapparaten (s. § 230—237) ein sehr einfaches und gleicht in vielen Fällen dem für Lötrohrreaktionen gebräuchlichen. Grosse Sorgfalt ist auf die Reinheit der Reagentien zu verwenden und überhaupt eine peinliche Sauberkeit erforderlich. Die Reaktionen werden in den meisten Fällen auf Objektträgern ausgeführt, die man bei Anwendung von Flusssäure oder Kieselflusssäure mit Canadabalsam oder einem reinen Firnis überzieht, oder die man auch nach H. Behrens[3]) durch dünne, von Dr. Muencke in Berlin zu beziehende Plättchen von nahezu farblosem Celluloid ersetzen kann. Dieselben sind schon wegen ihrer Dauerhaftigkeit dem gefirnissten Glase vorzuziehen und lassen sich auch leicht zwischen zwei auf 100° erwärmten Gläsern, z. B. Uhrgläsern, in beliebige Form bringen. Von Säuren werden sie bei gewöhnlicher Temperatur nicht angegriffen.

Zur Entnahme der Reagensproben aus den Gläsern kann man sich nach H. Behrens des Platindrahthäkchens bedienen; rasch aus der Flüssigkeit gezogen erhält man ein grösseres, langsam herausbewegt ein kleineres Tröpfchen.

Die Verdunstung einer Lösung, in der man Krystallisationen hervorrufen will, lässt sich in bekannter Weise unter dem Exsikkator beschleunigen, oder man verwendet, wenn diese Verdunstung besonders rasch verlaufen soll, den von Schroeder van der Kolk angegebenen Mikroexsikkator[4]). Derselbe besteht nur aus einem dicken Objektträger mit eingeschliffener Vertiefung, in die man einen kleinen Tropfen konzentrierter Schwefelsäure bringt, und über die man das Deckgläschen legt, welches an der Unterseite die einzuengende Flüssigkeit trägt.

Auch lässt sich das Lösungsmittel ebenfalls nach Schroeder v. d. Kolk manchmal sehr bequem verdunsten durch eine mittelst eines Chromsäureelementes glühend gemachte Platinschlinge. Der Erhitzung des ganzen Tropfens ist diese Methode entschieden vorzuziehen, weil man das Mass der Verdunstung genauer regulieren kann; auch erhitzt sich hierbei nicht die ganze Flüssigkeit, und man ist immer sicher, die Krystallisation in kalter Lösung herbeizuführen.

---

1) Pogg. Ann. N. F. **18**. 1881. 506—522.

2) Contributions à l'étude des propriétés physiques et chimiques des minéraux microscopiques. Théses. Paris. 1880. pg. 64—66.

3) Anleitung zur mikrochem. Analyse. Hamburg-Leipzig 1895. Anm. S. 17.

4) Z. f. phys. Chem. **11**. 1893. 1671; s. auch J. L. C. Schroeder v. d. Kolk, Kurze Anleitung zur mikroskop. Krystallbestimmung. Wiesbaden 1898. S. 6.

Wird bei der Untersuchung eine Filtration nötig, so bedient man sich bei kleinen Flüssigkeitsmengen trockener oder feuchter Streifen und Röllchen von Filtrierpapier, wie dies A. Streng eingehend beschrieben hat[1]), oder man benutzt nach H. Behrens[2]) eine kleine Zentrifuge. Bei etwas reichlicherer Flüssigkeit lässt sich der von K. Haushofer[3]) konstruierte, in Fig. 267 abgebildete Apparat verwenden. Derselbe besteht aus den beiden kurzen, höchstens 4 mm lichte Weite und etwa 1—1.5 mm Wanddicke besitzenden Glasröhrchen *a* und *b*, welche an den einander zugekehrten Enden senkrecht abgeschliffen sind. Eine horizontale Klemme *K* hält sie senkrecht so übereinander, dass die abgeschliffenen Enden sich eben berühren. *a* ist oben trichterförmig erweitert, *b* unten durch einen Pfropfen oder eingeschliffenen Glasstöpsel *d* geschlossen. Seitlich an *b* sitzt das Röhrchen *e*, über welches ein Gummischlauch gezogen wird, um *b* luftleer saugen zu können. Zwischen die abgeschliffenen Enden der Glasröhrchen bei *c* wird ein angefeuchtetes Scheibchen von doppeltem Filtrierpapier gebracht, welches etwa 1 mm über die Röhrchen übersteht und durch Anziehen der federnden Klammer *S* festgepresst wird. Die zu filtrierende Flüssigkeit wird in *a* eingegossen, und *b* durch *e* vorsichtig luftleer gesogen. Durch Nachgiessen von Wasser in *a* kann man auswaschen. Der Niederschlag sammelt sich als kreisförmige Lage auf dem oberen Papierblättchen und kann abgenommen, das Filtrat bei *d* abgelassen werden.

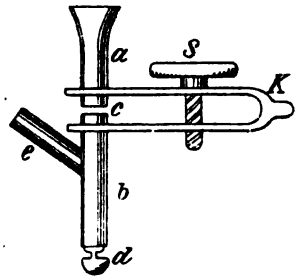


Fig. 267.

**223. Herrichtung der Dünnschliffe zu chemischen Untersuchungen.** Präparate, welche man von vornherein zu chemischen Untersuchungen bestimmt, wird man unbedeckt lassen und auch deren Oberfläche nicht polieren, weil so die Angriffsfläche grösser, also der chemische Eingriff energischer ist. Soll nicht das ganze Präparat, sondern nur ein Teil desselben geprüft werden, so trennt man diesen durch einen ringförmig aufgetragenen Faden zähflüssigen Canadabalsams ab, über welchen hinaus der mit einer Kapillarpipette zugeführte Tropfen des Reagens sich nicht ausbreiten kann. — Soll ein schon bedecktes Präparat zur chemischen Untersuchung verwendet werden, so erweicht man durch Erwärmung den Canadabalsam, entfernt das Deckglas und wäscht den Canadabalsam mit einem in Spiritus oder Aether getauchten Pinsel ab. Ist nur ein Teil des Dünnschliffs zur Prüfung bestimmt, so schneidet man die diesen Teil bedeckende Fläche des Deckgläschens mit einem Schneidediamant vorsichtig an, hebt nach Erwärmung mit einer Nadel

1) N. J. 1886. I. 49—50.
2) Anleitung etc. S. 20—21.
3) S. M. A. 1885. 225.

den losgeschnittenen Teil des Gläschens ab und entfernt den Canadabalsam in derselben Weise. — Ist das zu untersuchende Teilchen im Präparat sehr klein und soll das Reagens dennoch nur dieses Teilchen angreifen, so verfährt man in folgender Weise. Das Deckgläschen wird, wie angegeben, gänzlich vom Schliffe entfernt, die bedeckende Schicht von Canadabalsam gelassen, alsdann unter dem Mikroskop mit einer feinen Präpariernadel die dünne Canadabalsamschicht an der Stelle abgestochert, wo das Reagens einwirken soll. Besser noch betupft man unter dem Mikroskop die zu behandelnde kleine Stelle mit irgend einem Pigment und präpariert dann bei unbewaffnetem Auge oder mit der Lupe die bezeichnete Stelle frei, indem man zunächst mit der heiss gemachten Spitze einer Präpariernadel den Balsam abkratzt, dann mit einem feinen Pinsel, der in Aether oder Alkohol getaucht wurde, den letzten Rest löst und schliesslich mit einem feuchten Leinenstückchen abwischt. A. Streng[1]) empfiehlt ein anderes Verfahren, wonach über die vom Deckgläschen befreite, aber noch mit dem Canadabalsam bedeckte Schicht ein neues, mit einer feinen trichterförmigen Durchbohrung versehenes Deckgläschen gelegt wird. Dieses verschiebt man unter dem Mikroskop so lange, bis die feine Oeffnung genau über dem zu untersuchenden Teile des Präparats liegt. Nun erwärmt man das Präparat leicht bis zum beginnenden Schmelzen des Canadabalsams, drückt das Deckgläschen fest und entfernt in der Oeffnung den Canadabalsam mit einem in Aether oder Spiritus getauchten Pinsel. Das Reagens wird alsdann in die Oeffnung eingeführt und kann nun keinen andern Teil des Präparats angreifen, als die kleine entblösste Stelle. Die zu dieser Operation notwendigen Deckgläschen erhält man dadurch, dass man gewöhnliche Deckgläschen mit Wachs überzieht, an der gewünschten Stelle das Wachs in einem 0.5—1 mm Durchmesser haltenden Kreise wegkratzt und auf die freie Stelle Flusssäure so lange wirken lässt, bis diese das Gläschen durchgefressen hat. Man tut gut, derartige Gläschen in grösserer Anzahl vorrätig zu halten. — Sollen Säuren zur Verwendung kommen, welche Glas angreifen, so wird statt des durchbohrten Deckgläschens ein durchbohrtes dünnes Platinblech benutzt. — Beabsichtigt man, auf einen Dünnschliff heisse Salzsäure oder Schwefelsäure einwirken zu lassen, so muss er vollständig vom Glase abgelöst und der Canadabalsam beiderseitig durch vorsichtiges Erwärmen in Aether und Alkohol gänzlich entfernt werden. In derselben Weise verfährt man, wenn ein Dünnschliff geglüht werden soll; das Glühen erfolgt am sichersten auf einem Platinblech oder in einem Platintiegel.

**224. Prüfung der Dünnschliffe auf Löslichkeit.** Zu den mehr oder weniger leicht löslichen, in Gesteinen verbreiteten Mineralien gehören die Karbonate, die Phosphate und manche Eisenerze. Bei der Auflösung der Karbonate, von denen Calcit schon in Essigsäure, andere in kalter,

1) N. J. 1885. I. 26—28.

wieder andere erst in heisser Salzsäure löslich werden, tritt eine Effervescenz durch die gasförmig entweichende Kohlensäure ein, welche bei nicht zu geringer Menge der Karbonate der Beobachtung auch ohne Mikroskop nicht entgeht. Sind jedoch die Partikel von Karbonaten sehr klein und nur vereinzelt in dem Präparat enthalten, dann kann die Entwicklung der Kohlensäure leicht übersehen werden. In solchen Fällen tut man gut, das Präparat mit etwas Wasser und einem Deckgläschen zu bedecken, und die zur Einwirkung bestimmte Säure in einem Tropfen auf den freien Teil des Objektglases zu bringen, so dass langsame Diffusion mit dem Wasser über dem Schliff stattfindet. Schon bei schwachen Vergrösserungen beobachtet man dann die Bildung der Kohlensäurebläschen im Gesichtsfeld an allen Stellen, wo Karbonate liegen. Muss der Schliff während der Operation erwärmt werden, so legt man ihn nicht direkt auf den Objekttisch, sondern auf eine durchbohrte Kupferplatte, deren Durchbohrung über dem Diaphragma des Objekttisches liegt, und welcher die nötige Wärme durch Erhitzung zweier langzungenförmiger Fortsätze vermittelst Spiritusflammen oder Gasbrenner zugeführt wird. Die Basen, an welche die Kohlensäure gebunden war, finden sich in der Lösung, welche den Schliff bedeckt; hebt man diese mit engen Kapillarpipetten ab, welche man durch Ausziehen einer dünnen Glasröhre erhält, und bringt sie auf ein reines Objektglas, so kann man die Basen nach den gewöhnlichen Methoden der anorganischen Analyse oder durch die in § 241 angegebenen Reaktionen leicht nachweisen. Solche Kapillarröhrchen, die wohl R. Bunsen mit seinen Flammenreaktionen in die analytische Chemie einführte, halte man in grosser Zahl vorrätig und werfe dieselben stets nach einmaligem Gebrauche fort, da eine vollkommene Reinigung sich gegenüber ihrem minimalen Wert nicht lohnt.

Eine Gasentwicklung kann auch bei der Auflösung mancher Sulfide eintreten; das sich bildende Gas ist alsdann Schwefelwasserstoff. Hat die Entwicklung unter dem Deckgläschen stattgefunden, so lässt sich dieses Gas durch die Färbung eines mit Bleiwasser befeuchteten Streifens Filtrierpapier nachweisen, den man in die den Schliff bedeckende Lösung taucht.

Ohne Gasentwicklung lösen sich in Mineralsäuren (man wendet vorwiegend Salzsäure an) die meisten Phosphate und die oxydischen Eisenerze und Manganerze, so lange man bei letzteren keine Erwärmung vornimmt. — Von den Phosphaten kommt in erster Linie der in den Gesteinen allgemein verbreitete Apatit in Betracht. War Apatit in dem Präparat vorhanden, so weist man die Phosphorsäure durch einen Zusatz von molybdänsaurem Ammoniak nach (s. § 241 S. 446).

Von den oxydischen Eisenerzen löst sich wohl der Limonit am leichtesten, demnächst der Magnetit, schwerer schon der Eisenglanz und äusserst schwer der Ilmenit in Salzsäure; unlöslich oder doch nahezu unlöslich ist das Chromeisen. Die Lösung aller vollzieht sich im Dünnschliff wegen der geringeren Angriffsoberfläche langsamer, als im Pulver. Man wird sich daher der Behandlung eines Dünnschliffs mit Salzsäure

vielfach bedienen können, um diese Eisenerze zu unterscheiden. Besonders bei den so verbreiteten gesetzmässigen Verwachsungen von Ilmenit, wie er im zweiten Teil dieses Buches als Titaneisenglimmer beschrieben wird, mit Magnetit kann man letzteren durch Salzsäure bequem entfernen und ersteren frei legen. Noch häufiger wird es nötig, die Eisenerze durch Säure zu entfernen, um Mineralien oder Strukturverhältnisse wahrnehmen zu können, welche von ihnen verdeckt werden. Zumal bei porphyrischen Gesteinen, Tonschiefern und Phylliten, stellt sich diese Notwendigkeit oft ein.

J. Lemberg[1]) verwandte eine siedende Cyankalium-Lösung, um Kupferglanz, Buntkupfererz, Silberglanz und Fahlerz nach ihrer Löslichkeit zu unterscheiden.

**225. Prüfung der Dünnschliffe auf Gelatination.** Ausser der reinen Lösung behandelt man die Dünnschliffe häufig mit Säuren zum Nachweis gelatinierender Silikate. Das Verfahren regelt sich dabei nach dem Zweck, welchen man verfolgt. Handelt es sich nur darum, die Gegenwart solcher Silikate, wie etwa aus der Familie des Olivins, des Nephelins, der Zeolithe, der basischeren Feldspate, des Chlorits oder Serpentins darzutun, so bedeckt man das sauber gereinigte Präparat mit einer dünnen Haut der zur Verwendung kommenden Säure; man breitet einen Tropfen derselben mit dem Finger oder einem Glasstab flach über das Präparat aus. Ist die Flüssigkeitsschicht über dem Präparat zu dick, so breitet sich die entstehende Gelatine über das ganze Präparat aus und verleiht auch nicht gelatinierten Teilen das Aussehen, als seien sie angegriffen. Hat die Säure, eventuell unter Erwärmung, hinreichend eingewirkt, so entfernt man dieselbe durch Abspülen des Präparats in Wasser, wenn nötig unter Zusatz eines Tröpfchens Ammoniak, um den letzten Rest der Säure zu neutralisieren. Die Einwirkung soll, wenn irgend möglich, nur so lange dauern, bis sich eine ganz dünne Schicht Gelatine über den angegriffenen Substanzen gebildet hat, durch welche hindurch man noch die Polarisationserscheinungen des Minerals wahrnehmen kann; man wiederholt also besser einen Versuch mehreremal, als dass man sofort zu kräftig einwirken lässt. Um die durchsichtige Gelatine nun zur Wahrnehmung zu bringen, bedeckt man das Präparat mit einem Tropfen Wasser, dem eine verdünnte wässrige Fuchsinlösung zugesetzt wurde, und lässt diese nicht allzu intensiv gefärbte Lösung längere Zeit über dem Präparat stehen. Dadurch imbibiert sich die Gelatinehaut mit dem Pigment; und spült man nun wieder den Schliff mit Wasser gut ab, so verschwindet die Färbung an allen Stellen, ausser an denjenigen, wo eine Gelatination eingetreten war. Ueberzeugt man sich, dass die Säure nicht hinreichend eingewirkt hatte, so zerstört man das Fuchsin auf dem Präparat durch einen Tropfen Säure und wiederholt den Versuch. — Man kann sich natürlich jedes andern Färbemittels, welches

1) Z. D. G. G. **46**. 1894. 488–491.

von der Gelatine absorbiert wird, ebenso gut bedienen, wie einer wässrigen Fuchsinlösung. — In manchen Fällen empfiehlt es sich, den mit Säure behandelten und z. T. gelatinierten Schliff mit einer Salzlösung, etwa der Lösung eines Eisensalzes, zu bedecken und, nachdem diese hinreichend in die Gelatine eingedrungen ist, wieder ein Reagens aufzutragen, durch welches eine Färbung oder Fällung in der imbibierten Salzlösung erzeugt wird (Ferrocyankalium oder Ammoniak). Zumal für Dauerpräparate ist dieses Verfahren vorzuziehen.

Will man zugleich die Basen nachweisen, welche in den gelatinierten Substanzen vorhanden waren, so lässt man die Säuren länger und kräftiger einwirken, hebt dann die Lösung mit Kapillarpipetten ab, dampft sie auf einem Objektglas ein, um die gelöste Kieselsäure unlöslich zu machen, löst wieder in eventuell angesäuertem Wasser und prüft nach den in § 241 mitgeteilten Methoden. Das Präparat, welches geätzt wurde, wird alsdann nach Abnahme der Lösung behufs Tinktion in der beschriebenen Weise behandelt.

Kommt es endlich darauf an, die gelatinierten Substanzen einfach zu entfernen (bei zeolithischer Zersetzung von Feldspatgesteinen, chloritischer und serpentinöser Umwandlung von Pyroxenen und Amphibolen u. s. w.), so zerstört man dieselben tunlichst vollständig und spült zweckentsprechend mit einem kräftigen Wasserstrahl das Präparat ab, um die oft hartnäckig anhaftende Kieselgallerte fortzuwaschen. Man wird dadurch oft Mineralien blosslegen, deren Anwesenheit bei Betrachtung des nicht geätzten Schliffs kaum vermutet wurde.

F. Becke[1]) bediente sich der Flusssäure, um Quarz und Feldspat in dichtem Gemenge von sehr feinem Korn zu unterscheiden. Nach einer Einwirkung von wenigen Sekunden hat sich, während Quarz einfach gelöst wird, auf dem Feldspat eine Haut von amorphem Aluminiumkieselfluorid gebildet. Die Säure wird vorsichtig abgespült und das Präparat in ein Farbebad von Anilinblau, sog. Baumwollblau, gelegt. Hat sich die Imbibition vollzogen, so spült man besser nicht mit Wasser ab, sondern legt das Präparat kurze Zeit in etwas mit Wasser verdünnten Alkohol, um das Pigment von den nicht gelatinierten Stellen des Schliffs zu entfernen. Dass auch die sauren und basischen Feldspate durch Aetzung mit wässeriger Flusssäure und darauffolgender Tinktion zu unterscheiden sind, lehrten Becke[2]) und Pelikan[3]). Becke empfiehlt zur Herstellung von Dauerpräparaten, die ätzende Säure durch Fliesspapier vom Rande her ohne Berührung des Schliffs möglichst zu entfernen und den Rest durch Daraufblasen auf dem Wasserbade rasch zu verdampfen. Darauf bedecke man das Präparat bis über seine Ränder mit der Farblösung, sauge diese mit einer Pipette nach 5—10 Minuten langer Ein-

1) T. M. P. M. **10**. 1888. 90 und briefl. Mitteil. vom 18 April 1889 an H. Rosenbusch.

2) T. M. P. M. **12**. 1892. 257.

3) Ibidem **12**. 1892. 158.

wirkung ab und reinige durch vorsichtiges Auftropfen von Wasser. Die Farbhaut wird durch absoluten Alkohol entwässert, dann einige Minuten in Benzol gelegt, darauf mit einem Tropfen Lavendelöl benetzt und schliesslich mit in Aether gelöstem Canadabalsam bedeckt. Diese Methode verhütet das Abblättern der Farbschicht. Auch drei Gemengteile wie Quarz, Orthoklas und Plagioklas lassen sich bei vorsichtiger Anwendung dieser Methode von einander unterscheiden und in ihrer Verteilung im Gestein studieren, wie man aus der Tafel des Granitit von Konopischt im Berwerthschen Werk „Mikroskopische Strukturbilder der Massengesteine", Stuttgart 1900, ersehen kann. Der Plagioklas erscheint tief blau gefärbt, der Orthoklas hat fast unmerklich Farbe aufgenommen, seine Kanten sind aber durch die Säure gerundet und seine Risse und Spalten vertieft worden, der Quarz ist vollkommen farblos geblieben.

Mit Flusssäure bilden natürlich alle Alumosilikate gelatinöses Aluminiumkieselfluorid, und man kann diese dadurch von tonerdefreien Silikaten unterscheiden. Doch ist nicht zu vergessen, dass auch Calciumkieselfluorid bisweilen amorph ist.

A. Sauer[1]) unterschied die kalkreichen und kalkarmen oder kalkfreien Glieder der Sodalithgruppe durch das Vorhandensein reichlicher oder spärlicher Gypsnadeln oder durch das Fehlen derselben, in der nach Behandlung mit Salzsäure auf der Oberfläche dieser Mineralien erzeugten Gallerte, nachdem diese eingetrocknet war. — Man unterscheidet Sodalith und Analcim in Eläolithsyenit nach F. Graeff[2]) sehr leicht dadurch, dass man die Schliffoberfläche mit sehr verdünnter chlorfreier Salpetersäure oder Essigsäure befeuchtet. Beide Mineralien gelatinieren nach kürzester Zeit. Fügt man nun einen Tropfen verdünnten Bleinitrats oder Bleiacetats hinzu, so bedeckt sich die Oberfläche des Sodaliths mit den stark doppelbrechenden flachen Nadeln des Chlorbleies, während diese auf dem Analcim nicht entstehen. — Solche und ähnliche Versuche sind noch mannigfach zu variieren und zu vermehren. So lässt J. Lemberg[3]) eine Lösung, welche 4% Salpetersäure und 2% Silbernitrat enthält, einwirken, um z. B. auf einem Sodalithkorn einen Niederschlag von Chlorsilber zu erhalten, der als solcher erkannt, oder auch durch Pyrogallol zu Silber reduziert werden kann. Salpetersäurereichere Lösungen sind nicht zu empfehlen, weil dann die Bildung von Chlorsilber zu rasch erfolgt und der Ueberzug nicht gut haftet. Silbernitrat muss immer reichlich vorhanden sein, damit die Lösung in unmittelbarer Berührung mit Sodalith nie frei von Silber wird, weil sonst die freigewordene Salzsäure nicht mehr auf der Oberfläche des Sodalithkorns gefällt wird. Bei chlorhaltigen Silikaten, welche durch Salpetersäure nicht zersetzt werden, setzt Lemberg der sauren Silbernitratlösung 6% Flusssäure zu[4]).

---

1) Zeitschr. f. d. ges. Naturw. Halle. **13**. 1876. 322.
2) N. J. 1887. II. 230.
3) Z. D. G. G. **42**. 1890. 738.
4) Z. D. G. G. **44**. 1892. 224.

**226. Niederschlagsreaktionen auf Dünnschliffen.** Als Beispiele, wie man die Dünnschliffoberfläche zu Niederschlagsreaktionen benutzen kann, mögen die folgenden dienen. Die Calciumkarbonate, besonders Calcit, schlagen aus Eisenchloridlösungen, mit denen man den Schliff bedeckt, rasch Eisenoxyd nieder, welches dann nach Zufügung von Schwefelammon den Calcit je nach der Dicke der Haut von einfach Schwefeleisen grün bis schwarz färbt. Dolomit, welcher viel langsamer von Säuren angegriffen wird, zeigt nach J. Lemberg[1]) bei gleicher Behandlung diese Färbung nicht oder viel weniger intensiv und erst nach längerer Behandlung[2]). Derselbe Forscher benutzte die Fähigkeit des Calcits, aus kalten Lösungen von Aluminiumsalzen die Tonerde rasch und vollständig zu fällen, zur Unterscheidung von Dolomit, der das sehr viel langsamer tut. Fügt man der Aluminiumsalzlösung einen Farbstoff hinzu, so verbindet sich dieser mit der gefällten Tonerde zu einem sog. Lack. Benutzt man die von Lemberg empfohlene Lösung von 4 Teilen trockenem $AlCl_3$ in 60 Teilen Wasser, die man mit 6 Teilen Blauholz (*Haematoxylon campechianum*) 25 Minuten unter Ersatz des beim Kochen verdampfenden Wassers heiss umgerührt hat, zum Befeuchten des Schliffs, so färbt sich der Calcit violett.

Auch andere Arbeiten Lembergs beschäftigen sich mit Niederschlagsreaktionen[3]). Kiese, Glanze und Blenden untersuchte er unter Anwendung einer alkalischen Bromlösung und einer mit Schwefelsäure angesäuerten Silbersulphatlösung[4]).

**227. Aetzfiguren.** Die Untersuchung der chemischen Kohäsion, welche vermittelst der Aetzfiguren Richtungen des grössten und kleinsten Widerstandes gegen den Eingriff von Lösungsmitteln in den molekularen Bau kennen lehrt, hat nach F. Leydolts Vorgang[5]) in den Händen von Baumhauer, Tschermak, Klein, Becke u. a. sich als ein bewundernswertes Mittel zur Erforschung verwickelter Krystallisationsverhältnisse erwiesen und manche Symmetrieverhältnisse bei komplizierten Krystallisationen aufgedeckt. Zumal bei isolierten Krystallen, wie bei den Mineralien der Pyroxen- und Amphibolfamilien, erhält man durch die Aetzfiguren bisweilen Aufschluss, wenn andere Methoden im Stich lassen. — Ebenso bedient man sich derselben mit Erfolg bei den Untersuchungen über die Orientierung des optischen Elastizitätsovaloids in den Mineralien der Glimmer-, Sprödglimmer- und Chloritreihe, wenn diesen die äussere Begrenzung fehlt. — In gewissen Fällen endlich geben die Aetzversuche Anhaltspunkte bei der Bestimmung sonst oft schwer zu unterscheidender Substanzen, wie z. B. Quarz und Cordierit, wenn keine Schnitte vorliegen, die eine sichere optische Bestimmung gestatten.

---

1) Z. D. G. G. **39**. 1887. 489; **40**. 1888. 357.
2) s. auch F. Hinden, Verh. Naturf. Ges. Basel. **15**. 1903. Heft 2.
3) Z. D. G. G. **42**. 1890. 737—752; **44**. 1892. 224–237. 823—824.
4) Z. D. G. G. **46**. 1894. 788—799.
5) Sitz.-Ber. Wien. Akad. **15**. 1855. 59–85.

Der ausgiebigen Verwendung dieser Aetzmethoden bei den Untersuchungen der Dünnschliffe steht die Abhängigkeit der Form der Aetzfiguren von der Lage der geätzten Fläche und die unsichere Bestimmung der Flächenlage entgegen. Auch bilden sich scharfe Figuren nur auf Krystall- und Spaltungsflächen, während auf angeschliffenen Flächen nur bei sehr guter Politur einigermassen präzise und deutliche Formen entstehen. Es hängt dies wohl damit zusammen, dass auch die best polierte Fläche in strukturellem Sinne noch als rauh zu bezeichnen ist und gegenüber einer glatten Spalt- und Krystallfläche leichter angegriffen wird.

Man erhält die Aetzfiguren, je nach der zur Untersuchung vorliegenden Substanz, durch Anwendung von Essigsäure, Salzsäure, Schwefelsäure, Flusssäure, Kieselflusssäure und ihrer Gemenge, oder durch kaustische Alkalien, die man je nach Umständen bei gewöhnlicher Temperatur oder in erhitztem, auch geschmolzenem Zustand einwirken lässt. In manchen Fällen ist es nötig, die Präparate vom Objektglas loszulösen und dann natürlich beiderseits vom Canadabalsam zu reinigen. Nach Einwirkung des Reagens wird die geätzte Substanz vollkommen von den durch die Reaktion entstandenen Verbindungen durch reichliches Waschen in Wasser oder Säuren befreit und das Präparat in ein Medium von möglichst abweichendem Brechungsexponenten gebettet. Man wählt also Wasser einerseits oder Jodmethylen etc. andererseits, je nachdem der Index des geätzten Minerals hoch oder niedrig ist. Auch wird man darauf achten, den vom Kondensor kommenden Beleuchtungskegel durch Irisblende oder Senkung stark einzuengen, um die Aetzfiguren deutlich zu sehen. Bisweilen kann es gute Dienste tun, wenn man eine mit Aetzfiguren bedeckte Oberfläche, wie dieses Knop[1]) bei der Untersuchung des Xanthophyllit der Schischimskischen Berge und ihrer sog. Diamanteinschlüsse tat, mit staubförmigem schwarzem Kupferoxyd auf Fliesspapier einreibt und dann wieder auf reinem Fliesspapier durch Reiben die an der Oberfläche haftenden Teilchen des Pigments entfernt, so dass nur die in die Vertiefungen der Aetzfiguren eingeriebenen Stäubchen bleiben und diese selbst nun besser sichtbar sind.

Die Formen der Aetzfiguren können bekanntlich auf einer und derselben Fläche desselben Minerals verschieden sein je nach dem angewandten Aetzmittel; nur der Grad ihrer Symmetrie ist unabhängig von dem letzteren und seiner Konzentration.

**228. Das Glühen von Dünnschliffen** dient zum Nachweis wasserhaltiger Mineralien, kohliger Substanzen oder zur Erzeugung von Färbungen, welche für bestimmte Verbindungen charakteristisch sind.

Die meisten wasserhaltigen Mineralien, wie Zeolithe und Chlorite, werden durch starkes Glühen eines Dünnschliffs, in welchem sie vorkommen, trübe. Farblose wasserhaltige Mineralien werden einfach trübe, farbige pflegen zugleich ihre Farben zu ändern, die chloritischen Sub-

1) N. J. 1872. 785—794.

stanzen werden bei hinreichendem Glühen rostbraun bis schwarz[1]). — Dass auch andere flüchtige Bestandteile einer Verbindung durch Glühen ausgeschieden werden und dadurch das Aussehen der Substanz verändern, zeigte E. Cohen[2]) bei der Unterscheidung von Cancrinit und Nephelin.

Ebenso wie durch feine Verteilung von Eisenerzen, werden die Gesteinspräparate auch durch fein verteilte kohlige Partikel undurchsichtig. Man entfernt dieselben und unterscheidet sie zugleich von den Eisenerzen dadurch, dass man die Dünnschliffe glüht. Da nun diese kohligen Substanzen sehr oft mit Eisenerzen mechanisch gemengt sind, so tut man gut, die Präparate vor dem Glühen mit Salzsäure zu behandeln und wenn nötig, diese Operation nach dem Glühen zu wiederholen, da oft erst dann Erzteilchen frei gelegt werden, welche vorher durch Einhüllung in Kohlesubstanz vor dem Angriff durch die Säure geschützt waren. Fein verteilten Pyrit kann man nicht durch Salzsäure, wohl aber durch Salpetersäure wegätzen. Die Verbrennbarkeit kohliger Substanzen ist eine recht verschiedene. Dass sich Graphit in manchen Fällen auch durch anhaltendes starkes Glühen anscheinend nicht entfernen lässt, kann nur durch Verunreinigungen bedingt sein. Reiner Graphit verbrennt nach A. Osann[3]) schon in dunkler Rotglut über dem Bunsenschen Brenner.

Farblose eisenoxydulhaltige Silikate lassen sich durch Glühen rot bis rotbraun färben. C. W. C. Fuchs[4]) beobachtete diese Eigenschaft wohl zuerst am Olivin. Pyroxene und Amphibole geben, zumal wenn sie vorher farblos oder schwach gefärbt waren, die gleiche Reaktion. Der Olivin wird dabei bisweilen, der Amphibol wohl immer und oft ausserordentlich stark pleochroitisch. Bei letzterem sind die Farben und der Pleochroismus dieselben, welche man an dem Amphibol von Gesteinseinschlüssen in Laven und vulkanischen Auswürflingen wahrnimmt. Fuchs erklärte bereits die rote Farbe mancher natürlicher Olivine auf ähnliche Weise. Die Erscheinung dürfte auf einer äusserst feinen Verteilung des aus der Verbindung austretenden Eisenoxyds beruhen.

Manche Turmaline werden nach A. Osann (l. c. S. 377) durch Glühen braunrot und verlieren ihren Pleochroismus. Letztere Erscheinung findet wohl auch bei Cordierit statt.

Dass die Mineralien der Hauynreihe durch Glühen blau gefärbt werden können, wenn sie diese Farbe vorher nicht besassen, zeigte H. Vogelsang[5]). — A. Knop[6]) erhielt dieselbe Reaktion, wenn er Dünnschliffe mit Mineralien dieser Reihe in einem geschlossenen Platintiegel glühte, auf dessen Boden eine Messerspitze voll Schwefelblumen gestreut war, so dass die Schliffe sich also im Schwefeldampf befanden.

---

1) C. W. Gümbel, die paläolithischen Eruptivgesteine des Fichtelgebirges. München 1874. 2.
2) N. J. 1883. II. 371.
3) Mitt. Gr. Bad. geol. Landesanst. 1891. II. 376.
4) N. J. 1869. 577—578.
5) Ueber die natürlichen Ultramarinverbindungen. Bonn 1874. 33.
6) N. J. 1875. 74—76.

Farblose tonerdehaltige Mineralien färben sich blau, wenn man das Präparat auf einem Platinblech mit stark verdünnter Kobaltsolution befeuchtet, sehr stark glüht (man bedeckt es mit einem Platindeckel, um die Temperatur zu erhöhen) und dann mit verdünnter Salzsäure digeriert. Die Reaktion, welche zumal zur Unterscheidung des Sericit von ähnlich aussehenden Substanzen, wie Talk, wichtig ist, tritt oft erst nach mehrmaligem Glühen ein.

J. Lemberg[1]) zeigte, dass man in einem Gemenge von Karbonaten und Brucit den letzteren Gemengteil leicht und sicher dadurch nachweisen kann, dass man das bis zum Wasserverlust des Brucit erwärmte Präparat in eine Lösung von Silbernitrat taucht. Der Brucit färbt sich alsdann durch ausgefälltes Silberoxyd braun bis fast schwarz, während die Karbonate unverändert bleiben.

---

## Zweiter Abschnitt.

## Trennungsmethoden.

**229. Allgemeines.** Um die Gemengteile eines Gesteins in reinem Zustand zu untersuchen, bedarf es ihrer Trennung und Abscheidung aus dem Gemenge. Es gelingt eine solche Zerlegung eines Gemenges in seine Mineralkomponenten, also gewissermassen eine mechanische Analyse des Gemenges, nicht immer durch konsequente Anwendung einer einzigen Methode; man muss vielmehr öfters mehrere Trennungsmethoden neben einander benutzen, die sich teils auf die verschiedene Eigenschwere der Gemengteile, teils auf ihre verschiedene Angreifbarkeit durch chemische Reagentien, teils auf ihr Verhalten gegen stärkere und schwächere Magnete stützen.

Für alle diese Trennungen ist es Vorbedingung, das Gemenge in Pulverform zu bringen und dem Pulver nicht nur solche Dimensionen zu geben, dass ein erheblicher Teil der Körnchen homogen sei, d. h. nur aus einer Mineralart bestehe, sondern es muss auch die Korngrösse des zur Trennung bestimmten Pulvers eine tunlichst gleichmässige sein. Welche Korngrösse des Pulvers man in einem gegebenen Falle zu wählen habe, hängt im wesentlichen von der Korngrösse des Gesteins ab, und als allgemeine Regel lässt sich nur der Satz aufstellen, dass die mechanische Trennung um so leichter und sicherer gelingt, je grösser das Korn des zu trennenden Pulvers ist. Je staubähnlicher das Pulver ist, um so langsamer und schwieriger wird die mechanische Trennung, um so leichter und bequemer dagegen die chemische. Um nun bei der für die mechanische Sonderung erforderlichen Zerkleinerung eines Gesteins von dem störenden Gesteinsmehl möglichst wenig zu erhalten, muss man die Stücke in einem Metallmörser mit dem Klöpfel zerstampfen und das Reiben

---

1) Z. D. G. G. 1872. 226—227

und Quetschen möglichst vermeiden. Glaubt man annähernd die erforderliche Korngrösse erreicht zu haben, so bringt man das Pulver in ein grösseres Gefäss (Becherglas oder Porzellanschale) und spült mit Wasser das feine, einer mechanischen Trennung höchst hinderliche Mineralmehl, welches leicht im Wasser suspendiert bleibt, fort. Nur wenn man absolut mikroskopische Gemengteile chemisch isolieren will, wird man dieses Waschen des Pulvers unterlassen oder jedenfalls das abgewaschene Mehl sammeln und mikroskopisch darauf prüfen, ob sich nicht das zu isolierende Mineral in demselben befindet. — Das gewaschene Pulver wird getrocknet und durch eine Reihe von feinen Drahtsieben von etwa 1 bis 0.2 qmm Maschenweite in Portionen von gleicher Korngrösse getrennt[1]). Man prüft diese mikroskopisch, um zu sehen, in welcher Portion die erforderliche Homogenität der einzelnen Körner erreicht wurde; auf diese Korngrösse reduziert man alsdann das gesamte, zur Verwendung bestimmte Pulver.

In welcher Reihenfolge an einem so vorbereiteten Pulver die fernere Trennung nach spezifischem Gewicht, durch Magnete oder durch chemische Angriffe bewirkt werden muss, wird durch die im einzelnen Fall vorliegende Aufgabe bedingt sein.

**230. Trennung durch Wasser (Schlämmanalyse).** Die Sonderung eines Gemenges verschiedener Mineralien durch strömendes Wasser oder durch Fallenlassen in ruhendem Wasser vollzieht sich überwiegend nach der Grösse und der Form der Körner und in untergeordneter Weise nach deren spezifischem Gewicht. Mit dieser in der Technik bei Aufbereitung der Erze so vorzüglich durchgebildeten Schlämmmethode kann man also eine Trennung der gesteinsbildenden Mineralien nicht gut durchführen, wenn nicht ganz erhebliche Unterschiede in der Eigenschwere der Gemengteile vorhanden sind. Da Blättchen erheblich leichter bewegt werden als Körner, so lassen sich die Mineralien der Glimmergruppe noch am leichtesten von andern trennen.

Man kann hierbei die allerverschiedensten Formen von Gefässen, hoch oder flach, anwenden, und mit ruhendem oder fliessendem Wasser arbeiten.

Um rasch aus einem Pulver oder aus natürlichem Schutt, Grus, Sand u. s. w. die weit verbreiteten, selteneren und spezifisch schweren Mineralien (Zirkon, Rutil, Anatas, Brookit, Erze, Turmalin, Monazit etc.) abzuscheiden, schlägt H. Thürach[2]) folgendes Verfahren ein. Das

---

1) Solche Siebe erhält man in einem Satz von fünf Sieben als „Metallsiebe zum Diatomaceenschlämmen“ von Dr. Ed. Kaiser, Institut für Mikroskopie, Schöneberg-Berlin, Kolonnenstr. 56. Man reinige sie nach Gebrauch von den eingeklemmten Körnchen vermittelst einer harten Bürste oder einer Nadel. Auch Gaze, wie sie P. Altmann, Berlin, Luisenstr. 47, an seinen Sieben anbringt, können bei sehr feinem Pulver vorteilhaft verwendet werden.

2) Verh. phys.-med. Ges. Würzburg. N. F. 18. 1884. 204.

gesiebte Pulver wird nach der im bergmännischen Betrieb, besonders bei Goldwäschen gebräuchlichen Methode in dem sog. Sichertrog (Batêa) oder in Ermanglung eines solchen, übrigens einfachen Apparats in einer gewöhnlichen Porzellanschale von mittlerer Grösse mit Wasser geschlämmt, um zunächst die tonigen, leicht schwebenden Teilchen abzuspülen[1]). Zu dem mehr sandigen Rückstand setzt man die doppelte Menge Wasser und bringt ihn durch Schwenken der Schale auf kurze Zeit in schwebende Bewegung. Dabei senken sich die spezifisch schwereren Teile nach unten. Neigt man nun die Schale nach der einen Seite, verlangsamt die Bewegung und giesst dabei das Wasser ab, so lässt sich die oberste Sandschicht mit der Hand abnehmen. Das Verfahren wird wiederholt, so oft es nötig erscheint. Den dann an den zu isolierenden schweren Partikeln sehr angereicherten Rückstand wäscht man mit reinem Wasser, schwenkt ihn nochmals, wobei der letzte Rückstand an leichtem Sand sich gewöhnlich gut absondert. Nach dem Eintrocknen kann dieser mit einer Feder weggenommen werden. — J. J. H. Teall[2]) siebt das zu trennende Material in einem zweckentsprechend feinen Siebe unter Wasser in einer Porzellanschale. Durch das Sieb gehen nur die mikroskopischen Kryställchen der oben genannten Mineralien und der feine Staub, der sich dann leicht durch Schlämmen mit Wasser aufrühren und abgiessen lässt.

So gering die Bedeutung der Schlämmanalysen bei der Isolierung von Mineralien ist, so wichtig kann sie werden, wenn es sich um die Sonderung der Bestandteile der natürlichen losen Massen, wie der Sande, Tone, Lehme, Lösse oder im allgemeinen des Ackerbodens handelt, da bei diesen Untersuchungen der Gehalt an Feinerde und Sand und ihre Zusammensetzung von grossem Wert für die Beurteilung der Böden ist. Unter den zahlreichen Apparaten, die von den Bodenanalytikern erfunden wurden, scheinen der Schlämmzylinder von J. Kühn und der Schlämmtrichter von Em. Schöne weiter verbreitet zu sein; auch dürfte eine von Fr. Eichstädt konstruierte, w. u. beschriebene Vorrichtung in manchen Fällen gute Dienste leisten.

Der Kühnsche Schlämmzylinder (Fig. 268)[3]) besteht aus einem 30 cm hohen Glaszylinder von 8.5 cm lichter Weite, der 2 cm unter dem oberen Rand eine Marke und seitlich unten, 5 cm vom Boden, einen Tubus von 1.5 cm Weite trägt. Der Tubus wird durch einen Gummistopfen geschlossen, der genau bis zur inneren Wandung reicht. Das Arbeiten erfolgt immer mit 50 gr Boden, den man nach gründlicher Durchfeuch-

---

1) Angaben über die Handhabung der Batêa finden sich bei O. Derby, Proc. Rochester Acad. 1. 1891. 198—206.

2) Min. Mag. 7. 1887. 201.

3) Die erste Erwähnung des Schlämmzylinders von Julius Kühn scheint sich bei K. Tietschert, Keimungsversuche mit Roggen und Raps etc. Halle 1872. S. 23 zu finden. Eine ausführliche Anleitung zum Arbeiten mit diesem Apparat gab mit Erlaubnis des Erfinders F. Steinriede, Anleitung zur mineralog. Bodenanalyse. Leipzig 1889. 8—13. Die umstehende Figur ist F. Wahnschaffes „Anleitung zur wissensch. Bodenuntersuchung" 2. Aufl. 1903 entnommen.

tung mit Hülfe des rechts in Fig. 268 abgebildeten Blechtrichters in den Zylinder einfüllt und bis zur Marke mit Wasser bedeckt, mit einem Stab kräftig umrührt und 10 Minuten stehen lässt, worauf das trübe Wasser durch den Tubus abgelassen wird. Diese Operation wird so lange (bis 20 mal) wiederholt, bis nach jedesmaligem, 10 Minuten langem Stehen das abgelassene Wasser klar oder wenigstens nahezu klar ist. Um mit diesem Kühnschen Schlämmzylinder vergleichbare Versuche zu erhalten, müssen die Dimensionen des Zylinders in allen Teilen und auch die Zeiten des Absetzens sehr genau eingehalten werden, und wenn A. Nowacki in seiner praktischen Bodenkunde[1]) dem Gefäss eine Höhe von 26 cm gibt, den Tubus 4 cm vom Boden, die Auffüllmarke 3.5 cm vom oberen Rand entfernt anbringt und nach dem Umrühren nicht 10 Minuten sondern 15 Minuten stehen lässt, so ist dies nicht das Kühnsche sondern etwa das Nowackische Schlämmverfahren. Nowacki will hierdurch eine genauere Scheidung seiner Dur- und Moll-Gesteine erzielen.

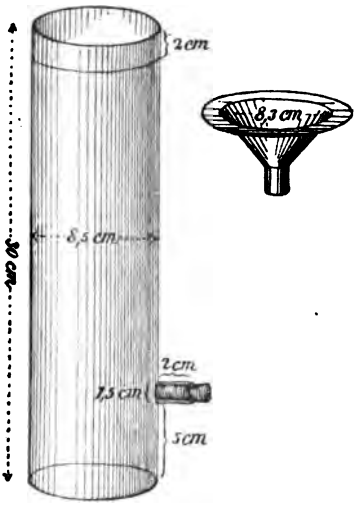


Fig. 268.

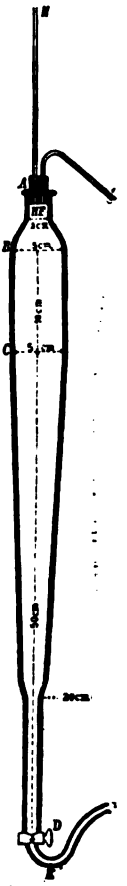


Fig. 269.

Bei dem Schöneschen Schlämmtrichter[2]) kommt es, wenn man vergleichbare Daten erhalten will, auf genaue Einhaltung der vorgeschriebenen Dimensionen fast noch mehr an, als bei dem Kühnschen Zylinder. Auch ist das ganze Arbeiten mit diesem Apparat ein komplizierteres, aber auch viel genaueres. Der wesentlichste Teil des Schöneschen Apparats besteht aus einem langen Glasgefäss, das in Fig. 269 nach einer Zeichnung in Ad. Meyers Lehrb. der Agrikulturchemie (1901) abgebildet ist. An den 2 cm langen und ebenso weiten Hals *A* schliesst sich ein zylindrisches Gefäss *BC* von 10 cm Länge und 5 cm lichter Weite an, welches nach unten in einen konisch geformten Glasteil von etwa 50 cm Länge übergeht. Die Fortsetzung bildet das unten bei *DE* umgebogene Rohr von 5 mm lichter Weite. Zur Ausführung einer Schlämmanalyse bringt man etwas Wasser in das Gefäss, füllt den gut durchfeuchteten Boden ein und lässt alsbald einen Wasserstrom bei *D* ein- und bei *A* durch ein passendes Rohr und unter geeignetem, den Zufluss regulierendem

1) Dritte Aufl. Thaer Bibl. 1899. 96—99.

2) E. Schöne, Ueber Schlämmanalyse und einen neuen Schlämmapparat. Berlin 1867. 82 S.

Druck austreten. Die senkrechte Geschwindigkeit des aufsteigenden Wassers ist in jedem Querschnitt des konischen Gefässes eine andere und wird erst in dem zylindrischen Teil konstant. Bei einem gewissen Zufluss können also alle in diesen Zylinder hinein gelangenden Teilchen weiter bewegt und damit aus der übrigen Masse entfernt werden. Bei verstärktem Zufluss findet das gleiche Spiel für gröbere Körner statt. Wegen der weiteren Ausführung der Methode, auch unter Anwendung von destilliertem Wasser, sei auf die Originalabhandlung oder auf F. Wahnschaffes Darstellung in seiner Anleitung zur wissenschaftlichen Bodenuntersuchung[1]) verwiesen.

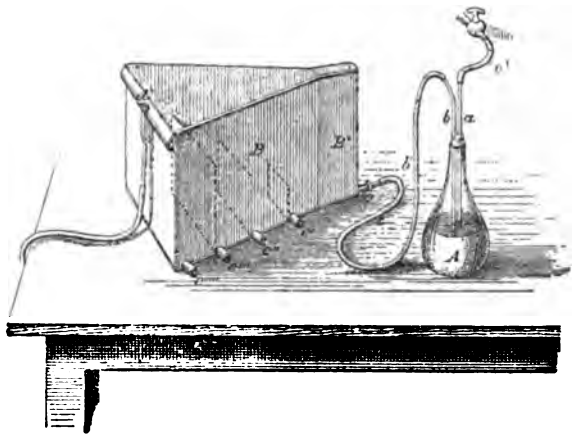


Fig. 270.

Der von Fr. Eichstädt[2]) konstruierte Schlämmapparat (Fig. 270) bringt ein Prinzip zur Anwendung, das sich auch bei einem nach Nöbel benannten Apparat findet. Der Wasserstrom wird dadurch verlangsamt, dass man ihn durch Gefässe von immer grösser werdendem Querschnitt schickt. Nach Ablauf der Operation finden sich dann in diesen Gefässen die Proben in verschiedener Korngrösse. Der Schlämmkolben aus Glas *A* (Figur 270) steht durch die Glasröhre *a* und das Kautschukrohr *a'* in Verbindung mit der Wasserleitung. Das Rohr *a* reicht bis fast auf den Boden des Kolbens, durch dessen Stöpsel eine zweite Glasröhre *b* etwa bis in die Mitte des Kolbens reicht, der ungefähr 1.5—2 Liter Wasser fassen kann. Das Kautschukrohr *b'* verbindet den Schlämmkolben *A* mit dem Kasten *B*, der aus Weissblech angefertigt ist. Die Grundfläche dieses Kastens hat die Form eines Vertikalschnittes durch einen Trichter. Der Kasten besteht eigentlich aus zwei Teilen: der parallelflächigen Rinne *B'* und dem dreieckigen Kasten *B*, dessen Seitenwände unter etwa 50° zusammenstossen. Die ganze Länge des Kastens von der hinteren Wand der 1 cm breiten Rinne *B'* bis zur Vorderwand *B* beträgt

1) Berlin 1903. 31—44.
2) G. F. i. Stockh. **10**. 1888. 83.

60 cm, davon fallen 15 cm auf die Rinne $B'$ und 45 cm auf den Kasten $B$. Die Breite des Kastens an der Vorderwand beträgt 43 cm, die Höhe 32 cm. Die Vorderwand des Kastens ist etwas niedriger als die Seitenwände, damit das Wasser gut überfliessen und durch eine Röhre bei $d$ abgeleitet werden kann. Wichtig ist es, dass die niedrigere Vorderwand vollkommen horizontal abgeschnitten sei. Der Kasten $B$ ist in Abständen von 11 cm durch drei Querwände von 7, 14 und 21 cm Höhe in 4 Teile geteilt; eine nur 2 cm hohe Querwand befindet sich überdies dort, wo die Rinne $B'$ in den Kasten $B$ mündet. Die Rinne $B'$ kann durch das Einlaufrohr bei $c$, die Abteilungen des Kastens können durch die mit Pfropfen verschlossenen Oeffnungen $c'$, $c''$, $c'''$, $c''''$ entleert werden. Soll der Apparat gebraucht werden, so füllt man zunächst den Kasten $B$ und die Rinne $B'$ mit Wasser; schüttelt in dem etwa zur Hälfte mit Wasser gefüllten Schlämmkolben $A$ das zu trennende Sand-, Ton-, Lehm- u. s. w. Gemenge gut auf und lässt nun durch $a$ den Strahl aus der Wasserleitung mit solcher Geschwindigkeit eintreten, dass er in 10 Minuten etwa ein Liter Wasser liefert. Die feinen Tonteilchen werden durch den Wasserstrom durch die Röhre $b$ in die Rinne $B'$ und den Kasten $B$ geleitet, wo die Stromkraft fast bis auf Null sinkt. Am Boden der Rinne setzt sich gröberes Material ab, während die feinsten Ton- und Glimmerblättchen nach Vollendung des Versuchs allmählich nach ihrer Grösse in den verschiedenen Abteilungen des Kastens $B$ zu Boden sinken. Hebt man dann mit einem Heber das Wasser im Kasten $B$ ab, so kann man mit Hülfe eines kräftigen Wasserstrahls den Bodensatz durch die Oeffnungen bei $c'$, $c''$, $c'''$, $c''''$ in verschiedene Gefässe spülen.

**231. Trennung durch schwere Flüssigkeiten.** Eine wirkliche Sonderung eines gemengten Pulvers nach dem spezifischen Gewicht der Gemengteile erhält man nur bei Anwendung solcher Flüssigkeiten, welche schwerer sind, als wenigstens ein Teil des Pulvers, so dass dieser Teil auf der Flüssigkeit schwimmt und der Rest zu Boden sinkt. In § 20 und 21 sind mehrere Flüssigkeiten beschrieben, wie sie zur Bestimmung des spezifischen Gewichtes der Mineralien durch die Suspensionsmethode dienen; nach ihrem hier zu besprechenden weiteren Zweck kann man sie auch Trennungsflüssigkeiten nennen.

Die mechanische Trennung eines Pulvers nach dem spezifischen Gewicht könnte etwas umständlich werden, wenn man aufs Geratewohl die Lösungen verdünnen wollte. Viel raschere Resultate erhält man, wenn die Bestimmung der zu trennenden Substanzen vorher auf optischem Wege vollzogen war, und man also mit Hülfe der S. 49—50 mitgeteilten Tabelle wenigstens annähernd weiss, welches spezifische Gewicht den zu trennenden Mineralien etwa zukommt. Man wird nun der Scheideflüssigkeit eine bestimmte Dichte, die zwischen den spezifischen Gewichten der zu trennenden Körper liegt, zu geben haben und dieses entweder mit Hülfe der S. 35 abgebildeten Westphalschen Wage oder auf anderm Wege durch sog. Indikatoren oder Schwimmer erreichen.

Die Westphalsche Wage zur Bestimmung des spezifischen Gewichts von Flüssigkeiten eignet sich weniger zur Einstellung einer Flüssigkeit auf eine bestimmte Dichte, als zur Messung der Dichte von einer bestimmten vorhandenen Lösung. Als Indikatoren benutzt man Mineralstückchen, deren spezifisches Gewicht man mit tunlichster Genauigkeit bestimmt hat, und welche man in grösserer Anzahl in Gläschen bereit hält. V. Goldschmidt hat eine solche Skala mit geeigneten Intervallen während seiner Arbeiten im mineralogisch-geologischen Institut der Universität Heidelberg zusammengestellt, welcher folgende, den gewöhnlichen Zwecken genügende Auswahl entnommen ist[1]):

| Ordn.-Zahl. | Namen. | Fundort. | sp. G. | Ordn.-Zahl. | Namen. | Fundort. | sp. G. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | Schwefel | Girgenti . . . . . | 2.070 | 11. | Quarz | Middleville . . . | 2.650 |
| 2. | Hyalit | Waltsch . . . . . | 2.160 | 12. | Labradorit | Labrador . . . . | 2.689 |
| 3. | Opal | Scheiba . . . . . | 2.212 | 13. | Calcit | Rabenstein . . . . | 2.715 |
| 4. | Natrolith | Brevig . . . . . | 2.246 | 14. | Dolomit | Muhrwinkel . . . | 2.733 |
| 5. | Pechstein | Meissen . . . . . | 2.284 | 15. | Dolomit | Rauris . . . . . | 2 868 |
| 6. | Obsidian | Lipari . . . . . | 2.362 | 16. | Prehnit | Kilpatrick . . . . | 2.916 |
| 7. | Perlit | Ungarn . . . . . | 2.397 | 17. | Aragonit | Bilin . . . . . | 2.933 |
| 8. | Leucit | Vesuv . . . . . | 2.465 | 18. | Aktinolith | Zillertal . . . . . | 3.020 |
| 9. | Adular | St. Gotthard . . . | 2.570 | 19. | Andalusit | Bodenmais . . . . | 3.125 |
| 10. | Elaeolith | Brevig . . . . . | 2.617 | 20. | Apatit | Ehrenfriedersdorf. | 3.18 |

Soll die Lösung genau das spezifische Gewicht eines in der Skala befindlichen Indikators erhalten, so wirft man diesen in die Lösung und bringt durch Zusatz von Wasser, nach tüchtigem Umrühren, den Indikator zum Schweben. Sobald derselbe an jeder Stelle in der Lösung verharrt, wohin man ihn bringt, ist die Lösung eingestellt und hat genau die gewünschte Dichte. Liegt diese zwischen derjenigen von zwei Indikatoren der Skala, so wirft man beide in die Flüssigkeit und stellt dieselbe in angegebener Weise so ein, dass der schwerere langsam sinkt, der leichtere steigt. Nach dem Einstellen der Flüssigkeit hebt man die Indikatoren mit einem am unteren Ende spiralförmig umgebogenen Platindraht heraus, damit dieselben die Trennung nicht hindern.

Ist die Scheidung eines bestimmten Quantums aus dem Mineralgemenge erfolgt, so bestimmt man das spezifische Gewicht der Lösung endgültig wieder mit der Westphalschen Wage. Man kann diese Messung sehr bequem auch während einer Trennung vornehmen, wenn man nach G. Linck[2]) das in Fig. 271 abgebildete Glasröhrchen in die Lösung einsenkt. Dasselbe ruht mit den drei seitlich angeschmolzenen Glasarmen auf dem Rande des Scheidetrichters (s. § 232) und füllt sich durch das umgebogene Röhrchen bei *a* mit der

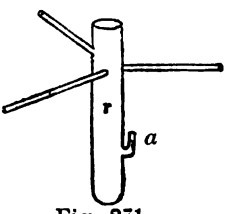


Fig. 271.

1) N. J. B. B. 1. 1881. 215; ferner Verh. K. K. Reichsanst. Wien 1883. 68. Derartige Indikatoren sind von Mechaniker P. Stoš, Heidelberg, zu beziehen.

2) Inaug.-Dissert. Strassburg i. E. 1884. 41.

Lösung, ohne dass das darin vorhandene Pulver eindringen könnte. Das Senkgläschen der Westphalschen Wage wird dann in die Lösung innerhalb der Röhre *r* getaucht.

Die zur Trennung dienenden Gefässe sind verschieden, je nachdem man die bei gewöhnlicher Temperatur flüssigen Lösungen oder die schweren Schmelzen verwendet, und je nachdem man ein Pulver in ungefähr gleiche Teile trennen will oder aus einer grösseren Menge ein kleines Quantum abzusondern beabsichtigt.

**232. Einfache Trennungsapparate.** Jedes mit Ausguss versehene schlanke Becherglas kann als Scheideapparat dienen, wie schon V. Goldschmidt[1]) hervorhob; die Grösse hat sich dem zu scheidenden Pulverquantum anzupassen. Diese Bechergläser gestatten ein vollkommenes Umrühren des zu trennenden Pulvers mit der Lösung und eine tadellose Mischung dieser mit dem behufs Verdünnung zugesetzten Wasser. Der verhältnismässig grosse Querschnitt verhindert das die Trennung störende Zusammenbacken verschieden dichter Körner. Unbequem ist nur das Abscheiden der ausgefallenen Pulver von den schwimmenden. Man muss letztere mit der Lösung abgiessen und dann die ausgefallenen Mengen durch einen Wasserstrahl in ein reines Gefäss zum Zweck des Auswaschens überspülen. Hierbei ist eine Vermengung mit den an den Gefässwänden haftenden Körnern, welche vorher schwammen, schwer vermeidlich; doch behält dieser einfache Apparat immer seinen Wert bei vorläufigen Trennungen von Gemengen, welche in zwei etwa gleiche Portionen zerlegt werden sollen. Hat man aus einer grösseren Menge Gesteinspulver relativ wenig schwere Körner zu trennen, so kann man, um an Flüssigkeit zu sparen, nach L. van Werveke's Vorschlag[2]) sich eines Scheidetrichters bedienen, dessen Hahn nicht unmittelbar unter dem eigentlichen Trichter, sondern etwas tiefer in dem Rohr desselben angebracht ist (Fig. 272), und bei dem die Durchbohrung genau so gross ist, wie das Lumen der Röhre, damit sich in den sonst vorhandenen Ecken kein Pulver festsetzt. Die Mengung geschieht vermittelst eines Glasstabes.

Fig. 272.

Hat man umgekehrt aus einer grösseren Menge Gesteinspulver relativ wenig leichte Körner abzuscheiden, so benutzt man, ebenfalls um an Flüssigkeit zu sparen, ein sich nach oben verengendes Glas, z. B. ein sog. Erlenmeyersches Kölbchen, welches schon den in den feineren Scheideapparaten vorhandenen Vorteil besitzt, die Trennung in abgeschlossenem Raum vornehmen zu können, so dass keine Verdunstung zu befürchten ist.

1) N. J. B. B. 1. 1881. 214.
2) N. J. 1883. I. 86—87.

**233. Feinere Trennungsapparate.** Bei sorgfältigen Trennungen muss man immer mit geschlossenen Gefässen arbeiten, weil die Lösungen teils durch stärkere Verdunstung des Verdünnungsmittels, teils durch hygroskopische Eigenschaften der Salze ihre Dichte ändern könnten.

Der handlichste, solideste und bequemste Trennungsapparat ist wohl ein Scheidetricher von der in Fig. 273 angegebenen Form, den T. Harada[1]) zuerst benutzt hat. Ein aus dickem Glas gefertigtes, lang birnenförmiges Gefäss wird oben durch einen eingeschliffenen Glasstöpsel, an dem verjüngten unteren Ende durch einen Glashahn mit einer der Weite des unteren Rohres gleichen Bohrung geschlossen. Lösung und Pulver werden von oben eingeführt, der Stöpsel aufgesetzt und die Mengung von Pulver und Lösung durch Schütteln bewirkt. Sobald zwischen dem ausfallenden und schwebenden Pulver sich eine klare Flüssigkeitsschicht bildet, setzt man unter den Apparat ein kleines Glas so, dass das untere Ende des Apparats fast den Boden des Glases berührt, und öffnet den Hahn. Es fällt ein kleiner Teil der Lösung aus, nur wenige Tropfen, bis der Luftdruck die Flüssigkeitssäule trägt, worauf die Trennung des schwereren Pulvers, welches in das Glas fällt, vollkommen automatisch vor sich geht. Man muss natürlich vermeiden, dass sich im engeren Teil des Apparats eine Luftblase einschiebe; ist dieses dennoch geschehen, so bringt man sie durch vorsichtiges Klopfen an dem Apparat zum Steigen. Hat alles ausfallende Pulver den Hahn passiert, so schliesst man diesen, bringt eine Wasserschicht auf die Lösung im Gläschen und hebt den Apparat so weit, dass die Spitze desselben nun in die Wasserschicht gelangt. Das Wasser steigt dann stürmisch bis zum Hahn und lässt alles unterhalb befindliche Pulver in das Gläschen fallen. Die weitere Verdünnung zum Zweck einer zweiten u. s. w. Pulverabscheidung bewirkt man durch Zusatz einiger Tropfen Wasser von oben, oder besser dadurch, dass man den Apparat aus dem Spitzglas hebt, umkehrt und durch den geöffneten Hahn die im engen Teil durch Wasserzutritt gebildete verdünnte Lösung in den birnenförmigen Teil des Apparats eintreten lässt und eventuell noch einige Tropfen Wasser hinzufügt. Nach dieser Operation ist das untere Rohr durch kleine Röllchen aus Filtrierpapier zu trocknen. Die Mischung wird wieder durch Schütteln vollzogen, und die Operation in der angegebenen Weise wiederholt. Solche Haradasche Trennungsapparate liefert in beliebigen Dimensionen die Firma C. Desaga in Heidelberg, sowie jede andere grössere Firma chemischer Apparate und Utensilien.

Fig. 273.

Durch den Haradaschen Trichter sind die von J. Thoulet[2]) und K. Oebbeke[3]) vorgeschlagenen Konstruktionen weniger gebräuchlich geworden.

1) N. J. B. B. 1. 1881. 457.
2) Bull. Soc. Min. Fr. 2. 1879. 18—22.
3) N. J. B. B. 1. 1881. 456.

Der Thouletsche Apparat ist in Fig. 274 abgebildet. In die Röhre *A* werden etwa 60 ccm der Lösung getan, nachdem die durchbohrten Hähne bei *C* und *D* geschlossen wurden, und darauf etwa 1—2 g des zu trennenden Pulvers von oben her langsam eingeschüttet. Man verschliesst die Röhre mit dem Stöpsel *E* und verbindet das Innere durch einen bei *G'* aufgeschobenen Kautschukschlauch mit einer Luftpumpe, um die Gasatmosphäre von den Pulverkörnern zu entfernen. War das Pulver kurz vorher gut ausgekocht, so ist diese Operation nicht nötig. Um eine gründliche Mischung des Pulvers mit der Lösung zu bewerkstelligen, sendet man durch Einblasen bei *G* durch die Röhre *B* und bei geöffnetem Hahn *C* einen kontinuierlichen Luftstrom durch die Flüssigkeit in *A*. Bei einiger Aufmerksamkeit gelingt es leicht, jedes Abfliessen der Lösung durch

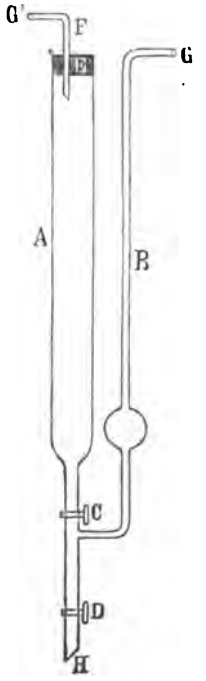



Fig. 274.

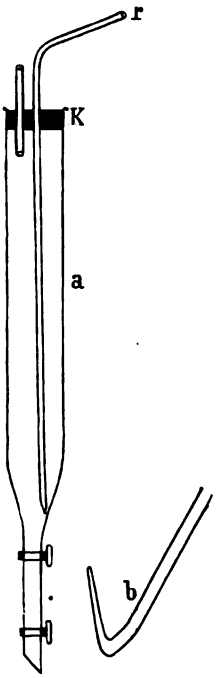



Fig. 275.

den geöffneten Hahn *C* zu vermeiden. Es fällt nun, nachdem man den Hahn *C* geschlossen hat, alles Pulver, welches schwerer ist als die Lösung, nieder und setzt sich im unteren Teil der Röhre *A* ab. Man öffnet den Hahn *C* und lässt das Pulver rasch in den Raum zwischen *C* und *D* fallen. Dabei steigt ein Teil der Lösung natürlich in die Röhre *B*, die eine kugelförmige Erweiterung trägt. Ist das Pulver durchgelaufen, so schliesst man den Hahn *C*, taucht den Apparat mit dem Ende *H* in ein mit Wasser gefülltes Gefäss, öffnet den Hahn *D* und lässt das Pulver so in das untergesetzte Gefäss ablaufen. Um den Raum zwischen den beiden Hähnen und die Röhre *B* rein zu spülen, hebt man das Wasser durch Saugen bei *G* so hoch und so oft, als nötig scheint. Die in dem Sammelgefäss, worin das abgeschiedene Pulver aufgefangen wurde, befindliche verdünnte Lösung wird abgegossen, das Pulver mehrere Male mit Wasser gut ausgewaschen und auch dieses Waschwasser mit der abgegossenen Lösung vereinigt, damit dieselbe filtriert und eingedampft wieder zu der konzentrierten Lösung zugefügt werden kann. Der hohe Preis der Lösungen nötigt eben zur

Vermeidung jeden Verlustes. Es wird nun in die Röhre *A* tropfenweise wieder so viel Wasser zugefügt und durch einen Luftstrom in angegebener Weise mit der Lösung und dem Pulver gemischt, wie nötig erscheint, um eine zweite Ausfällung des nächst schwereren Pulvers zu erzielen; das ausfallende Pulver wird ebenso abgelassen, wie vorher und in dieser Weise die Operation fortgesetzt, bis die gesamte Pulvermenge in eine Anzahl Portionen von verschiedenem spezifischen Gewicht getrennt wurde.

Der Thouletsche Apparat hat manche Unbequemlichkeiten; abgesehen von seiner Zerbrechlichkeit verstopft sich sehr leicht der enge Raum über dem Hahn *C* und es gelingt nicht, die beim Absetzen des ausfallenden Pulvers auf dem tellerartigen Teil der Röhre über *C* sich sammelnden Körner ablaufen zu lassen. Sie mischen sich also stets mit den später ausfallenden leichteren Pulvern.

Oebbecke verringerte die Zerbrechlichkeit des Thouletschen Apparats in der durch Fig. 275 angegebenen Weise. Die Mischung von Pulver und Lösung geschieht durch einen Luftstrom, welcher durch die bis auf den Boden reichende dünne, durch den Kork *K* gehende Röhre eingeblasen wird. Der Raum zwischen den beiden Hähnen wird vermittelst einer kapillar ausgezogenen, umgebogenen Glasröhre *b* durch einen feinen Wasserstrahl ausgespült.

**234. Trennungsapparate mit Repetition.** Dem Haradaschen Trennungsapparat haftet, wie allen, zumal den engeren und röhrenförmigen Apparaten, der Uebelstand an, dass das schwerere niederfallende Pulver einen gewissen Teil des leichteren schwebenden Pulvers mechanisch mit niederreisst, und ebenso das leichtere Pulver einen Teil des schwereren mechanisch mit sich hebt, sowie dass in dem Raum zwischen Flüssigkeit

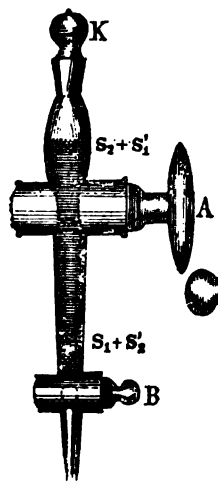



Fig. 276a.

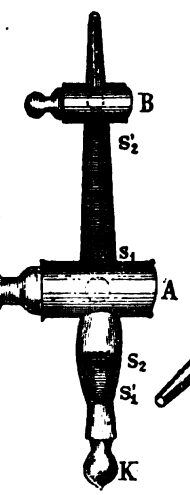



Fig. 276b.

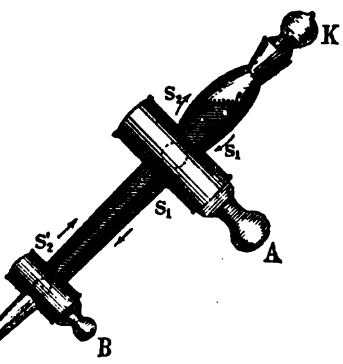



Fig. 276c.

und Stöpsel infolge des Schüttelns an den Gefässwänden ein gemengtes Pulver hängen bleibt, dessen schwerere Teile alle späteren, leichteren Fällungen verunreinigen. Besonders störend machen sich diese Nachteile bemerkbar, wenn es sich um die Trennung sehr feinkörniger Pulver handelt, so dass hier die oben beschriebenen Apparate vollständig versagen können.

Diesem Uebelstand suchte W. C. Brögger[1]) durch eine glückliche Modifikation des Haradaschen Apparats abzuhelfen. Er brachte, wie Fig. 276 a zeigt, in der Mitte des Trichters einen weiteren durchbohrten Hahn an, dessen Durchbohrung dasselbe Lumen hat, wie der Apparat selbst. Fig. 276 a zeigt den Apparat nach der ersten Ausfällung des schwereren Pulvers $s_1$ bei geöffnetem mittleren Hahn $A$. Das über dem unteren Hahn $B$ liegende Pulver $s_1$ ist durch einen Teil des leichteren Pulvers $s_2'$, das oben schwimmende leichtere Pulver $s_2$ durch einen Teil des schwereren $s_1'$ verunreinigt. Schliesst man den Hahn $A$, schüttelt kräftig und kehrt den Apparat um, so wird nach einiger Zeit eine Sonderung der in den beiden Teilräumen vorhandenen Pulver sich vollziehen, welche Fig. 276 b darstellt. Neigt man nun den Apparat vorsichtig in die Stellung 276 c, so werden die in jedem Teilraum des Apparats befindlichen schwereren Pulver $s_1$ und $s_1'$, sowie die leichteren $s_2$ und $s_2'$ die durch die Pfeile angedeutete Bewegung vollziehen, ohne sich zu mischen. Ist diese Bewegung so weit vollendet, dass sich $s_2'$ unmittelbar unter, $s_1'$ unmittelbar über dem Hahn $A$ befindet, so öffnet man diesen vorsichtig und das Pulver $s_2'$ gleitet an der oberen Wand des Apparats in dessen oberen Teilraum, während $s_1'$ ebenso entlang der unteren Wand in den unteren Teilraum wandert. Hierauf schliesst man den Hahn $A$ und die Trennung ist vollzogen, worauf die Operation beliebig oft wiederholt werden kann.

Fig. 277.

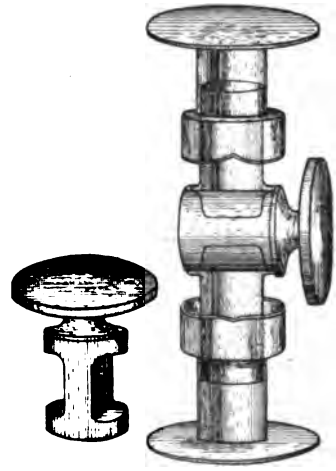


Fig. 278b. Fig. 278a.

In kleinerem Format und mit einigen aus Fig. 277 ersichtlichen Modifikationen hat H. Laspeyres[2]) das Bröggersche Prinzip an einem Apparat zur Anwendung gebracht, der für etwa 12 ccm Flüssigkeit berechnet ist; er kann von der Firma Müller, Geisslers Nachfolger, in Bonn bezogen werden.

1) G. F. i Stockh. Förhdl. 7. 1884. 417.
2) Z. X. 27. 1896. 44—45.

Ebenfalls nach dem Brögger'schen Prinzip ist der in Fig. 278 a abgebildete kleine Trennungsapparat von Alb. Hauenschild[1]) konstruiert. An Stelle des mittleren durchbohrten Hahns bei Brögger ist hier der Konus mit einer zweiseitigen Fräsung versehen (Fig. 278 b). Oben und unten wird das 15 mm im Lichten messende Mittelstück durch kleine aufgeschliffene Gefässe abgeschlossen, die mit Rinnen zur Aufnahme von etwa austretenden Tropfen der Trennungsflüssigkeit versehen sind und dem Apparat zugleich als Fuss dienen.

Schliesslich ist der Brögger'sche Gedanke der Repetitionstrennung in einer von den obigen Konstruktionen etwas abweichenden Form, durch den in Fig. 279 a, b abgebildeten Apparat zur Ausführung gelangt[2]). Hier ist nicht nur der grosse, sehr zerbrechliche und bei den leichter beweglichen Flüssigkeiten kaum dicht zu haltende Mittelhahn vermieden, sondern auch die der Trennung hinderliche Einschnürung umgangen.

Ein elliptisch geformter, hohler Glasring (Fig. 279 a und b) ist an den Enden des grösseren Durchmessers mit Hähnen $A$ und $B$ versehen, die eine Verbindung oder Trennung der beiden Hälften gestatten; ihre seitlichen Ausfräsungen haben genau die Weite der anschliessenden Rohr-

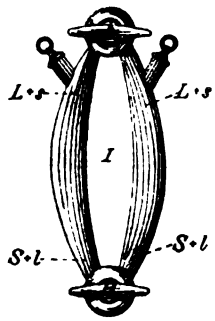



Fig. 279 a.

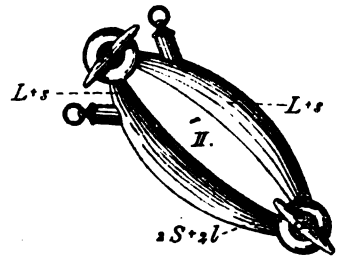



Fig. 279 b.

stücke. Zwei Oeffnungen mit Glasstopfen dienen zum Ein- und Ausgiessen der Trennungsflüssigkeit und des zu trennenden Pulvers. Man füllt den Apparat mit etwa 30 ccm Trennungsflüssigkeit zu $^3/_4$, gibt das Pulver in beide Schenkel, schüttelt und stellt die Flüssigkeit durch Oeffnen der Hähne in beiden Hälften gleich hoch. Alsdann schliesst man die Hähne und lässt bei der in Fig. 279 a gezeichneten Stellung die erste Sonderung sich vollziehen. Das leichte Pulver geht mit wenig schwererem $(L+s)$ in beiden Schenkeln nach oben, das schwerere mit etwas leichterem $(S+l)$ nach unten. Oeffnet man nun den Hahn $B$ und bringt den Apparat in eine geneigte Stellung (Fig. 279 b), so vereinigt sich das Pulver $S+l$ des rechten Schenkels mit dem des linken, was man noch dadurch beschleunigt, dass man in dieser Stellung nun auch den Hahn $A$ öffnet und unter Benutzung der Druckdifferenz die schwere Portion von

1) Zeitschr. f. Baumaterialienkunde. März 1898.
2) E. A. Wülfing, N. J. B. B. 7. 1890. 164.

rechts nach links wandern lässt. Ist auf diese Weise die Flüssigkeit im linken Schenkel bis zum Hahn $A$ gestiegen, so schliesst man den Hahn $B$ und schüttet durch passende Neigung den Ueberschuss mit dem oben darin schwimmenden Pulver $L+s$ nun in den rechten Schenkel hinüber.

Fig. 280.

Sollte nicht alles Pulver $L+s$ in den rechten Schenkel gewandert sein, so schiebt man die Flüssigkeit noch einmal durch den geöffneten Hahn $B$ in den linken Schenkel des Apparats bis zum Hahn $A$ vor, schliesst $B$ und giesst noch einmal über. Wird dann auch $A$ geschlossen und der Apparat gut geschüttelt, so kann man die Trennung beliebig oft wiederholen. Auch dieser Repetitions-Trennungsapparat wird von den grösseren Firmen chemischer Utensilien auf Lager gehalten.

Auf wieder einem etwas andern Wege suchte W. J. Smeeth[1]) die Repetitionstrennung zu ermöglichen; sein Apparat wurde durch J. S. Diller[2]) in die durch Fig. 280 angegebene handliche Form gebracht. Der wie ein Standgläschen gebildete Fuss trägt oben eingeschliffen ein birnförmiges Gefäss, das unten und oben durch den inneren und äusseren Stopfen abgeschlossen werden kann. Vor der ersten Trennung ist der Innenstopfen zu entfernen und erst nach vollzogener Separation einzustecken. Einiges Schütteln des ganzen Apparats leitet die zweite Trennung ein, nach der die schweren und leichten Bruchteile durch Lüftung des inneren Stopfens und durch passende Neigung des ganzen Gefässes aneinander vorbei geführt werden.

**235. Trennungsapparate für schwere Schmelzen.** Bei der Trennung von Mineralien von höherem spezifischen Gewicht als dem der schwersten, bei gewöhnlicher Temperatur flüssigen Lösungen, muss man Schmelzen anwenden, von denen besonders das Thallium-Merkuro-Nitrat S. 45—46 hervorgehoben wurde. Um die hier schon etwas schwierigere Trennung zu erleichtern, hat Penfield einen in der Konstruktionsidee dem Dillerschen Gefäss nahekommenden, sinnreichen kleinen Apparat konstruiert, der in Fig. 281 in $^1/_5$ der wirklichen Grösse abgebildet ist[3]). Die mittlere Röhre $b$ von ungefähr 20 cm Länge und 2.2 cm lichter Weite ist unten verengt und mit der gut aufgeschliffenen Kappe $c$ und dem hohlen Stopfen $a$ versehen. Das Ganze steckt in einem grossen Reagensglas, welches in einem mit Wasser gefüllten Becherglas erhitzt wird. Zu einer Schei-

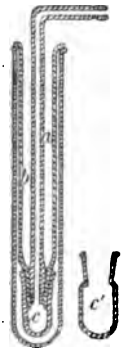


Fig. 281.

1) Proc. Roy. Soc. Dublin. Mai 1888. 58; s. auch W. J. Sollas, Q. J. G. S. **58**. 1902. 166.

2) „Science" **3**. No. 76. 12. Juni 1896.

3) Z. X. **26**. 1896. 135—136; Amer. Journ. **50**. 1895. 446—448; s. auch Kreider u. Penfield, Amer. Journ. **48**. 1894. 143.

dung zieht man den Stöpsel *a* heraus und füllt *c* und *b* mit dem vorher geschmolzenen und mit Wasser passend verdünnten Doppelsalz etwa bis zur Hälfte, fügt das Mineralpulver hinzu und mischt gut durch Einblasen von Luft mittelst des hohlen Stopfens. Ist die Scheidung beendet, so schliesst man durch den Stöpsel *a* den schweren Teil von dem leichten ab, entfernt die Kappe *c*, befreit sie von dem Inhalt und setzt sie nach sorgfältiger Reinigung wieder auf, um nach weiterer Verdünnung der Schmelze eine zweite Portion zu trennen. Ein etwas grösseres Gefäss *c'* findet bei reichlicherer Menge des schwereren Teils Anwendung.

**236. Grenzen der Anwendbarkeit der Trennungsmethoden durch schwere Lösungen.** Dem vollständigen Gelingen einer mechanischen Sonderung nach dem spezifischen Gewicht und zumal der quantitativ genauen Sonderung eines Gemenges stehen wesentlich folgende Hindernisse entgegen: 1) die Unmöglichkeit, ein Pulver herzustellen, welches aus lauter einheitlichen Körnern besteht, 2) die Schwankungen im spezifischen Gewicht der Gemengteile, welche durch Interpositionen der verschiedensten Art bedingt werden, und 3) die Aenderungen des spezifischen Gewichts, welche die Mineralien durch Verwitterung, Zersetzung und Umwandlung erfahren. Diese Umstände bedingen es, dass man sich mit möglichster Annäherung an die homogene Reinheit der ausgeschiedenen Pulver begnügen muss, und dass man bei jeder Trennung ausser den annähernd reinen Portionen in grösserer oder geringerer Menge Zwischenprodukte, d. h. Gemenge mehrerer verwachsener Mineralien, nebst mehr oder weniger veränderten Körnchen erhält, welche unverwendbar sind. Wie weit die Annäherung an absolute Reinheit der Pulver getrieben werden kann, hängt in erster Linie von der Natur des zu trennenden Materials, dann aber auch in hohem Grade von der Uebung und der Geschicklichkeit des Arbeiters und seiner Geduld ab.

Blättrige Mineralien, wie Glimmer, schweben, wie schon auf S. 416 erwähnt, in einer Lösung oft viel länger, als sie nach ihrem spezifischen Gewicht sollten, und verunreinigen daher alle später als sie ausfallenden Portionen. Man entfernt sie entweder vor der Trennung oder nachher dadurch, dass man das Pulver über Papier viele Male hingleiten lässt, wobei die blättrigen Mineralien am Papier hängen bleiben, oder dadurch, dass man das Pulver aus einiger Höhe und in kleinen Portionen, wie Linck[1]) vorschlug, auf die schwach angehauchte Wandung eines Trichters fallen lässt. Die Glimmerblättchen haften an der Wandung, während die Körnchen der andern Mineralien in ein untergestelltes Gefäss abrollen.

Trotz dieser Mängel, die eigentlich nur bei übertriebenen Forderungen auftreten, haben die Trennungen durch schwere Lösungen vor andern Methoden ganz gewaltige Vorzüge, an denen auch die der Mineralogie

1) Inaug.-Dissert. Strassburg i. E. 1884. 41.

weniger nahe stehenden Mineralanalytiker nicht achtlos vorübergehen sollten.

Wie diese Trennungsmethoden bei geologischen Kartierungen Verwendung gefunden haben, ist besonders aus den Arbeiten holländischer Mineralogen zu ersehen[1]).

**237. Trennung durch den Magneten.** Alle Mineralien, die in einem Stahlmörser zerkleinert werden, sind vor der Analyse von den kleinen, nur zu leicht hineingelangenden Eisenflitterchen zu befreien. Es genügt hierzu ein einfacher Magnetstab, der auch Verwendung finden kann, um aus einem gemengten Mineralpulver alle stark magnetischen Mineralien, wie besonders Magnetit, auszuziehen.

Zur Trennung stark magnetischer von weniger stark magnetischen Substanzen streut man das Gemenge auf einen Bogen feinen Briefpapiers, der in einem Holzrahmen aufgespannt wird, und fährt mit einem stab- oder hufeisenförmigen Magneten unter dem Papierbogen her, auf welchem die magnetischen Körner dann der Bewegung des Magneten folgen und abgeschieden werden können. Schon H. Fischer bediente sich dieses Verfahrens mit Vorteil.

Um andere eisenhaltige Mineralien von den eisenfreien zu trennen, kommt man mit dem Magnetstab nicht aus, sondern muss zuweilen einen recht kräftigen Elektromagneten anwenden.

Die Methode wurde wohl zuerst von Fouqué[2]) bei seinen Untersuchungen der Laven von Santorin zu der Isolation der Feldspate dieser Gesteine benutzt. Später hat C. Doelter über die Einwirkung des Elektromagneten auf verschiedene Mineralien und seine Anwendung zur mechanischen Trennung gearbeitet[3]). Welches die Faktoren sind, von denen die grössere oder geringere Anziehbarkeit einer Mineralsubstanz durch einen Elektromagneten abhängt, ist noch nicht mit Sicherheit festgestellt. Diese Anziehbarkeit ist jedenfalls nicht proportional dem Eisengehalt, denn manche eisenreiche Mineralien (Chromit, Biotit) werden weniger stark angezogen, als weit eisenärmere. So kann man auch oft die Anziehbarkeit eines Minerals durch Glühen erhöhen, wodurch ja der Eisengehalt nicht geändert, sondern nur in andere Form übergeführt wird.

Oft bedient man sich des Magneten mit Vorteil, um interpositionenreiche Individuen von solchen zu trennen, die keine Einschlüsse enthalten, wenn das Mineral an und für sich eisenfrei ist. So gelingt es z. B. leicht, die einschlussreichen Leucite eines Gesteins (Capo di Bove) von den einschlussfreien zu trennen; auch die bräunlich getrübten Plagio-

---

1) J. W. Retgers, N. J. 1895. I. 16—74; J. L. C. Schröder van der Kolk, N. J. 1895. I. 272—276; Z. D. G. G. 48. 1896. 773—807; ferner A. Sauer, Erläuterungen zu Blatt Schwetzingen-Altlussheim d. geol. Spezialk. d. Grossh. Baden. 1896.

2) C. R. 75. 1872. 1089—1091.

3) S. W. A. 85. 1882. 47—71; s. auch Doelter, Die Vulkane der Capverden. 1882. 72.

klase der Gabbrogesteine lassen sich auf diese Weise von den farblosen recht vollkommen sondern.

Besonders wird man bei den auch aus den konzentriertesten Lösungen fallenden Mineralien der Amphibol-, Pyroxen-, Olivin-, Epidot-, Granat- und ähnlicher Reihen oft eine Trennung mit dem Elektromagneten versuchen und auch mehr oder weniger bewerkstelligen können, wenn man das magnetische Moment des Elektromagneten in zweckentsprechender Weise reguliert.

Man hat vorgeschlagen, die magnetische Kraft des angewandten Elektromagneten durch Vermehrung oder Verminderung der Elemente der benutzten Batterie zu steigern oder zu verringern. Man erreicht den gleichen Zweck weit besser, wenn man sich eines hufeisenförmigen Elektromagneten bedient, an dessen Polen Platten aus weichem Eisen angeschraubt sind, wie dies Fig. 282 zeigt. Diese Pole wenden ihre keilförmigen Ansätze einander zu; die magnetische Wirkung wächst überaus rasch, je mehr man die Keile einander nähert und nimmt ebenso rasch ab, wenn man sie von einander entfernt. Nachdem man sie in geeigneter Entfernung festgeschraubt hat, lässt man den Elektromagneten vom Strom umkreisen und nähert das zu trennende Pulver auf einem Papierstück den Schneiden der keilförmigen Ansätze oder lässt nach Bedürfnis diese Pole in das Pulver eintauchen. Ist genügend Material ausgezogen, so zieht man das Papier mit dem Pulver zurück, und lässt die vom Magnet angezogenen Körner durch Oeffnen des Stroms auf ein unter demselben ausgebreitetes Stück Papier fallen. In derselben Weise fährt man fort, bis bei diesem magnetischen Moment nichts mehr ausgezogen wird, und verstärkt nun die Kraft durch weitere Näherung der Polschuhe. Die rasch zu wiederholende Oeffnung und Schliessung des Stroms bewirkt man dadurch, dass man in den einen Schliessungsdraht eine kleine Quecksilberwanne einschaltet, in welche man mit der rechten Hand das eine Drahtende eintaucht und heraushebt, während man mit der linken Hand das Pulver den Polen nähert oder von ihnen entfernt. Zuweilen ist es bequem, beide Hände frei zu haben, wobei sich dann dieses Oeffnen und Schliessen mittelst einer federnden Einrichtung durch den Fuss ausführen lässt. Der Elektromagnet wird passend an einem festen, galgenförmigen Stativ, wie es nach H. Rosenbuschs Angaben von Mechaniker P. Stoë in Heidelberg in einer Höhe von etwa 50 cm

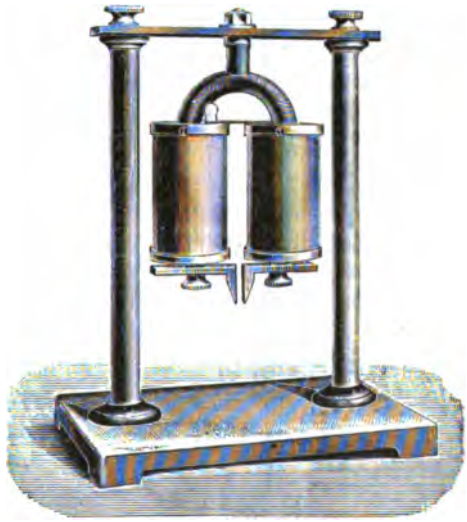


Fig. 282.

(Fig. 282) ausgeführt wird, aufgehängt; als Batterie dient ein kräftiges Chromsäureelement.

Während das beschriebene Verfahren sich besonders dann empfiehlt, wenn es darauf ankommt, grosse Mengen anziehbarer Substanzen zu entfernen, um kleine Quantitäten nicht anziehbarer zurückzubehalten, wird man für den Fall, dass kleine Mengen anziehbarer Substanzen aus grossen Mengen nicht magnetischer gewonnen werden sollen, nach Vorschlag von v. Pebal[1]) und P. Mann[2]) die Trennung in Wasser ausführen. Ersterer hält das Gesteinspulver in lebhaft bewegtem Wasser in Bechergläsern in Suspension und senkt das eine Ende eines stabförmigen Elektromagneten in diese Bechergläser. Letzterer fand es praktischer, die zwei oben beschriebenen Pole eines horizontal aufgestellten hufeisenförmigen Elektromagneten mit den messerschneidartigen Enden in 0.5 mm Entfernung vertikal und parallel zu stellen und dann das in Wasser aufgeschlämmte Pulver aus einer Art Bürette mit trichterförmiger Erweiterung am oberen Ende und einem Hahn am unteren Ende der Röhre aus der Entfernung von wenigen Millimetern darüber wegfliessen zu lassen.

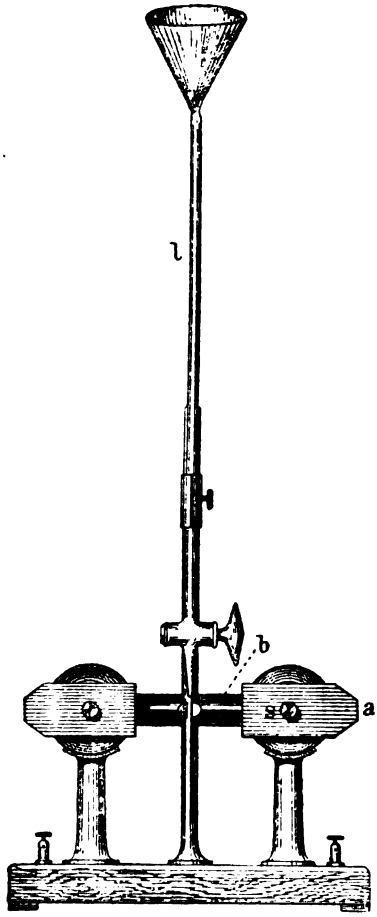


Fig. 283.

Das Bürettenrohr ist 50 cm lang bei einem inneren Durchmesser von 6 mm, der sich gleich unterhalb des Trichters auf 4 mm verengt. Man arbeitet so, dass das Pulver in einem Becherglase im Wasser aufgerührt und dann bei geschlossenem Hahn auf einmal in den Trichter gegossen wird. Hierdurch wird die Luft in der Röhre *l* (Fig. 283) am Entweichen verhindert und bleibt, wenn nun der Hahn langsam geöffnet wird, in Form einer langgestreckten, fast das ganze Rohr füllenden Luftblase zurück, zwischen sich und der Rohrwand nur einen schmalen Durchgang für das Wasser und das Pulver lassend. Somit können sich die schweren Teile des Pulvers nicht rasch niedersetzen und die Hahndurchbohrung oder die Rohrmündung verstopfen. Durch die Länge und Enge des Weges und die daraus resultierende grosse Reibung ist es bedingt, dass das Pulver in gleichmässiger Mengung mit dem Wasser in langsamem Strom an den Polen des Elektromagneten herabfliesst, wo nun die anziehbaren Teilchen haften bleiben.

1) S. W. A. 85. 1882. 147; 86. 1882. 192—194.
2) N. J. 84. II. 182—185.

Nach vollendetem Versuch spritzt oder wischt man diese in ein Schälchen. In der beistehenden, dem Aufsatze von P. Mann entnommenen Figur 283 sind *b* die messerschneideähnlichen Enden der Pole des Elektromagneten, der von drei Messingsäulen getragen erscheint, von denen die dritte Säule zugleich als Träger für die Bürette dient.

**238. Trennung auf chemischem Wege.** Die chemischen Methoden, deren man sich zur Trennung der Gemengteile eines Gesteins bedienen kann, sind so mannigfache und wechseln in den einzelnen Fällen derart, dass sich ein allgemeines Schema für ihre Verwendung nicht geben lässt. Ein geübter Chemiker wird sie sich leicht selbst kombinieren, der Nichtgeübte würde sich derselben nicht mit Erfolg bedienen können. — Abgesehen von der Abscheidung der Karbonate durch schwächere Säuren und der altbekannten Methode der Partial-Silikatanalyse, findet besonders die Flusssäure, z. T. allein, z. T. in Verbindung mit Salzsäure oder Schwefelsäure, nach dem Vorgange Fouqués[1]) eine weitreichende Verwendung. Bringt man in eine Platinschale reine konzentrierte Flusssäure und trägt dann allmählich das Pulver eines Gesteins, in dieselbe ein, nicht zu schnell, um ein starkes Aufwallen, schnell genug, um eine ausreichende Temperaturerhöhung zu bewirken, so werden die Gemengteile des Gesteins in einer bestimmten Reihenfolge angegriffen, zuerst die glasigen Basisteile, dann die Feldspate und verwandte Substanzen, darauf der Quarz, zuletzt die magnesia- und eisenreichen Gemengteile der Pyroxen-, Amphibol-, Olivin- etc. Familien. Unterbricht man also den Vorgang im geeigneten Zeitpunkt dadurch, dass man rasch Wasser reichlich zuströmen lässt, so gelingt es bei einiger Uebung in überraschender Weise, bestimmte Substanzen zu zerstören, andere unangegriffen zu behalten. Man kann auf diese Weise die Mikrolithe der Gläser, die Feldspate der porphyrischen Grundmassen, die älteren basischeren Gemengteile in oft vollkommen erhaltener Krystallform isolieren. Während der Einwirkung der Flusssäure rührt man mit einem Platinspatel um und fährt damit fort während des Wasserzusatzes, um die Gelatineklümpchen zu zerdrücken und so ihre Fortspülung durch das Wasser zu erleichtern. Sobald man es ohne Gefahr kann, bedient man sich des Fingers und reibt mit diesem das unangegriffene Krystallpulver gegen die Wand der Schale, um die Gelatinehaut fortzuspülen. Zuletzt giesst man das Wasser vollkommen ab, glüht das Krystallpulver vorsichtig und verwandelt dadurch die noch anhaftende Kieselgallerte in pulverige Kieselsäure, welche nun leicht gänzlich abgewaschen werden kann. Bei richtiger Behandlung behalten zumal die Kryställchen der Magnesia- und Eisensilikate spiegelnde Flächen.

Wie man sich eines Gemenges von Flusssäure und Salz- oder Schwefelsäure zur Isolierung des Rutils aus Schiefern bedienen kann, haben A. Sauer[2]), A. Cossa[3]) und A. Cathrein[4]) gezeigt. Die gleiche Me-

1) C. R. 75. 1872. 1090; C. R. 79. 1874. 869—872.
2) N. J. 1879. 571; 1880. I. 280; 1881. I. 228.
3) N. J. 1880. I. 163. 4) N. J. 1881. I. 172.

thode lässt auch Zirkon, Turmalin, Spinell, Andalusit, Disthen u. s. w. von den andern Silikaten trennen. — E. Cohen[1]) benutzt bei solchen Isolierungen, um grössere Mengen des Gesteinspulvers unter den günstigsten Bedingungen behandeln zu können, einen Bleitopf, welcher mit dem Deckel 10 cm hoch ist, einen Durchmesser von 16 cm im Lichten und 5 mm Wanddicke hat. Darin können auf drei treppenartig vorspringenden Gestellen von Blei vier flache Schüsseln von demselben Metall mit zunehmendem Durchmesser eingesetzt werden, deren kleinste und zu unterst stehende etwa 9, deren oberste etwa 14 cm Durchmesser haben sollte. Auf dem Boden dieser Schüsseln wird das mit Wasser und Salzsäure oder Schwefelsäure angefeuchtete Gesteinspulver ausgebreitet. Die untere Hälfte des Bleitopfes bleibt frei zur Aufnahme der zur Entwicklung der Flusssäure nötigen Menge von Flussspat und Schwefelsäure. Der Topfdeckel greift mit einem Falz über den Topf über und kann so gearbeitet werden, dass ein Kittverschluss unnötig ist. Das zu dem ganzen Apparat verwendete Blei muss stark gehämmert werden, um widerstandsfähiger gegen Flusssäure zu sein. Die Reaktion verläuft rascher, wenn man den beschickten Topf an einen warmen Ort stellt.

J. Lemberg[2]) verwandelt durch konzentrierte Natronlauge Feldspate und ähnliche Mineralien in zeolithartige Verbindungen, die durch Salzsäure in Lösung gebracht werden können, und benutzt mit Erfolg diese Methode zur Isolation des Augits in Phonolithen. E. Kayser[3]) brachte auf die gleiche Weise Mineralien wie Quarz, Korund, Anatas, Rutil, Zirkon und andere zur Abscheidung. Verfasser[4]) ermittelte die Mineralnatur des bunten Mergels der Keuperformation dadurch, dass er die Trennung mit Salzsäure teils an dem ursprünglichen, teils an dem vorher auf 500° erhitzten Pulver ausführte.

**239. Trennung durch Aussuchen.** Wenn alle Trennungsmethoden, sowohl die Schlämmanalysen, wie die Trennungen durch schwere Flüssigkeiten, die magnetischen und die chemischen Methoden versagen, so ist man schliesslich genötigt, die einzelnen Körnchen aus einem Gemenge mit der Hand auszulesen. Man kann sich dann wohl eines dickeren Glasstreifens bedienen, in welchen man longitudinal eine Rinne eingeschliffen hat; oder auf welchem man diese Rinne dadurch herstellt, dass man zwei keilförmig zugeschliffene Glasstreifen mit den einander zugewandten Schneiden nach unten aufklebt. Das Pulver wird in diese Rinne so eingetragen, dass die Körnchen nicht zu nahe liegen. Man schiebt die Glasplatte unter dem Mikroskop langsam vorbei und hebt, sobald eines der gesuchten Körnchen gesehen wird, dieses mit einem dünnen Wachsfaden oder einem Schwefelhölzchen heraus, dessen fein zugespitztes Ende man

1) Mitt. Naturw. Ver. Neuvorpommern etc. **20**. 1888. 3 S.
2) Z. D. G. G. **35**. 1883. 560.
3) Z. X. **33**. 1900. 200–201.
4) Jahresh. Ver. vaterl. Naturk. Württ. **56**. 1900. 23.

ein wenig befeuchtet hat. Thoulet[1]) aspiriert die Körnchen durch ein Glasröhrchen, welches mit einem System von zwei, Spritzflaschen ähnlich gebauten, unter einander durch Glasröhren und Kautschukschläuche verbundenen Gläschen beweglich befestigt ist. Man saugt die Luft aus dem zweiten Gefäss, während die Spitze das Körnchen berührt, so dass dies in das erste Gefäss fallen muss. Sehr zweckmässig scheint auch, bei diesem mühsamen Prozess des Aussuchens, die in § 99 S. 167 erwähnte Streuvorrichtung an Lupen von W. und H. Seibert in Wetzlar zu sein, bei denen man das Mineralpulver auf einer grossen Glasscheibe ausbreitet.

C. Doelter benutzte auch gelegentlich die verschiedene Schmelzbarkeit der Körnchen eines Gemenges, um sie zu trennen[2]). Die Körner werden dabei auf einem Platinblech ausgebreitet, und dieses vor der Gebläselampe geglüht, bis die leichter schmelzbaren festbacken, so dass man die schwerer schmelzbaren abschütteln kann. Die Körner müssen möglichst genau gleiche Dimensionen haben.

---

## Dritter Abschnitt.

## Die mikrochemischen Reaktionen.

**240. Allgemeines.** Die Anzahl der bei mikrochemischen Untersuchungen verwendbaren Reaktionen ist eine sehr grosse und muss nötigenfalls in den unten aufgeführten Hülfsbüchern nachgesehen werden. Von der bisher geübten Praxis, die Literaturangaben im Text zu verteilen, ist in diesem Paragraphen öfters abgewichen, weil die Hinweise auf die einzelnen Werke sich zu oft wiederholen würden; es mögen daher die umfassenderen wichtigsten Arbeiten über mikrochemische Reaktionen hier zusammengestellt werden.

1850/66. P. Harting, Het Mikroskop. Deutsche Originalausgabe. 2. Aufl. Braunschweig 1866. 2. 142—216.

1867. G. Rose, Ueber Darstellung krystallisierter Körper mittelst des Lötrohres, und über Darstellung der Titansäure in ihren verschiedenen allotropischen Zuständen. Monatsber. B. A. 1867. 129—147, 450—464.

1877. E. Bořicky, Elemente einer neuen chemisch-mikroskopischen Mineral- und Gesteinsanalyse. Arch. d. naturw. Landesdurchforschung v. Böhmen. 3. Prag 1877. 80 S.

1880. K. Haushofer, Ueber die mikroskopischen Formen einiger bei der Analyse vorkommender Verbindungen. Z. X. 4. 1880. 42—56.

1881. H. Behrens, Mikrochemische Methoden zur Mineralanalyse. Akad. Versl. en Meded. 17. 1881. 27—73.

1883/85. K Haushofer, Mehrere Aufsätze in S. M. A. 1883. 436—448; 1884. 590—604. 1885. 206—226, 403—414.

---

1) Bull. Soc. Min. Fr. 3. 1880. 100—101.

2) Die Vulkane der Capverden 1882. 69; s. C. Doelter, T. M. P. M. 20. 1901 und 21. 1902.

1885. K. Haushofer, Mikroskopische Reaktionen. Braunschweig 1885. 162 S.
1885/88. A. Streng, Ueber einige mikroskopisch-chemische Reaktionen. N. J. 1885. I. 21—42; 1886. I. 49—61; 1888. II. 142—150. S. a. Fuchs-Streng-Brauns, Anleitung zum Bestimmen der Mineralien. 4. Aufl. 1898. 69—108.
1886. C. Klement und A. Renard, Reactions microchimiques. Bruxelles 1886.
1891. H. Behrens, Reaktionen für mikrochemische Mineralanalysen. N. J. B. B. 7. 1891. 435—470.
1892. K. Haushofer, Leitfaden für die Mineralbestimmung. Braunschweig 1892. Besonders S. 24—58.
1892. L. Bourgeois, Analyse microchimique. Extrait du Dictionnaire de Chimie de M. Wurtz. 2e Supplément publié sous la direction de M. Friedel Paris 1892. 14 S.
1894. C. A. Mc. Mahon, Notes on the micro-chemical analysis of rock-making minerals. Min. Mag. 10. 1894. 79—122. Ref. Z. X. 25. 1896. 292—294.
1895. H. Behrens, Anleitung zur mikrochemischen Analyse. Hamburg-Leipzig. 1895. 224 S. (2. Aufl. 1900).
1898. J. L. C. Schroeder van der Kolk, Kurze Anleitung zur mikroskopischen Krystallbestimmung. Wiesbaden 1898. 58 S.
1900. H. Behrens, Mikrochemische Technik. Hamburg-Leipzig 1900. 68 S.

Die Auflösung geschieht bei den Nicht-Silikaten nach bekannten Methoden, bei den Silikaten z. T. nach E. Bořicky mit Kieselflusssäure. Statt der unbequemen und schwer rein zu erhaltenden Kieselflusssäure kann man bei Silikaten mit rascherem und im übrigen gleichem Erfolg reine Flusssäure anwenden. Das Verfahren wird im einzelnen nach Bořicky in folgender Weise ausgeführt. Auf eine der S. 405 erwähnten von Kieselflusssäure etc. nicht angegriffenen Unterlagen bringt man ein oder mehrere etwa 1 cbmm grosse Stückchen der Substanz. Diese Körnchen bedeckt man mit einem etwa erbsengrossen Tropfen der Säure, deren Auseinanderfliessen allenfalls dadurch vermieden werden kann, dass man einen Balsamring herumlegt. Die Canadabalsamhaut bei den überzogenen Objektträgern darf nicht rissig sein, damit das Reagens nicht auf das Objektglas wirken kann.

Die Kieselflusssäure muss absolut rein sein; sie darf bei Verflüchtigung keinen Rest hinterlassen. Man stellt sie sich entweder selbst dar, indem man das aus einer Mischung von Flussspat, Schwefelsäure und Quarzpulver in einer Bleiretorte entwickelte Fluorsilicium in eine mit Wasser gefüllte Platinschale leitet, oder die käufliche Kieselflusssäure durch Destillation reinigt. Dieselbe wird am besten in Platingefässen aufbewahrt, und man hebt die zur Reaktion notwendigen Tropfen mit einem ösenförmig gekrümmten Platindraht heraus. Die zur Untersuchung verwendete Probe muss möglichst vollständig von der Säure aufgelöst werden; andernfalls würden die beim Eintrocknen sich bildenden Krystallisationen in ihren relativen Mengen ein mehr oder weniger falsches Bild von der Zusammensetzung der untersuchten Probe geben. Man kann die spontan nur sehr langsame Verdunstung der Lösung beschleunigen und den Angriff des Reagens auf die Probe unterstützen, wenn man das Objektglas über (nicht etwa auf) eine ganz gelinde angewärmte

Eisenplatte legt oder das oben S. 405 angegebene Verfahren anwendet. Beim Eintrocknen der Lösung entstehen charakteristische Krystallisationen der in der untersuchten Probe vorhandenen ein- und zweiwertigen Metalle in der Form von Kieselfluoriden. Die Kieselfluorverbindung des Aluminiums ist gelatinös. Ist die Krystallisation etwa wegen zu raschen Eindampfens unvollkommen ausgefallen, so löst man entweder in Wasser oder einem stark verdünnten Tropfen von Kieselflusssäure, trägt auf ein reines Objektglas über und lässt von neuem krystallisieren. War die Probe nicht vollständig gelöst, so behandelt man wiederholt mit einem neuen Tropfen Kieselflusssäure. Manche Silikate, zumal Glimmer, lassen sich selbst mit recht konzentrierter Kieselflusssäure nicht vollkommen aufschliessen; man zersetzt dieselben dann zunächst in einem kleinen halbkugelförmigen Platinlöffel von etwa 1 cm Durchmesser mit Flusssäure, dampft hierauf unter Zusatz überschüssiger Kieselflusssäure zur Trockne ein, nimmt mit etwas destilliertem Wasser auf und lässt die Lösung auf einem Objektträger verdunsten. Beabsichtigt man nicht, durch Darstellung der Kieselfluoride die in der Probe enthaltenen Metalle zu bestimmen, sondern die von Behrens und anderen vorgeschlagenen Krystallisationen zur Diagnose zu benutzen, so zersetzt man 0.5—1 mg des fein zerstossenen Pulvers, wie oben angegeben, mit reiner Flusssäure (die man im Handel einwandfrei erhalten kann) und etwas Schwefelsäure. Man dampft auf dem Wasserbad unter Umrühren mit einem Platindraht zur Trockne ein, wiederholt, wenn nötig, die Operation bis zum vollständigen Aufschluss und dampft alsdann die trockene Haut von Fluoriden mit verdünnter Schwefelsäure ab. Es müssen reichlich graue Dämpfe von Schwefelsäure entweichen, wenn man sicher sein will, dass alles Fluorsilicium verjagt und alle Fluoride in Sulfate übergeführt wurden. Andererseits muss man sich hüten, die Verjagung der Schwefelsäure zu weit zu treiben, weil dann bei Gegenwart von Eisen- und Tonerde schwerlösliche basische Salze entstehen. Nun löst man in destilliertem Wasser, dem, wenn nötig, eine Spur Schwefelsäure zugesetzt wurde, unter Erwärmung und hat eine Sulphatlösung der Basen, welche die Probe enthält. Diese werden vermittelst Kapillarpipetten in kleinen Tröpfchen auf Objektgläser gebracht und nun durch direkten Zusatz der Reagentien die gewünschten charakteristischen Krystallisationen hervorgerufen. Sollen die Reagentien nur langsam einwirken, so bringt man einen Tropfen derselben neben den Probetropfen und lässt dieselben dadurch, dass man sie vermittelst eines Stückchens von einem Glasfaden verbindet, ineinanderfliessen.

Eine mikroskopische Fällung der Schwermetalle durch Schwefelwasserstoff erfolgt nach A. Streng folgendermassen[1]): Ein Tropfen der zu fällenden Lösung wird auf einen Objektträger gebracht und hier, ohne den Tropfen selbst zu berühren, mit einem sehr kleinen Deckgläschen überdeckt, an dessen Seite mit Balsam kleine Füsschen von Kork befestigt

1) N. J. 1893. I. 49.

sind; hierdurch soll der Tropfen vor dem Spritzen der $H_2S$ entwickelnden Lösung geschützt werden. In die Nähe bringt man auf dem gleichen Objektträger einen Tropfen einer Lösung von Schwefelnatrium und bedeckt beide mit einem Uhrgläschen, dessen Rand man durch 1—2 Tropfen Salzsäure abschliesst. Zur Einleitung der Reaktion verschiebt man diesen feuchten Ring bis zur Berührung mit dem Schwefelnatrium-Tropfen.

Von der Methode der Lösung der Mineralien durch den Prozess des Aufschliessens macht man bei der Lötrohranalyse bekanntlich in den sog. Perlenreaktionen Gebrauch; dieselben sind neuerdings von W. Florence[1]) in mikrochemischem Sinne ausgearbeitet worden[2]).

Im folgenden sind die erprobten Reaktionen auf die wichtigen Grundstoffe zusammengestellt und, wo nötig, eine zur Bestimmung der erzielten Krystallisationen zu verwendende, optische Diagnose angefügt, die leider von den Autoren hier und da zu wenig berücksichtigt worden ist.

## 241. Einzelreaktionen.

**Kalium.** Beim Eintrocknen des kieselflusssauren Aufschlusses bilden sich isotrope, schwach lichtbrechende wasserhelle Würfel, Oktaeder oder Kombinationen dieser Formen unter einander und mit dem Rhombendodekaeder von $K_2SiF_6$ (Taf. XIV Fig. 2 und 3)[3]). Gelegentlich entstehen, zumal bei hohem Na-Gehalt und aus konzentrierter Lösung, stark doppelbrechende, anscheinend rhomboedrische, in Wirklichkeit monokline Kryställchen mit kleinem Winkel der optischen Axen und positivem Charakter. Löst man diese mit heissem Wasser und lässt wieder auskrystallisieren, so erhält man sofort die normalen Gestalten; bisweilen kehrt aber die monokline Modifikation hartnäckig wieder[4]). — In der mit Flusssäure aufgeschlossenen, salzsauren oder schwefelsauren Lösung entstehen mit Platinchlorid scharf ausgebildete gelbe Oktaeder, seltener Würfel oder kombinationsreiche Kryställchen von Kaliumplatinchlorid ($K_2PtCl_6$) von hoher Lichtbrechung. — Ammonium, Rubidium und Caesium geben dieselbe Reaktion. Zur Unterscheidung von Kalium und Caesium von Rubidium kann Zinnchlorür, von Kalium und Rubidium von Caesium kann Platinchlorür dienen, worüber bei A. Streng[5]) näheres zu finden ist.

Ammoniak wird vollkommen einwandfrei bestimmt, wenn man nach A. Streng[6]) einen Tropfen Platinchlorid auf den Objektträger und daneben einen Tropfen der auf Ammoniak zu prüfenden Lösung bringt. Zu dieser fügt man etwas Aetzalkali und bedeckt sofort beide Tropfen

1) N. J. 1898. II. 102—146.

2) s. auch K. Haushofer, Verhalten der Silikate im Phosphorsalz. S. M. A. **19**. 1889.

3) E. Bořicky, N. J. 1879. 564.

4) Vergl. B. Frosterus, T. M. P. M. **13**. 1892. 183

5) N. J. 1888. II. 146—148.

6) N. J. 1893. I. 49.

— Platinchlorid und Lösung — mit einem kleinen Uhrglas, welches über die Ränder des Objektträgers nicht hinausragt. Das etwa vorhandene Ammoniak wird frei, diffundiert in die Platinchloridlösung und bildet hier die bekannten gelben Oktaeder des Ammonium-Platin-Doppelsalzes. Der Schröder van der Kolksche Mikro-Exsikkator (S. 405) ist hier ebenfalls zu verwenden.

**Natrium.** Aus kieselflusssaurer Lösung entstehen beim Eintrocknen hexagonale Kombinationen (Taf. XIII Fig. 5 u. 6 und Taf. XIV Fig. 1) $\infty P$ . oP (10$\bar{1}$0) (0001) oder $\infty P$ . P (10$\bar{1}$0) (10$\bar{1}$1) von $Na_2SiF_6$. Diese Bořickysche Probe ist selbst bei sehr kleinen Mengen überaus scharf und sicher. Die Krystalle liegen bald auf der Prismenfläche, bald auf der Basis, sind farblos, sehr schwach licht- und doppelbrechend, mit negativem Charakter. Die Pyramide ist recht stumpf (10$\bar{1}$1) : (10$\bar{1}\bar{1}$) = 113°54′. Die Kryställchen pflegen um so länger zu werden, je kalkreicher die Lösung ist. — A. Streng[1]) schlug die Fällung des Natrons aus seinen Lösungen mit essigsaurem Uranoxyd als essigsaures Uranoxydnatron in Tetraedern und tetraedrischen Kombinationen von hellgelber Farbe vor. Das käufliche Reagens ist natronhaltig und das gereinigte nimmt nach längerer Zeit aus dem Glase wieder Na auf, weshalb es besser ist, das feste, pulverisierte Salz aufzubewahren und davon jedesmal einige Körnchen zu nehmen. Der Nachweis durch Spektralanalyse ist wegen der Ubiquität des Natriums nicht leicht einwandfrei zu führen.

**Lithium.** Aus kieselflusssaurer Lösung scheiden sich beim Eintrocknen stumpfe monokline Kombinationen von hexagonalem Habitus (Taf. XIV Fig. 4) oder Sphärokrystalle aus. — Aus schwefelsaurer Lösung erhält man nach Entfernung des Gypses mit kohlensaurem Kali schneeflockenähnliche oder deutlicher monokline Krystalle mit oft rechteckigem Querschnitt von Lithiumkarbonat (Behrens 1881). — Nach Haushofer (1884) fallen aus neutraler, nicht zu verdünnter Lösung bei hoher Temperatur nach Zusatz von Natriumphosphat Durchkreuzungszwillinge von spindelförmigen Kryställchen und sternähnliche Gruppierungen von $Li_3PO_4 + H_2O$ aus. Die sehr kleinen Kryställchen wurden von C. A. Mc. Mahon optisch näher untersucht[2]). — Die spektralanalytische Untersuchung macht jede Krystallreaktion unnötig oder lässt die letztere nur als wünschenswert erscheinen, wenn es sich darum handelt, Anhaltspunkte über die relativen Mengen dieses Bestandteils zu erhalten.

**Baryum.** Aus kieselflusssaurer Lösung sich ausscheidende Kryställchen sind sehr undeutlich und wenig charakteristisch. Beim Aufschluss mit Flusssäure und Schwefelsäure bleibt Baryum als Sulfat ungelöst.

---

1) Ber. Oberhess. Ges. f. Natur- u. Heilk. 1885. 56—58; N. J. 1885. I. 34—37. 1888. II. 149.

2) Min. Mag. 10. 1893 229—233.

Bringt man diesen Rückstand durch kochende Schwefelsäure in Lösung, so fallen aus einem auf dem Objektglas sich abkühlenden Tropfen, lange ehe Gyps auskrystallisiert, teils fast rektanguläre Krystalltafeln, teils andreaskreuzartige Wachstumsformen aus. — Schliesst man den unlöslichen Rückstand nicht mit kochender Schwefelsäure, sondern durch Schmelzen mit Alkalikarbonat auf, wäscht aus, bis das Waschwasser nicht mehr auf Schwefelsäure reagiert, löst den Rückstand in Salzsäure oder Salpetersäure, so entstehen nach Haushofer (1884) in der Lösung bei langsamem Zusatz von Kaliumchromat blassgelbe Krystalle und Krystallskelette, welche denen des Baryumsulfats aus kochender Schwefelsäure in der Form durchaus ähneln. Strontium wird dabei nicht gefällt. Man wird also diese Reaktion stets bei Anwesenheit von Strontium anwenden. — Setzt man nach Streng (1885) zu der Lösung von Chlorbaryum statt Kaliumchromat eine Lösung von Ferrocyankalium, so fallen beim Eintrocknen hellgelbliche Rhomboeder von Ferrocyanbaryum-Kalium.

**Strontium** krystallisiert aus kieselflusssauren Lösungen beim Eintrocknen in scharfkantigen und ebenflächigen Säulchen oder Blättchen des monoklinen Systems ($SrSiF_6 + 2$ aq), welche dem Kieselfluorcalcium sehr ähneln. Bei der Behandlung mit Schwefelsäure entstehen rhombische Tafeln des Strontiumsulfats, was zur Unterscheidung vom Kalksalz dient. — Bei der Aufschliessung mit Flusssäure und Schwefelsäure bleibt das Strontium im unlöslichen Rückstand. Aus der siedenden schwefelsauren Lösung krystallisieren rhombische Tafeln von Cölestin. — Wird der Rückstand mit Alkalikarbonat geschmolzen und behandelt, wie bei Baryum angegeben wurde, so fallen aus der verdünnten salzsauren Lösung nach Zusatz von Oxalsäure wasserhelle Oktaeder des Strontiumoxalats.

**Calcium.** Aus kieselflusssauren Lösungen scheiden sich beim Eintrocknen monokline Krystalle von $CaSiF_6 + 2aq$ ab, welche überaus mannigfache Formen annehmen. Bald sind es spiessige, dornähnliche, auch verästelte Gruppen und Einzelkrystalle, bald rhomboidale Täfelchen, am häufigsten spindelförmige Individuen von nicht sehr starker Doppelbrechung (Taf. XIV Fig. 5 u. 6). Sehr charakteristisch ist für alle Formen der Mangel geradliniger und die Neigung zu krummliniger Begrenzung. Auf Zusatz von verdünnter Schwefelsäure werden sie zersetzt, und es entstehen an ihrer Stelle die langprismatischen Krystalle des Gypses. — Bei Aufschluss mit Fluss- und Schwefelsäure geht, sobald der Kalkgehalt des Silikates ein bedeutender ist, nur ein Teil des Calciumsulfats in Lösung; bei geringem Gehalt und einem Ueberschuss verdünnter Schwefelsäure geht aller Kalk ohne Rückstand in Lösung, und es scheiden sich dann am Rande des Tropfens die charakteristischen Säulchen und Blättchen des Gypses $\infty P . \infty P\bar{\infty} . P$. (110) (010) ($11\bar{1}$), zumeist auf (010) liegend, in Einzelkrystallen, Berührungs- und Durchkreuzungszwillingen oder in sternförmigen Gruppen aus (Taf. XV Fig. 2).

Man beschleunigt die Ausscheidung des Gypses, wenn man das Präparat mit einem Pappschächtelchen überdeckt, in welches man einen Tropfen Alkohol gegossen hatte. In der Gypsbildung hat man die empfindlichste und sicherste Reaktion auf Ca.

**Zur Unterscheidung des Calciumkarbonats** in der Form des Kalkspats und des Aragonits dienen zwei von W. Meigen[1]) angegebene Reaktionen. Nach der einen kocht man fein gepulverten Aragonit mit einer verdünnten Lösung von Kobaltnitrat und erhält alsbald ein hell-lila, nach längerem Kochen dunkel-lila gefärbtes Pulver. Behandelt man Kalkspat in der gleichen Weise, so bleibt er farblos oder wird erst nach 5 bis 10 Minuten langem Kochen hellblau. Nach der anderen Reaktion lässt man eine kalte konzentrierte Lösung von Mohr'schem Salz [$(NH_4)_2SO_4 . FeSO_4 + 6aq$] auf Kalkspat einwirken, der das in der Lösung durch Luftoxydation entstandene Eisenoxyd mit gelber Farbe niederschlägt, während Aragonit sehr bald einen dunkelgrünen Niederschlag von Eisenhydroxyduloxyd erzeugt[2]).

**Magnesium.** Aus kieselflusssaurer Lösung krystallisiert $MgSiF_6 + 6aq$ in rhomboedrischen Krystallen, welche am häufigsten die Kombination $\infty P2.R$, $(11\bar{2}0)$, $(10\bar{1}1)$, seltener $R.\infty P2$ oder $R.oR$ zeigen. Sie sind stets sehr scharfkantig und ebenflächig, von mittlerem Brechungsvermögen, stark doppelbrechend, mit positivem Charakter, polarisieren meist in den grellen Farben der 2. Ordnung und zeigen bei geeigneter Lage ein sehr deutliches Interferenzbild. Sie sind farblos (Taf. XV Fig. 1). — In hohem Grade charakteristisch ist auch die Bildung der Struvitkrystalle ($NH_4MgPO_4 + 6aq$) mit ihren sargähnlichen hemimorphen Formen (Taf. XV Fig. 4 und 5), die neuerdings von O. Richter[3]) näher untersucht wurden. Man erhält die Krystalle in vollkommenster Ausbildung aus stark verdünnter Lösung, der man Salmiak und Ammoniak bis zu deutlich basischer Reaktion zusetzte. Man bringt direkt ein Körnchen Phosphorsalz an den Rand der Lösung oder setzt ein Tröpfchen Natriumphosphat zu. Die Kryställchen scheiden sich langsam in der Kälte aus, rasch beim Erwärmen. Doch entstehen im letzteren Fall leicht sehr unsicher erkennbare Wachstumsformen; ebenso bilden sich diese anfangs aus konzentrierten Lösungen, und erst nach dem Ausscheiden der Hauptmenge des Salzes fallen die charakteristischen Krystalle aus. Bei mittlerem Brechungsvermögen ist die Doppelbrechung schwach.

Zur Unterscheidung der reinen und magnesiumarmen Calcite einerseits, der Dolomite und magnesiumreichen Calcite andererseits bedient

1) Centralblatt f. Min. 1901. 577—578; Ber. d. oberrh. geol. Ver. 1902. 31—33.

2) s. auch G. Wyrouboff, Bull. Soc. Min. Fr. **24**. 1901. 371—373; **25**. 1902. 70—71. Ferner R. Panebianco, Rivista di Min. e Crist. **28**. 1902. 5.

3) T. M. P. M. **20**. 1901. 89—98.

sich G. Linck[1]) einer Lösung von phosphorsaurem Ammon in verdünnter Essigsäure. Schon bei einem Gehalt von 12—15 % $MgCO_3$ hört die Einwirkung der Essigsäure auf das Karbonat auf, weil sich dasselbe rasch mit einer Haut von Magnesiumphosphat überzieht. Linck stellte die von ihm benutzte Lösung dadurch her, dass er 20 cc offizineller Phosphorsäure schwach mit Ammoniak übersättigte, mit ca. 30 cc offizineller Essigsäure mischte und diese Mischung auf etwa 100 cc mit destilliertem Wasser verdünnte.

Dolomit und Calcit lassen sich auch durch ihre verschiedene Löslichkeit in 10prozentiger Aluminiumchloridlösung unterscheiden[2]); Dolomit wird nur sehr langsam angegriffen.

**Beryllium.** Die natürlichen Berylliumverbindungen sind nur durch Aufschliessen mit Alkalikarbonat in Lösung überzuführen. Löst man den Aufschluss in Salzsäure, nachdem er zuvor mit heissem Wasser ausgelaugt wurde, so fallen nach Haushofer (1884) aus einem Tropfen der salzsauren Lösung nach Zusatz von Platinchlorid beim Eintrocknen über Schwefelsäure scharfe quadratische und oktogonale, fast farblose Tafeln von $BePtCl_6 + 8aq$ mit optisch negativem Charakter.

Eine andere, von Behrens (1891) angegebene Reaktion, besteht in der Darstellung des Kalium-Berylliumoxalats $K_2C_2O_4.BeC_2O_4$, das auf Zusatz von Kaliumoxalat in mässigem Ueberschuss zu einer konzentrierten Lösung von Berylliumoxalat in Form dicker, stark lichtbrechender, monokliner Krystalle mit gypsähnlicher Verzwillingung entsteht.

**Eisen.** Aus kieselflusssaurer Lösung fallen beim Eintrocknen Krystalle von $FeSiF_6 + 6aq$, welche vollständig isomorph mit dem Magnesiumsalz sind und dieselben optischen Eigenschaften haben. Zur Unterscheidung dient das Befeuchten mit Ferrocyankalium oder Schwefelammonium; im ersten Falle werden sie blau, im zweiten schwarz. — Sehr leicht erkennbar sind auch die amorphen Niederschläge mit Ferrocyankalium oder Ammoniak.

Will man auf das Vorhandensein von gediegen Eisen in einem Präparat prüfen, so bedeckt man dasselbe nach A. E. Törnebohm[3]) mit etwas Kupfervitriollösung, aus welcher sich bei Anwesenheit von metallischem Eisen auf diesem eine Haut von metallischem Kupfer niederschlägt. — A. von Lasaulx[4]) empfiehlt, um die Verwechslung mit Rostüberzügen zu vermeiden, die Anwendung der zur mechanischen Trennung der Mineralien benutzten Lösung von Cadmiumborotungstat, welche sich durch Reduktion in der Umgebung von metallischem Eisen tief violblau

---

1) Inaug.-Diss. Strassburg i. Els. 1884. 17.

2) J. Lemberg, Z. D. G. G. **40**. 1888. 357. E. A. Wülfing, Jahresh. d. Ver. f. vaterl. Naturk. i. Württ. **56**. 1900. 19—20.

3) Bihang titt Svenska Vet. Akad. Handl. **5**. 1878. No. 10. 7.

4) Sitzungsber. niederrh. Ges. Bonn. **39**. 1882. 212.

färbt. Zink und Kupfer würden dieselbe Wirkung haben und dürfen also nicht zugegen sein.

**Mangan.** Aus kieselflusssaurer Lösung entstehen Krystalle von $MnSiF_6 + 6aq$, welche isomorph mit dem Mg-Salze sind und dieselben optischen Eigenschaften zeigen wie dieses. Bei einiger Dicke sind sie hellrosa. Zur Unterscheidung dient, dass das Mangankieselfluorid beim Befeuchten oder besser Behauchen mit Schwefelammonium rötlich bis bräunlichweiss wird.

**Nickel.** Aus kieselflusssaurer Lösung bilden sich beim Eintrocknen mit dem Mg-Salze isomorphe und dasselbe optische Verhalten zeigende Krystalle von $NiSiF_6 + 6aq$. Sie sind hellgrünlich. Aus schwefelsaurer Lösung entstehen beim Zusatz von Kieselflusssäure und Eintrocknen gern Sphärokrystalle mit dem Interferenzkreuz zwischen gekreuzten Nicols, oft auch mit farbigen Ringen. Nach Schröder van der Kolk[1]) erhält man sehr charakteristische Krystallisationen, wenn man einen Tropfen des Nickelsalzes mit einem Tropfen Anilin etwa im Mikroexsikkator verdunsten lässt. Es sind bald runde Scheibchen, die aus radial gestellten, gerade auslöschenden Nädelchen bestehen mit der grössten Elastizität a in der Längsrichtung, bald Rhomben mit Winkeln von 100° und der grössten Elastizität in der Richtung der längeren Diagonale. Auch zeigen sich schief abgestumpfte Stäbchen, die dadurch auffallen, dass sie wegen grosser Bisektrix-Dispersion im weissen Licht nie auslöschen. Die Auslöschungsschiefe beträgt für Rot (Kupferoxydulglas) 39°—40°, für Blau (Kobaltglas) 32°—39°.

**Kobalt.** Die aus kieselflusssaurer Lösung fallenden Krystalle von $CoSiF_6 + 6aq$ haben alle Eigenschaften des isomorphen Magnesiumsalzes, zeigen aber gern mehr rhomboedrischen als prismatischen Habitus und sind rötlich bis bräunlichgelb gefärbt.

Eine charakteristische Reaktion auf Kobalt hat O. Richter angegeben[2]), indem er den mit Struvit isomorphen Krystallen von $Co(NH_4)PO_4 + 6H_2O$ durch zweiprozentige Kalilauge oder Alkohol oder Glyzerin etc. oder auch nur durch Erhitzen Wasser entzieht und dadurch Blaufärbung hervorruft.

**Chrom.** Die in den Gesteinen vorkommenden Chrom-Verbindungen (Chromit, Picotit, Chromdiopsid) sind wegen ihrer sehr schweren Angreifbarkeit leicht zu isolieren und auf ihren Chromgehalt durch die bekannte Perlenfärbung zu prüfen. Um Krystallreaktionen zu erhalten, muss das Chrom zuvor in lösliches Alkalichromat übergeführt werden. Man schmilzt nach Haushofer (1884) am Platindraht mit Fluorkalium im

1) Zeitschr. f. wiss. Mikrosk. **10**. 1893. 451—453.
2) T. M. P. M. **20**. 1901. 99—109.

Oxydationsfeuer, löst das Schmelzprodukt in einem Tropfen Wasser, säuert schwach mit Salpetersäure an und fügt Silbernitrat zu. Es bilden sich rhombische Täfelchen, deren spitzer Winkel etwa 72° beträgt und deren stumpfe Kante oft durch ein Pinakoid abgestumpft erscheint; auch werden Wachstumsformen beobachtet. Die Krystalle sind stark lichtbrechend und haben im durchfallenden Licht bei hinreichender Dünne hyazinthrote Farbe. Neben den rhombischen Tafeln erscheinen auch rektanguläre und quadratisch begrenzte Täfelchen.

**Aluminium.** Tonerde scheidet sich aus kieselflusssaurer Lösung gelatinös aus (Taf. XIV Fig. 1). — Aus schwefelsaurer Lösung fallen nach Behrens (1881) nach Zusatz einer winzigen Quantität von Caesiumchlorid oder Caesiumsulphat scharfe und grosse, stark lichtbrechende, reguläre Krystalle von Caesiumalaun aus. Dieselben zeigen vorwiegend die Formen O (111), O.∞O∞ (111) (100) (Taf. XV Fig. 3), seltener und zumal aus neutraler Lösung ∞O∞. Die Krystalle zeigen niemals die sonst so häufigen optischen Anomalien der Alaune (siehe die Erklärung in § 193, S. 357). Ist die Lösung zu konzentriert, so entstehen viel verzweigte Wachstumsformen; man löst in Wasser und lässt wieder eintrocknen. Ein zu grosser Ueberschuss an Schwefelsäure verzögert die Bildung der Krystalle, man stumpft dann am besten durch Zusatz von Natriumazetat ab.

**Cerium.** Aus verdünnten Lösungen des Ceriumsulfats oder Chlorids entsteht nach Haushofer (1883) bei Zusatz von Oxalsäure oder Ammoniumoxalat ein anfangs flockiger Niederschlag, der jedoch bald krystallin wird und aus feinen, beiderseits zugespitzten, oft auch gegabelten und gezähnten Prismen besteht, welche sich bei einiger Konzentration gern zu radialen Gruppen ordnen. Die Kryställchen löschen schief aus und sind stark doppelbrechend. — Aus heissen, sehr verdünnten Lösungen fallen dünne rhomboidale Tafeln, deren spitzer ebener Winkel etwa 86° beträgt, und welche gern rechtwinklig durcheinanderwachsen; sie scheinen monoklin zu sein.

**Thorium.** Aus einer wässrigen Lösung des Sulfats krystallisieren dick-prismatische Krystalle des $Th(SO_4)_2 + 3H_2O$, die von der ähnlichen Ceritverbindung durch Zusatz von basischem Ammoniumkarbonat unterschieden werden. Das Thoriumsalz löst sich in einem Ueberschuss dieses Reagenses auf, während die Ceritmetalle als Karbonate gefällt werden (Behrens 1891).

**Yttrium.** Aus verdünnten heissen, neutralen oder schwach schwefelsauren Lösungen fallen nach Haushofer (1883) bei Zusatz von Oxalsäure sehr mannigfach gestaltete, stark doppelbrechende Krystalle, nämlich: 1) gypsähnliche, schief auslöschende Blättchen; 2) rhomboederähnliche, spitze, wohl auch monokline Formen; 3) kleine rechtwinklige Lamellen, welche an den Enden gern gegabelt und gezähnt sind und

zu gitterförmigen Gruppen verwachsen; ihre Auslöschung liegt parallel zur Längsseite; 4) kürzere oder längere kannelierte Säulchen, welche sich, wenn sie aufrecht stehen, als dem rhombischen System zugehörige Sechslinge nach dem Typus des Aragonits erkennen lassen. Die seltenen einfachen Krystalle dieser Form zeigen auf der Basis den spitzen ebenen Winkel von $110 : 1\bar{1}0$ zu 72°—73°. Daneben entstehen stets lang-dornenförmige Krystalle mit rechtwinklig ansetzenden dornenförmigen Nebenindividuen; 5) quadratische und oktogonale dünne Täfelchen, die sich oft zu dicktafelförmigen oder kugligen und knospenförmigen Aggregaten gruppieren. Die Tafeln sind im parallelen Licht isotrop, also wohl quadratisch. Die Formen 1 und 2 gehen in der Lösung allmählich in die Formen 4 und 5 über. — Verdunstet man die Lösung von Yttriumsulfat auf dem Objektgläschen bis zur Krystallbildung und lässt dann einen Tropfen konzentrierter Oxalsäure hinzutreten, so bilden sich auf den Kryställchen die kugligen und knospenförmigen Aggregate der Form 5, und mit abnehmender Wirkung des Reagens immer reiner die quadratischen Tafeln. — Auch durch Zusatz von oxalsaurem Ammoniak zu Yttriumsulfatlösungen entstehen quadratische und oktogonale Blättchen des tetragonalen Systems.

**Erbium** verhält sich bei analoger Behandlung genau wie Yttrium. Eine Reaktion zur Unterscheidung von Yttrium und Erbium ist neuerdings von Pozzi-Escot und Couquet[1]) angegeben worden. Hiernach sollen die Yttriumsalze mit Ammoniumchromat in wenigen Minuten hexagonale, längliche Krystalle geben, während die Erbiumsalze mit dem gleichen Reagens schlechte oder keine Krystalle entstehen lassen.

**Chlor.** Der Nachweis wird hauptsächlich bei den Mineralien der Sodalithgruppe wichtig. Man bringt die gepulverte Substanz in den kleinen halbkugelförmigen Platintiegel und übergiesst mit etwas konzentrierter Schwefelsäure. Der Tiegel wird mit einem kleinen Deckgläschen bedeckt, an dessen unterer Fläche ein Tropfen Wasser hängt, während auf der oberen Fläche ein Tropfen Wasser zur Kühlung dient. Man erwärmt mässig und fängt die entweichende Salzsäure in dem Tropfen am Deckgläschen auf. Nach Entfernung des Kühltropfens wird das Deckgläschen abgehoben und der daran hängende Tropfen mit dem Destillat auf ein Objektglas gebracht. Setzt man nun nach Behrens (1881) in die Mitte desselben ein Körnchen Thalliumsulfat, so bilden sich Oktaeder und die Kombinationen von $O . \infty O$ (111) (110) des Thalliumchlorids. Dieselben sind stark lichtbrechend und durch Totalreflexion bei schwachen Vergrösserungen nahezu undurchsichtig. Oder man fällt nach Haushofer (1884) in dem Tropfen mit Silbernitrat käsiges Chlorsilber, setzt starke Ammoniakflüssigkeit zu und erhält nach dem Eintrocknen die stark lichtbrechenden regulären Kryställchen

1) C. R. **130**. 1900. 1136.

(111) und (100), seltener mit (110) des Chlorsilbers. — Man vergleiche auch die Graeffsche Reaktion in § 225, S. 411.

**Fluor.** Fluorhaltige Silikate destilliert man mit Schwefelsäure, wenn sie in dieser löslich sind. Ist das nicht der Fall, so schliesst man im Platintiegelchen mit dem doppelten Volumen Soda auf, dampft die geschmolzene Probe mit Essigsäure bis zur Trockne ab, um das spätere Spritzen zu vermeiden, befeuchtet mit Schwefelsäure und bedeckt das Tiegelchen mit einem konvexen Platindeckelchen. An der nach unten gewandten konvexen Seite wird ein Tropfen Wasser zur Aufnahme des durch mässige Erwärmung zu erhaltenden Destillats gehängt, und oben auf der konkaven Seite Wasser zur Kühlung aufgefüllt. Bringt man nun den Tropfen mit dem destillierten Fluorsilicium auf ein mit Canadabalsam überzogenes Objektglas, so gibt ein Zusatz von Chlornatrium beim Eintrocknen die hexagonalen, oben beschriebenen Kryställchen von $Na_2SiF_6$. — Enthält das zu untersuchende Mineral keine $SiO_2$ (Fluorit), so mischt man es mit pulveriger Kieselsäure.

**Schwefel** kommt als Schwefelsäure zum Nachweis, indem man mit Chlorbaryum fällt oder ein Kalksalz zusetzt und die charakteristischen Gypskrystalle entstehen lässt. Aus manchen Sulfiden wird der Schwefel durch Säuren als Schwefelwasserstoff ausgetrieben, der dann durch Bleiwasserpapier nachzuweisen ist.

**Phosphor** tritt unter den gesteinsbildenden Mineralien nur in den Phosphaten auf, die mit wenigen Ausnahmen in Säuren löslich sind und unmittelbar mit salpetersaurer Lösung von molybdänsaurem Ammoniak behandelt, beim Eintrocknen die im auffallenden Licht gelblichen, im durchfallenden Licht grünlichen rhombendodekaederähnlichen Kryställchen des bekannten Niederschlags geben (Taf. XV Fig. 6). War die angewandte Probe nicht rein und vermutet man die Anwesenheit gelöster Kieselsäure, so wird die Lösung zunächst auf dem Objektglase eingetrocknet und die Kieselsäure unlöslich gemacht, dann wieder in Salpetersäure gelöst und das Reagens zugesetzt (siehe auch A. Streng 1885, 29—33). — Unlösliche Phosphate lassen sich zuweilen durch Glühen löslich machen, wie Lazulith, oder sind, wenn nicht in Salz- oder Salpetersäure, doch in Schwefelsäure zu lösen, wie Amblygonit und Fischerit, oder werden schliesslich mit Soda aufgeschlossen. — Ebenso scharf ist die Reaktion mit Salmiak und Magnesiumsulfat, wodurch man die Phosphorsäure als phosphorsaure Ammoniak-Magnesia in Krystallen (Taf. XV Fig. 4 u. 5) erhält.

**Stickstoff in den Nitraten** ist nach Brauns und Schröder van der Kolk[1]) durch das oktaedrisch krystallisierende $Ba(NO_3)_2$

1) N. J. 1897. I. 73 und 219.

nachzuweisen. Um die Lösungen des Bariums und des zu untersuchenden Nitrates nicht in Berührung zu bringen, wendet Schröder van der Kolk seinen Mikroexsikkator an, in dessen Höhlung das fragliche Nitrat mit etwas Schwefelsäure gebracht wird, und an dessen Deckgläschen man einen Tropfen einer $Ba(OH)_2$ Lösung bringt. Vielleicht wäre es noch vorsichtiger, den Seite 437 beschriebenen Strengschen Kunstgriff zu benutzen.

**Kohlenstoff** wird in den Karbonaten nachgewiesen, wie dies Seite 408 angegeben ist. Graphit lässt sich von amorpher Kohle sowie von den verschiedenen Mineralkohlen (Braun- und Steinkohle, Anthrazit) dadurch unterscheiden, dass er auf dem Platinblech an der Luft auch in kleinen Massen sehr schwer verbrennlich ist[1]).

**Silicium.** Wird der Nachweis von Kieselsäure notwendig, so schmilzt man nach van Werveke ein Körnchen der Probe mit Soda am Platindraht, bringt die Perle auf einen mit Balsam überzogenen Objektträger und befeuchtet mit wässeriger Flusssäure. Es bilden sich beim Eintrocknen die Taf. XIII Fig. 5—6 und Taf. XIV Fig. 1 dargestellten Kryställchen von $Na_2SiF_6$. Die Flusssäure ist vorher durch blinden Versuch auf ihre Reinheit bezüglich Kieselflusssäure zu prüfen.

**Bor** tritt in den gesteinsbildenden Mineralien nur zusammen mit Kieselsäure auf. Man löst die Probe mit Flusssäure und Schwefelsäure im Platintiegelchen und dampft bis zur Trockne ein, um den grössten Teil des Siliciumfluorids zu verjagen und alsdann wieder Flusssäure zuzusetzen. Das Tiegelchen, mit dem konvexen Platindeckel bedeckt, an dessen Unterfläche ein Wassertropfen hängt, wird bis zur beginnenden Entweichung von Schwefelsäuredämpfen erwärmt. Der Wassertropfen hat alsdann die Destillate von Fluorsilicium und Fluorbor aufgenommen. Man verdampft den Tropfen, erwärmt bis zu 120°, löst nach einigen Minuten den Rückstand in Wasser, bringt auf ein Objektglas und setzt Chlorkalium zu. Es bilden sich beim Eintrocknen die rautenförmigen Krystalltafeln des Kaliumfluorborats (Fig. 284). — Hat man das Siliciumfluorid nicht verjagt, so erhält man daneben reichliche Oktaeder von Kaliumfluorsilicat. — Die als Turnersche Probe bekannte Flammenreaktion auf Bor bedarf keiner Beschreibung.

Fig. 284.

**Titan.** Schmilzt man nach Schöner[2]) eine Probe eines titanhaltigen Minerals am Platindraht vorsichtig mit einem Korn entwässerten

---

1) Ueber die mikroskopisch-chemische Behandlung der amorphen Mineralkohlen arbeiteten auch F. Schulze (S. B. A. 1885. 676—678), C. W. v. Gümbel (S. M. A. 13. 1883. 111—216) und J. Wiesner (S. W. A. 101. 1892. 379—418).

2) Zeitschr. f. analyt. Chem. 9. 1870. 41.

Kaliumbisulfats zusammen, bringt die Schmelze auf einen Porzellanscherben und befeuchtet sie mit einem Tropfen Wasserstoffsuperoxyd in wässriger Lösung, so färbt sich die Probe und die Lösung gelb bis orangegelb, je nach der Menge der vorhandenen Titansäure. Die Reaktion ist auch bei den kleinsten Mengen überaus scharf und wird nur bei Gegenwart von Flusssäure oder Alkalifluoriden weniger empfindlich oder auch ganz aufgehoben[1]).

**Zirkon.** Man schmilzt nach Michel-Lévy und Bourgeois[2]) das feine Pulver der Probe im Platintiegelchen mit Soda im Gewichtsverhältnis 1:2 wenige Minuten bei lebhafter Rotglut. Die mit heissem Wasser, welches zweckmässig mit HCl angesäuert werden kann, ausgelaugte Schmelze liefert durchsichtige, wasserhelle, oder durch Platin aus dem Tiegel gelblich gefärbte hexagonale Lamellen, welche sich gern glimmerartig übereinander packen (Taf. XIII Fig. 4). Dieselben sind einaxig und optisch negativ und stellen eine mit Tridymit isomorphe Modifikation der Zirkonerde dar, die auch oft die Felderteilung der Tridymittafeln erkennen lassen. Hat man nicht hinreichend ausgelaugt, so findet man neben den Tafeln von Zirkonerde auch stark doppelbrechende rhomboedrische Krystalle von Natriumzirkoniat. Es genügen 0.005 g Zirkon zur Reaktion. — Hat man grössere Mengen der Probe genommen und das Gewichtsverhältnis zu Soda wie 1:10 gewählt, so erhält man nach etwa 5 Minuten heller Rotglut von der ausgelaugten Schmelze einen krystallinen Rückstand quadratischer Krystalle und Wachstumsformen und Zwillinge von $ZrO_2$, deren Formen anscheinend identisch sind mit den von Nordenskjöld an Krystallen von $ZrO_2$ beobachteten, welche aus Borax auskrystallisiert waren. Auch sie sind oft durch Platinaufnahme gelb gefärbt und sehr stark lichtbrechend. — Aus Lösungen von Zirkoniumsulphat fällt nach H. Behrens (1891) $HKC_2O_3$ farblose Pyramiden, vermutlich des quadratischen Systems, welche sich leicht in HCl lösen. In Lösungen von $TiO_2$ bewirkt $HKC_2O_3$ keine Fällung. — RbCl und CsCl scheiden aus Zirkoniumsulphat farblose Oktaeder ab (nach demselben Autor). In Schwefelsäure unlösliche Zirkonverbindungen werden am besten durch Schmelzen mit NaOH und $H_4NF$ und Abdampfen mit einem Ueberschuss von $H_2SO_4$ aufgeschlossen.

**Zinn** ist als Cassiterit in den granitischen Gesteinen wohl nicht gerade selten. Die schwere Angreifbarkeit durch Säuren macht die chemische Isolierung leicht. Man unterscheidet von Rutil und Zirkon durch die rubinrote Färbung, welche eine Kupferperle annimmt, wenn man die Probe in der Reduktionsflamme damit zusammenschmilzt. Es genügen winzigste Pröbchen, wenn man die Perle nicht zu gross nimmt. — In Lösungen

1) T. B. Osborne, Amer. Journ. **30**. 1885. 335; P. J. Holmquist, G. F. i Stockh. Förhdl. **15**. 1893. 592.

2) Bull. Soc. Min. Fr. **5**. 1882. 136—140.

von $SnCl_4$ fällt nach Haushofer (1885) Chlorcaesium farblose Oktaeder von $Cs_2SnCl_6$ [1]). Chlorkalium gibt die gleiche Reaktion. Ist das Zinn als $SnCl_2$ vorhanden, so entstehen bei Zusatz von KCl zunächst achtstrahlige doppelbrechende Sterne, bei weiterer Verdunstung scharfe und oft flächenreiche, meist nach der Fläche (100) flache prismatische Krystalle von starker Doppelbrechung.

**Wolfram.** Man schmilzt nach Haushofer (1884 und 1885) ein kleines Pröbchen mit Kaliumnitrat in einem nicht zu dünnwandigen Glaskölbchen oder auf einem Porzellanscherben oder in der Platinschlinge zusammen, löst in Wasser und bringt die Lösung von Kaliumwolframiat auf einen Objektträger. Nach ausreichender Verdünnung entstehen bei Zusatz von Chlorcalciumlösung sehr kleine, erst bei 500facher Vergrösserung deutlich erkennbare, würfelähnliche, meistens etwas gerundete Kryställchen, quadratische Tafeln und beiderseits zugespitzte Säulchen von Calciumwolframiat. Um sicher zu sein, dass die Krystalle und keine kugeligen Aggregate entstehen, nimmt man die Fällung in der Siedehitze vor. — Thalliumsulphat fällt aus den alkalischen Lösungen die Wolframsäure in Form ziemlich grosser hexagonaler Täfelchen von $Tl_2WoO_4$. Doch gibt Molybdän die gleiche Reaktion.

**Tantal und Niob.** Man schliesst nach Haushofer (1885) [2]) die natürlichen Niobate und Tantalate mit Soda am Platindraht oder besser mit Aetznatron im Silbertiegel auf. Die Sodaperle habe etwa Stecknadelkopfgrösse. Die Zersetzung pflegt rasch unter einigem Aufbrausen vor sich zu gehen, und man tut gut, die Perle $^1/_2$—$^3/_4$ Minuten in der Glühhitze zu lassen. Die Perle wird in einem Tropfen Wasser auf das Objektglas gelegt und löst sich in einigen Minuten unter Hinterlassung eines unbestimmten krystallinischen Rückstandes. Mit fortschreitender Verdunstung des Wassers scheiden sich feine farblose Prismen des tantalsauren und niobsauren Natrons in einzelnen Krystallen und büschelförmigen oder sternförmigen Gruppen aus. Die Säulchen zeigen gerade Auslöschung. Bei reichlicher Anwesenheit von Tantalsäure und aus sehr verdünnter Lösung bilden sich ferner hexagonale dünne Tafeln von $4Na_2O\ 3Ta_2O_5 + 25$ aq, aus deren Mitte bisweilen büschelförmige Aggregate herauswachsen. Die hexagonalen Tafeln sind von den durch die gleiche Reaktion entstehenden Zirkonerdekrystallen dadurch zu unterscheiden, dass sie erst in der Lösung wachsen, während die Zirkonblättchen schon in der Perle sich bilden. Die obere Hälfte von Fig. 285 bei *a b c* entspricht etwa den Krystallisationen des Niobs, die untere Hälfte bei *d* und *e* denen des Tantals, indessen gehen die Formen vielfach in einander über. Eine andere charakteristische und einfache Reaktion auf Niob- und Tantalsäure ist die folgende: Beim Kochen mit konzentrierter

1) s. auch A. Streng, N. J. 1888. II. 142—146.

2) s. auch Haushofer 1883, 1892 und S. M. A. 19. 1889. 3—8.

Schwefelsäure werden die Niobate und Tantalate teils ganz, teils so weit zersetzt, dass ein Teil der Säuren in Lösung geht. Giesst man die Lösung vom Rückstand ab, verdünnt mit Wasser und fügt Zinkstaub hinzu, so nimmt sie nach Haushofer (1892) bei vorwiegendem Niobsäuregehalt sogleich oder nach einigen Minuten eine lebhaft sapphirblaue Farbe an, welche allmählich durch olivengrüne Töne ins Tintige oder Violette übergeht und endlich unter Absatz eines feinen weissen Pulvers verbleicht; vorwiegende Tantalsäure bringt nur eine schwach violettgraue, bald wieder verbleichende Färbung hervor. Es empfiehlt sich, auf 20 mgr des feinen Mineralpulvers 0.7—0.8 ccm konzentrierte Schwefelsäure anzuwenden, die Lösung auf 2—3 ccm zu verdünnen und Zinkstaub etwa vom Volumen einer Erbse zuzusetzen. Bei Polykras und Aeschynit wurde die Lösung nach Haushofers Versuchen zuerst violett und ging dann in tiefes Sapphirblau über.

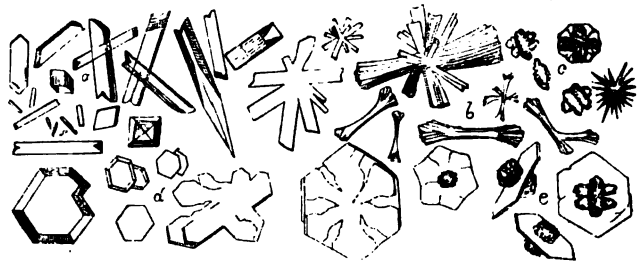



Fig. 285.

Fig. 286.

**Vanadin.** Man schmilzt nach Haushofer (1885) die Probe (2—3 mgr) in der Platinschlinge mit der 10—15fachen Menge Kaliumnitrat, dem etwas Soda zugesetzt werden kann, in starker Hitze rasch zusammen, laugt die Schmelze mit einigen Tropfen Wasser aus, bringt einen Tropfen der Lösung auf das Objektglas und legt ein Körnchen Salmiak hinein. Bei der Auflösung bilden sich bald, zumal am Rande des Tropfens, viele kleine wetzsteinförmige und grössere, elliptisch umgrenzte, oder keilförmige, stark doppelbrechende Kryställchen (Fig. 286) von Ammoniummetavanadinat.

# Autoren- und Sach-Register.


Abbe, Aplanatische Systeme 135; Apochromate 141; Diasporameter 165; Fokometer 127; Okularspektroskop 348; Testplatte 146; Theorie der sekundären Abbildung 143; Totalreflektometer 218, 220; Vertikalilluminator 350; Würfelchen 186, 289; Zeichenapparat 186, 191.
Abbildung, aplanatische 130.
Aberration 130.
Ablesefernrohr 146.
Abney 161.
Abschleifen und Polieren 108 Anm. 2.
Abschmelzungen 403.
Absoluter Brechungsexponent 60.
Absonderungsflächen 29.
Absorption 57, 338.
Absorptionsbüschel 341—344.
Absorptionserscheinungen 5.
Absorptionsspektra 348—349.
Acethylentetrabromid 44.
Achromasie, Bedingung für 136, 144.
Achromatische Linsen 135.
Adams Prinzip 203; Kugelsegmente 204.
Additionserscheinungen 243.
Additionslage 242.
Ady 107 Anm. 1.
Aggregate 394.
Aggregatpolarisation 395.
Ahrens 153 Anm. 7, 158.
Akkommodation 147.
Akkommodationszwang 147.
Allochromatisch 337.
Allophosphore Punkte 119.
Allotriomorph 361.
Aeltester Mikroskoptypus 167.
Altmann 416 Anm. 1.
Aluminium 444.
Amann 291.
Ambronn 83 Anm. 1, 270 Anm. 5.
Amici-Bertrandsche Linse 171, 175, 179, 180, 211—216, 330; bei Axenwinkelapparat 217.
Amicisches Prinzip 133, 143.
Ammoniak 438.
Amplitude 53, 225, 234.
Analysator 171; im Tubus 175, 223.
Anastigmatische Systeme 131.
Andrews 389, 390.
Anhydrit-Präparat 247.
Anilinblau 410.
Anisotrope Blättchen im parallelen Licht 230—232; mehrere übereinander 241—243.
Anisotrope Medien 55; senkrecht zu einer optischen Axe 239—241; zwischen gekreuzten Nicols 230—232, 239.
Anomale Dispersion 62.
Anomale Doppelbrechung 375, 382.
Anomalien, optische 356—359, 402, 444.
Anordnung der Einschlüsse 383—385.
Anwachskegel 373—374.
Anwachspyramiden 373—374, 384, 385.
Apertur Ausnutzung 143; Gesichtsfeld 208; Lichtstärke 129; numerische 129, 130.
Aplanatische Abbildung 130.
Aplanatische Flächen 119.
Aplanatische Systeme 131, 135.
Apochromate 141.
Aequivalentbrennweite 125, 126; Bestimmung 126—129.
Arago 76, 222, 277.
Arbeit und Lichtintensität 54.
Arsenbromür 43.
Arzruni 41 Anm. 2.
Asterismus 383.
Astigmatismus 131; bei Lupen 137.
Asymptoten 318.
Aether 51.
Aetherelastizität 77—78.
Aetherleerer Raum 55.
Aetherschwingungen bei gewöhnlichem Licht 52; bei polarisiertem Licht 63.
Atomgewicht und Härte 32.
Atomrefraktion 280.
Attraktive Krystalle 70.
Aetzfiguren 412—413.
d'Aubenton 2.
Aufgaben über Projektion 11—14.
Aufhellung, diffuse 240, 247.
Auflösende Kraft 143.
Auflösung sphärischer Dreiecke 19—23.
Aufschliessen 437, 438, 447.
Auge Empfindlichkeit 249; Ermüdung 147.

Auge und Linse 147.
Augenglas 139, 141, 144, 147.
Augenlinse 147.
Ausbreitung des Lichtes in anisotropen Medien 64, einaxigen Medien 68, homogenen Medien 54, isotropen Medien 55, zweiaxigen Medien 88.
Auslöschung 237, undulöse 402.
Auslöschungsrichtung 254.
Auslöschungsschiefe 100, 237, 246; Berechnung 252—255; Bestimmung 245—252.
Ausnutzung der Apertur 143.
Ausserordentlicher Brechungsexponent 69.
Ausserordentlicher Strahl 69.
Ausserordentliche Welle 69.
Aussuchen 434.
Austrittspupille 140.
Autokollimation 200, 217—218.
Axe der Isotropie 68, 80.
Axe einer Linse 119.
Axen, optische der äusseren (92) der inneren (94) konischen Refraktion; primäre 93; sekundäre 91; — und Auslöschungsschiefe 252—255; — und Doppelbrechung 289.
Axenbilder einaxiger Krystalle 308—312; zweiaxiger Krystalle 208, 216, 312—323.
Axendispersion 98, 100—104, 319—323; — und Dispersion der Flüssigkeiten 324.
Axenfarben 340, 352.
Axenkreuz und Projektion 24.
Axenlage, symmetrische 101; normal-symmetrische 101.
Axenpräparate 240.
Axenwinkel Messung 323—331.
Axenwinkel und Brechungsexponenten 96.
Axenwinkelapparat 216—218.
Axiolithe 397.

Babinet Kompensator 190, 284—289; Bestimmung des opt. Charakters 300—301.
Baker 2.
Bartalini 97.
Baryt zur Dickenbestimmung 287.
Baryum 439.
Baryumquecksilberjodid-Lösung 41.
Basisfarbe 339, 352.
Batéa 417.
Bau, schaliger 372—373.
Baumhauer 412.
Baumwollblau 410.
Beale 186.
Becke Anwachspyramiden 373—374, 384, 385; Aetzfiguren 412; Axenwinkelmessung 327—329; Brechungsexponentenmessung (Linie) 263—271, 295; Gypsblattverwendung 335; Kleinsche Lupe 212; Lage der optischen Axe 312; Lage der spitzen Bisektrix 315; Tinktion 410.
Beckenkamp 9.
Beckmann 160.
Becquerel 257.
Bedingung für Achromasie 136, 144.
Beer 304 Anm. 1.
Behr 48.
Behrens Aluminium 444; Beryllium 442; Celluloidtäfelchen 405; Häkchen 405; Historisches 5; Krystalliten 367; Legierungen 118; Mikroreaktionen 435, 436, 437; Thorium 444; Zentrifuge 406; Zirkonium 448.
Beleuchtung des Fadenkreuzes 180; bei Totalreflektometer 220, 273; schiefe 260—261, 264—267.
Beleuchtungsapparat 175.
Beleuchtungslinse 140; Bedeckung mit Oel 143; über Polarisator 173.
Beleuchtungswechsel 183—185.
Benedicks 272.
Ben Saude 356, 358.
Benz 106.
Berechnung der Auslöschungsschiefe 252—255; graphische 16; trigonometrische 16.
Bernard 258.
Bertin Absorptionsbüschel 341; Brechungsexponent 257; isochromatische Flächen 302—308.
Bertrand Absorptionsbüschel 341, 342; Amicische Linse 171, (210), 211—216, 217, 330; Goniometer 201; Historisches 4; Interferenzbilder 240; Interferenzkreuz 398; Mikroskop 193; Prismen 157; Quarzplatte 250—251; Schroeder v. d. Kolks Methode 214; System von hoher Apertur 208; Totalreflektometer 219—220; Winkelmessung 198—200.
Berwerth 411.
Beryllium 442.
Beugung bei Abbildungen 131.
Bezugsflächen einaxiger Krystalle 82; zweiaxiger Krystalle 102—103.
Biaxial surface 102.
Bild und Objekt 118.
Bildung der Krystalle 359.
Bildverzerrung 131.
Binormalen 94.
Biot Drehquarz (nicht Bravaisscher) 298; Einbettungsmethode 258; empirisches Gesetz 302; Refraktionskonstante 277.
Biradialen 92.
Birefraktometer 291.
Bisektrizen 95, 312; Dispersion 101, 104, 321—323.
Blätterdurchgänge 27.
Blauholzextrakt 412.
Bleitopf 434.
Blenden 140.
Blumrich 373.
Bogen mit Draht 105.
Böklen 93.
Bor 447.
Bořicky Historisches 5; Kieselflusssäuremethode 435, 436—437, 438—447; Pleochroismus 348.
Bornemann 108 Anm. 1.

Bourgeois Reaktionen 436, 448.
Boyle 2.
Brauns Anomalien 356—359; Kreuzschlittentisch 178 Anm. 2; Salpetersäurenachweis 446; Schwere Flüssigkeit 6, 42; Sphärokrystalle 398 Anm. 1.
Bravais Drehquarz (Biotscher, nicht Bravaisscher) 298; Zwillingsplatte 251—252, 297.
Brechungsebene 58.
Brechungsexponent absoluter 61; ausserordentlicher 81; Bestimmung 255—277; Beziehung zum Axenwinkel 96; Definition 58, 59; Grundmass 60, 71, 77; ordentlicher 69; von Canadabalsam 150; von einaxigen Krystallen 74; von Luft 61; von Mischungen 279; Tabelle 276—277.
Brechungsexponentenellipsoid 75.
Brechungsexponentenfläche 103.
Brechungsgesetz 58.
Brechungsvermögen, spezifisches 277; molekulares 280.
Brennebenen 120.
Brennpunkte 120.
Brennweite 120; bei achromatischen Linsen 135; bei zwei Linsen 122; Beziehung zu Gesichtsfeld 207; Beziehung zu Oeffnung 129; negative 135.
Bréonsche Schmelze 6, 44,
Brewster Absorptionsbüschel 341; Aggregate 397; Anomalien 356, 357 Anm. 2, 376; Einschlüsse 376, 386—388, 390; Historisches 3; konvergentes Licht 301—302.
Brewsterscher Winkel 64, 148, 167.
Brewstersches Kreuz 357 Anm 2.
Březina Doppelplatte 244, 252; Mikroskop 182; Projektion 10; Rechenschemata 17—23.
Brill 93.
Brögger Anwachspyramiden 373; Justierung 194, 201; Messung an stumpfen Prismen 255 Anm. 1; Trennungsapparat 425—426.
Bromnatriumlicht 160.
Bromoform 44.
Brownsche Molekularbewegung 369, 379—380
Bruch 29.
Bruchlose Deformation 402.
Brun 271.
Brunnée Mikroskop 178; Schleifapparat 114; Wechsel der Beleuchtung 179, 184.
Buchanan 9.
Bündel von Lichtstrahlen 146.
Büschel von Lichtstrahlen 146.
Butler 392.

Cadmiumborotungstat 40.
Cadmiumborowolframat 40.
Cagniard de la Tour 389.
Cahours 257.
Calcium 440.
Calciumkarbonat 441.
Calderon Calcitplatte 2.
Camera lucida 186, 191, 197.
Camera, photographische 186—187.
Campeche Aufguss 348.
Canadabalsam Brechungsexponent 150; Ränder 272.
Canadabalsamkitt 108.
Canadabalsamkittung bei Prismen 154.
Carpenter 377.
Caesium 438.
Cassinische Kurve 313.
Cathrein Dichroskop 351; Trennung 433.
Cavities 381.
Celluloid Massstab 128, 129; Täfelchen 405.
Cerium 444.
Césaro Auslöschungsschiefe 253 Anm. 1; Kompensation 291.
Chagrin 271—272.
Chagrinierte Oberfläche 271—272.
Chappuis 278.
Charakter, optischer 70, 95; Bestimmung im parallelen Licht 295—301; im konvergenten Licht 331—336.
Charakteristik, optische, einaxiger Krystalle 80—81; zweiaxiger Krystalle 100—104.
Chaulnes, Herzog v. 255—258.
Chemische Deformationen 402—403.
Chemische Untersuchungen 5, 404—415; Einzelreaktionen 438—450.
Chlor 445—446.
Chlorblei- und Chlorzink-Schmelze 44.
Chlornatriumlicht 160.
Christiansen 280.
Chrom 443.
Chromatische Aberration 130.
Chromatische Differenz der Vergrösserung 142.
Chrustschoff 289.
Churchsche Lösung 38.
Cohen Bleitopf 434; Glühen von Dünnschliffen 414; Härtebestimmung 31; Mikrolithe 371; pleochroitische Höfe 346, 347; Pseudo-Oolithe 401; Trennung mit Flussäure 434; Untersuchungsmethoden 41 Anm. 1; Westphalsche Wage 35.
Comparateur 289—291.
Cordier 2.
Cosinussatz 19.
Cossa 433.
Couquet 445.
Crownglaskugel 138.
Cumulite 367, 370.
Cyankalium als Lösungsmittel 409.
Czapski Beleuchtung 184; Brennfläche 330 Anm. 2; Fokometer 127; Irisblende 173, 220; Mikroskop 175; Okular mit Irisblende 213—214.

Davy 3, 385, 391.
Deckglaswirkung bei Immersionen 143; bei Trockensystemen 144.

Deformationen mechanische 401; chemische 402.
Deiters 3.
Derby Absorptionsspektrum 349 Anm. 1; Batêa 417 Anm. 1.
Desaga Trennungsapparat 423.
Descartes' Gesetz 58.
Descartes-Snellius 58 Anm. 1.
Des Cloizeaux Axenwinkel 323—325; Einfluss der Temperatur 353, 354; Hauptarbeiten 222 Anm. 1.
Deutliche Sehweite 147.
Deuxième ellipsoïde 102.
Dezentrierung 170.
Diagonalstellung 317.
Diamantscheibe zum Schneiden 106.
Diaphragma 213.
Diasporameter 165.
Dichroismus 340.
Dichroskop 351—352.
Dichte 32.
Dick, Allan 182, 349 Anm. 1.
Dicke bei Rot erster Ord. 291—295.
Dicke einer Linse 120.
Dickenbestimmung 193, 287.
Dickenmesser 287.
Dickenmessung 173, 193, 287.
Differenz, chromatische d. Vergrösserung 142.
Diffraktionsapparat 143.
Diffuse Aufhellung 240, 247.
Diffusion des Lichtes 57.
Diller 428.
Dimensionen des Nicolschen Prismas 149.
Dioptrie 123.
Dippel 143, 186 Anm. 1, 190.
Diskontinuität 374.
Diskussion der Fresnelschen Formel 235—239, 245.
Dispersion gekreuzte 104, 322; geneigte 101, 321; horizontale 101, 322; relative 62, 136.
Dispersion der Bisektrizen 100, 101, 104, 319—323.
Dispersion der optischen Axen 98, 240, 314; im monoklinen System 100, 321; im rhombischen System 100, 319; im triklinen System 104, 323.
Dolomieu 2.
Doelter magnetische Trennung 430; Trennung nach Schmelzbarkeit 435.
Doppelbrechende Blättchen 239; zwei übereinander 241.
Doppelbrechung anomale 375; Bestimmung 283—292; Mass 70; Rechenbeispiel 74; Tabelle 292—295; Ursache 65.
Doppelplatte Bravais 252; Březina 249; Calderon 252; Soleil 250; Stöber 252; Traube 252 Anm. 1.
Doppelspat 149; Hauptbrechungsexponenten 150.
Doppelte Libelle 387.
Draht zum Schneiden 105.
Drehapparate 201—207, 215.
Drehbarer Innennicol 175.
Drehbarer Tisch 168.
Drehquarz 298.
Dreiecke. Auflösung schiefwinkliger 20; rechtwinkliger 23.
Dreifüsse zum Schleifen 115, 117.
Dreispitzzirkel 17.
Druckflächen 29, 402
Drude 62 Anm. 1, 130, 132.
Drüner 166.
Duc de Chaulnes 255—258.
Dudenhausen 337.
Dunkelstellung 236.
Dunkle Balken 316.
Dunkles Kreuz 311.
Dünnschliff Anfertigung 107—112, 113; früheste Herstellung 3 Anm. 1; chemische Reaktionen 406—415.
Durchsichtige Mineralien 338.

Eakinsches Pyknometer 34.
Ebene Flächen, Herstellung 117.
Ebene Wellen 55; Brechung 57; Grundlage für Brechungsexponenten 71; Reflexion 57.
Ebenflächige Bilder bei Lupen 137.
v. Ebner 201.
Edelsteinuntersuchung 202.
Edwards 40.
Ehrenberg 3.
Eichstädtscher Schlämmapparat 417, 419—420.
Eigenfarbe 338.
Einaxige Krystalle 68—88; Erhitzung 353; Interferenzerscheinungen 308—212; optischer Charakter 70, 301, 331—334.
Einbettungsflüssigkeiten 259, 262.
Einbettungsmethode 258—263; Bestimmung des optischen Charakters 295.
Einfache harmonische Bewegung 225.
Einfache Krystalle 362.
Einfaches Mikroskop 137.
Einfallsebenen 58.
Einfallslot 57.
Einfallswinkel 58.
Einschlüsse Anordnung 383; Art 374; Flüssigkeits- 376; Gas- 375; Glas- 381; individualisierte 374, 382; Kohlensäure- 386; Schlacken- 381; Wasser- 386.
Einsprenglinge 401.
Einstellung des Mikroskops 147; des Fadenkreuzes 147.
Eintrittsblende 140.
Eintrittspupille 140.
Einzelreaktionen 438—450.
Eisen 442.
Eisenerze, ihre Löslichkeit 408.
Elastische Lichttheorie 51, 54.
Elastizität und Fortpflanzung 54; und Doppelbrechung 65; relativer Wert 301.
Elastizitätsellipsoid 102, 103.
Elastizitätsellipsoid nach Kirchhoff 103; irrtümliche Bezeichnung 81, 102.

Elastizitätsfläche bei einaxigen Krystallen 79—80, 82; bei zweiaxigen Krystallen 92—93, 102.
Elastizitätsovaloid bei einaxigen Krystallen 79, 81, 82; bei zweiaxigen Krystallen 92, 102.
Elektrisches Leitungsvermögen 5.
Elektromagnet 430—431, 432.
Elektromagnetische Lichttheorie 52.
Elementarwelle 52.
Ellipsoid der Brechungsexponenten 75; der gleichen Arbeit 103; der Strahlengeschwindigkeiten 69; Fresnelsches 82, 88—89, 92, 102.
Ellipsoid of indices 103.
Ellipsoïde de polarisation 103; des élasticités 103; direct 102; inverse des élasticités 103; principal 102.
Empfindliche Farbe 230, 250, 297.
Empfindlichkeit der Bravaisschen Methode 298.
Enantiotropie 359.
Energie und Lichtintensität 54.
Entfärbung der Thouletschen Lösung 39, des Jodmethylens 43.
Eosinfilter 159.
Epoptische Figuren 343.
Erbium 349, 445.
Ergänzungsellipsoid 102.
Erhard 389.
Erhitzungsapparate 354—356.
Erlenmeyersches Kölbchen 422.
Erman 343.
Ermüdung des Auges 147.
Erste Bisektrix 95.
Erstes Ellipsoid 102.
Etui für Dünnschliffe 111.
Exkursionslupe 165.
Exner Brownsche Molekularbewegung 380; Mikrorefraktometer 265.
Externe Projektion 9.
Extinktion 337.
Extinktionskoeffizient 338.

Fadenkreuzbeleuchtung 180.
Fadenkreuzeinstellung 147.
Fadenkreuzokular 147.
Farbe und Pleochroismus 337—352.
Farben Helligkeit 159, 164; hoher Ordnung 229, 247, 292; niedriger Ordnung 229, 298, 299; Newtonsche 227—230.
Farbenskala Newtonsche 228; Raddesche 348.
Farbentafel nach Michel-Lévy 283—284.
Farbenzerstreuung 62; bei Linsen 130.
Farbig 337.
Farbiges Licht 62.
Farmer-Hastings 65 Anm. 1.
v. Fedorow Autokollimation 200; Brechungsexponent 258; Dreispitzzirkel 17 Anm. 1; Frontkreuz 191; Glimmerkeil 291—292; Kurvenlineal 15; Pseudopleochroismus 339; Universalmethode 5, 202—207, 301; Zeichenmethode 14.
Feldspate, polysynthetische 243.
Feldspatgruppe 268—270.
Fernrohr auf „Unendlichkeit" 56; Interferenzerscheinungen 146; Strahlengang 146.
Ferraris 122.
Ferro 253 Anm. 1.
Festigkeit 27.
Feussner 153.
Filter für Licht 159.
Filtration 406.
Filtrierapparat 406.
Firnissen von Glastafeln 118.
Fischer Farbe 348; Historisches 2; magnetische Trennung 430.
Fixsternlicht 224 Anm. 1.
Fizeau Erhitzung der Krystalle 353; Lichtgeschwindigkeit 60.
Flächen einschalige 82, 102; zweischalige 82, 102; isochromatische 302—308.
Flächenfarben 340.
Flammen, monochromatische 160.
Fleischl v. Marxon 160 Anm. 3.
Fletchers Ableitung 71 Anm. 1, 83, 98.
Fleuriau de Bellevue 2.
Flintglasmenisken 137.
Flintglaszylinder von Bertrand 200.
Florence 438.
Fluor 446.
Flüssigkeiten, schwere von Brauns 42; Church-Goldschmidt-Thoulet-Sonstadt 38; Klein 40; Muthmann 44; Retgers 43; Rohrbach 41; Schaffgotsch 38; Schroeder v. d. Kolk 44.
Flüssigkeitseinschlüsse 376—379; Entstehung 380—381.
Flüssigkeitsoberflächen 57.
Flusssäure zur Aetzung 410—411, 413; zur Trennung 433, 434.
Fokometer 126—129.
Format der Objektträger 111.
Formeln Fresnelsche 235—239; Linsen 120—122; trigonometrische 17—23.
Fortpflanzungsgeschwindigkeit 53, 54, 62, 226.
Foucault Prisma 156; Monochromator 161.
Fouqué chemische Trennung 433; Historisches 5; Interferenzkreuz 398; magnetische Trennung 430.
Francotte 188 Anm. 1.
Frankenheim Erhitzung 359; Historisches 3; Mikroskop 167; Verwachsungen 384; Wachstum 367.
Fraunhofersche Linien 62, 159, 163, 165.
Freier Objektabstand 207, 208.
Frémont 350.
Fresnel Elastizitätsfläche 82, 102; Ellipsoid 81, 82, 102; Erscheinungen bei Kalkspat 76; Gesetze 222; Lage der Schwing-

ungsebenen 64; Lage der Schwingungsrichtungen 78; optische Axen 93; Prinzip der Interferenzen 52; seine Vorläufer 52 Anm. 1.
Fresnelsche Fundamentalformel 235—239; Konstruktion 99, 241, 253; Wellenfläche 82, 88, 102, 104.
Frey 189.
Friedel 292.
Frontkreuz 191, 200.
Fuchs 414.
Fuchsinfärbung 348.
Fuchsinlösung 409.
Fuess Amici-Bertrandsche Linse 211; Camera 186; Comparateur 289 Anm. 2; Erhitzungsapparate 354—355; Goniometer 201—207; Irisblende 173; Justierhalbkugel 194; Kurvenlineal 15; Mikrorefraktometer 265; Mikroskope 168—175; Objektiv Nr. 7 209; Objektivklammer 174; Objektmarkierer 189; Polarisationslupe 167; Polarisatorkorrektur 247 Anm. 1; Quetschmaschine 107; Schleifmaschine 105, 114, 117; Schneidemaschine 106; Tischmikrometer 192, 288.
Fundamentalformel Fresnelsche 235—239; für Linsen 120—122, 257.

Gangunterschied 232, 285, 292, 297; bei isochromatischen Flächen 305.
Gasbläschen 382.
Gas cavaties 375.
Gaseinschlüsse 375, 377—379; Entstehung 380—381, 382.
Gasentwicklung bei Sulfiden 408.
Gasporen 375.
Gäste 374.
Gaubert 348.
Gauss Gleichungen 19; Ebenen 124; Spiegelglas 186, 200, 217—218, 291, 350.
Gebirgsbildung, Ursache der Deformationen 402.
Gebrochener Strahl 58.
Gefärbt 337.
Gegenpol 10.
Geissler 388.
Geisslersche Röhre 160.
Gekreuzte Dispersion 104.
Gekreuzte Nicols 224.
Gelatination 409.
Gelatinierende Silikate 409.
Geneigte Dispersion 101.
Geometrische Optik 118.
Gerhard 2.
Gesamtbrennweite bei achromatischer Linse 135.
Geschichtlicher Rückblick 1.
Geschwindigkeit des Lichtes 53; Einfluss auf Brechung 59; Fizeaus Messung 60.
Gesetze von Fresnel und Arago 222.
Gesichtsfeld des Fernrohrs 146, oder des Konoskops 207—208.
Gesichtsfeld, seine Richtungen 296.
Gestörte Krystallisation 366—367.
Gewicht, spezifisches 48.
Gewöhnliches Licht 52.
Gisevius 41 Anm. 1.
Gitterspektrum 164.
Gladstonesches Gesetz 280.
Glanssches Prisma 156.
Glan-Thompsonsches Prisma 154.
Glaseinschlüsse 381.
Glasplattensatz 148, 223.
Glass cavities 381.
Glaswürfel, Bertrandscher 198.
Glazebrook 153 Anm. 6.
Gleitflächen 29.
Gliederung des Stoffes 6, 7.
Glimmerblatt 243, 250. 331—336.
Glimmerdoppelplatte Bravais 252; Traube 252 Anm. 1.
Glimmerkeil 292.
Glimmerkombinationen von Reusch 358.
Globosphärite 367, 370.
Globulite 367—370, 371.
Glühen von Dünnschliffen 413—415.
Goldschmidt Indikatoren 421; Projektion 10 Anm. 1; Sehnentabelle 329 Anm. 1; Trennungsbecher 422.
Goldschmidtsche Lösung 6, 38.
Goniometer 201—207.
Graeff, Reaktion auf Cl 411, 446.
Grailich 299 Anm. 2.
Granosphärite 394, 400.
Graphische Berechnung 16.
Greenough 166.
Grenzfläche zweier Medien 57.
Grenzwinkel 62.
Grosse 157.
Grosskreis 10.
Groth 255 Anm. 1.
Grundgesetze der Optik 58; von Fresnel und Arago 222.
Grundgleichungen der sphärischen Trigonometrie 18.
Grundkreis 9.
Grundmasse der Brechungsexponenten 60.
Grundverbindungen, ihr Refraktionsäquivalent 282.
v. Gümbel Aggregate 397; Einschlüsse 385, 392; Mineralkohle 447 Anm. 1.
Gylling 346.
Gyps vom Rot I. Ordnung 296—298, 299.
Gypsblatt 243, 296—297, 331—336.
Gypskeil 229, 243, 299—300, 336.
Gypsreaktion 440—441.

Haidinger Absorptionsbüschel 341, 344; Axenfarben 351; Basisfarbe 339; Flächenfarbe 351.
Haidingersche Lupe 340, 351.
Häkchen von Platindraht 405.
Halbkugel Abbe 220; Adams 207; Bertrand 219; Schroeder v. d Kolk 203.
Halbmesser, konjugierte 83.

Halle, B. Nicol 152; Thompsonsches Prisma 156.
Halle, G. Dichroskop 351; Schleifapparat 114.
Hammer und Meissel 29.
Haradascher Trennungsapparat 423, 425.
Harker 253 Anm. 1.
Harmonische Bewegung 225.
Härte 30; und Atomgewicht 32; und Spaltbarkeit 32; und spez. Gewicht 32.
Härteskala 31.
Harting Krystallisation 367; Mikroreaktionen 435.
Hartley 380.
Hartnack-Fuesssche Objektive 209, 224, 328.
Hartnack-Prazmowskisches Prisma 153.
Hasert 153.
Hastings (Farmer) 65 Anm. 1.
Hatsch 346.
Hauenschildscher Trennungsapparat 426—427.
Hauptätherelastizitäten 104.
Hauptaxe 80.
Hauptbrechungsexponenten 104; des Kalkspats 150.
Hauptebenen 120, 124.
Hauptlichtgeschwindigkeiten 104.
Hauptpunkte 120, 124.
Hauptschnitt, optischer bei einaxigen Krystallen 76, 80; bei zweiaxigen Krystallen 236.
Haushofer 435, 436; Filtrierapparat 406; Mikroreaktionen auf Baryum 440, Beryllium 442, Cerium 444, Chlor 443, Chrom 443, Lithium 439, Molybdän 449, Niob 449, 450, Vanadium 450, Wolfram 449, Tantal 449, 450, Zinn 449; Perlenreaktion 438.
Hauswaldt 313 Anm. 1.
Hawes 4, 380.
Hecht 326.
Heliostat 162.
Helles Kreuz 311.
Helligkeit der Farben 159; 164.
Helmholtz 161.
Henrich 10 Anm. 1.
Herrichtung des Mikroskops 189—191; für Stauroskopie 246—248.
Herstellung der Präparate 104.
Heterogene Aggregate 394.
Hexagonale Axenpräparate 240.
Hexagonale Krystalle 64, 68, 80—81, 240, 308—312, 353.
Highley 168, 203.
Hillebrand-Zschimmer 34 Anm. 1.
Hinden 412 Anm. 2.
Hinterrand 261.
Historischer Rückblick 1.
Hlawatsch, Vesuvian 227.
Hohlspiegel 119.
Holmquist 448 Anm. 1.
Holzkugel 9, 254 Anm. 1.
Homogene Aggregate 394.
Homogene Immersion 134, 208.
Homogene Medien 54.
Homogenes Licht 159—165, 289.
Hülfsmikroskop 214.
Huyghens Elementarwelle 52; Konstruktion bei isotropen (58) und einaxigen (84—86) Medien; Okular 138, 140, 147, 174, 211, 352; Prinzip der einhüllenden Wellen 52; Strahlenfläche bei Kalkspat 64; Undulationstheorie 51; Wellenoberfläche 81.
Hydrargyrum bijodatum rubrum 38.
Hydrostatische Wage 32, 35.
Hyperbeln 317—319.
Hyperbelsäume 320, 321.
Hyperbelscheitel 320, 321, 324.
Hyperbolische Büschel 343.
Hypidiomorph 361.

Idiochromatisch 337.
Idiomorph 361.
Idiophosphore Punkte 119.
Illuminator 200, 350.
Immersionsflüssigkeit 134, 143.
Immersionssystem 134, Prüfung 190, grosse Apertur 208.
Indexellipsoid 103.
Indexfläche 74, 81, 82; bei zweiaxigen Medien 88, 95, 103.
Index surface 103.
Indikatoren zur Indexbestimmung 263 Anm 1, 270; zur Dichtebestimmung 421.
Indikatrix 81, 82, 88, 95, 103.
Individualisierte Einschlüsse 374, 382—383.
Induktorium 161.
Innennicol 175.
Inostranzeff 349 350.
Intensität des Lichtes 54; der Wellen 232—235, 236—239, 243—245.
Interferenz der Wellen 232—235.
Interferenzbilder 208, 209, 210, 211, 212, 213, 214, 215.
Interferenzerscheinungen 308—323; Grundgesetze 222; Zustandekommen im Fernrohr (Konoskop) 146, 209, 307.
Interferenzfarben 227—230; Abweichung von Newtonschen Farben 227, 299, 315.
Internationale Farbenskala 348.
Interpositionen 374, 383.
Inverse Fläche der Wellengeschwindigkeitsfläche 75, 82, 103.
Inverse Kurven oder Flächen 82 Anm. 1.
Inzidenz senkrechte 62, 66; streifende 63.
Inzidenzwinkel 58.
Irisblende 173, 213—214; bei Totalreflektometer 220.
Isländer Doppelspat 149; Hauptbrechungsexponenten 150.
Isochromatische Flächen und Kurven 302—308.
Isogyren 316—319.
Isogyrenflächen 316.

Isomorphe Schichtung 372.
Isotrope Blättchen im parallelen Licht 230; beim Erhitzen 353.
Isotrope Medien 55.
Ites 161.

Jaggar Mikrosklerometer 31.
Jamin 158.
Jannasch 281 Anm. 1.
Jenzsch 3.
Jodbaryum-Jodquecksilber Lösung 41.
Jodkalium-Jodquecksilber Lösung 38.
Jodmethylen 42.
Jodoform 43.
Jodsilberschmelze 45.
Joly Schwimmermethode 46; Spiegelglas 350.
Julien 387.
Justierung von Krystallen 194; des Mikroskops 246—248.

Kaiser Siebe 416 Anm. 1.
Kalium 438.
Kaliumquecksilberjodidlösung 38.
Kalkkarbonat in Einschlüssen 391.
Kalkowsky 167.
Kalkspat Berechnung der Doppelbrechung 74; Hauptbrechungsexponenten 150.
Kamera, stereoskopische 166.
Kapillarpipette 406, 408, 437.
Karpinsky 41 Anm. 2.
Kartesisches Ovaloid 119.
Kayser 434.
Keil von Glimmer 292; von Gyps (Quarz) 229, 243, 299—300, 336.
Kenngott 32.
Kieselflussäuremethode 436—437.
Kirchhoff 325—326.
Kittofen 109.
Klammer für Fokometer 127; für Objektive 174.
Klein C. Aetzfiguren 412; Einbettungsmethode 258; Erhitzung der Zeolithe 353 Anm. 3; Erhitzungsapparate 354—356; Goniometer 202, 204—207; Historisches 4; Konoskop 212—213; Lupe 212—213; Mikroskop 178, 182; optische Anomalien 356, 358, 359; Polarisatorenkorrektur 247 Anm. 1; Quarzplatte 250; Totalreflektometer 218 Anm. 1 u. 2, 220—222.
Klein D. Lösung 6, 40; Schmelze 44.
Klein W. 353 Anm. 3, 354, 357.
Kleinkreis 10.
Kleinste Ablenkung 255.
Klement 436.
Klönne u. Müller 188.
Knickungen der Einsprenglinge 401.
Knop Aetzfiguren 413; Glühreaktion 414; Historisches 3.
Kobalt 443.
Kobaltsolution 415.
Kobell 246, 249, 252.
Kochsalzlicht 160.
Kohäsion 27.
Kohlensäure in Einschlüssen 386—390; Nachweis im Dünnschliff 408.
Kohlenstoff 447.
Kohlige Partikel 414.
Kohlrausch F. 218.
Kohlrausch W. 65 Anm. 1.
Kollektivglas 139, 144.
Kombinationskeil 298—299.
Kommunizierendes Gefäss 37.
Kompensationserscheinungen 243.
Kompensator 190, 284—289; Bestimmung des optischen Charakters 300—301.
Komplementärfarben 229.
Kondensorlinse 173, 209.
Kondensorsystem 173.
König 83 Anm. 1.
Königsberger 350.
Konische Refraktion äussere 92, 94; innere 94, 240.
Konjugierte Halbmesser 83; Punkte 122.
Konoskop 147, 207—216, 223.
Konstante, Mallardsche 216.
Konstruktionsellipsoid 102
Konvergentes Licht 57, 173, 224; Erscheinungen 301—323.
Kopallack 118.
Körnerdimension 283.
Korrigiertes System 132.
Korrosionen 403.
Krafft u. Seibert 168.
Krantz 9.
Kreider 428 Anm. 3.
Kreislineal 15.
Kreuz der Interferenzfigur 311.
Kreuzschlittentisch 173, 175, 178, 194, 196 Anm. 1.
Kreuzung der Nicols 246—247.
Krümmungsradien 119, 135.
Krysinski 197.
Krystalle einaxige 68, in den Flüssigkeitseinschlüssen 392; zweiaxige 88.
Krystallisationshof 360, 361, 369, 371.
Krystallisationskraft 368.
Krystallite 366, 367, 368.
Krystallographische und optische Richtungen 67.
Krystalloptik, Grundvorstellungen 51.
Krystallskelett 361, 370.
Krystallsystem reguläres 64, 67, 68; tetragonales, hexagonales 64, 68, 80—81, 308—312; rhombisches 68, 100, 319—321; monoklines 68, 100—104, 321—322; 354—355; triklines 68, 104, 323.
Kugel aus Holz 9.
Kugelgelenkjustierung 194.
Kugelsegmente 204.
Kugelwellen 55, 57.
Kuglige Aggregate 395, 397, 400.
Kühn 417—418.
Kumulite 367.
Kupferoxydulgläser 159.
Kurve der Helligkeit 159, 338.

Kurven gleichen Gangunterschiedes 307.
Kurven gleicher Schwingungsrichtung 316—319.
Kurvenlineal 15.

Lackieren von Glastafeln 118.
Lacroix 243 Anm. 1, 289 Anm. 2.
Lage von Bild und Objekt 213.
Landolt 160, 161.
Landoltsches Gesetz 280.
Lane 362.
v. Lang 277.
v. Lasaulx Eisenreaktion 442; Historisches 4; Konoskop 209—213.
Laspeyres Absorptionsaxen 341; Beleuchtungswechsel 183; Lupe 210—213; Trennungsapparat 426.
Lattermann 30.
Lavendelöl 411.
Ledermüller 2.
Leesonsches Prisma 195.
Leeuwenhoek 2.
Lehmann Enantiotropie 359; Krystallisationshof 361; Mikroskop 405; Pleochroismus 348; Sphärokrystalle 397; Trichitenbildung 371; Wachstum 367, 368.
Lehrsatz über Projektion 10.
Leinöl, Brechungsexponent 155 Anm. 2.
Leinölkittung bei Prismen 154.
Leiss Beleuchtungswechsel 185; Birefraktometer 291 Anm. 2; Camera 186 Anm. 3; Comparateur 289 Anm. 2; Dichroskop 351, 352; „Die optischen Instrumente“ 171; Laspeyressche Lupe 210; Objektmarkierer 189 Anm. 1; Prisma 158; Totalreflektometer 220—222; Tubus für Mikroskope 174, 182 Anm. 3.
Leitz Amicische Linse 211; Lupe 165; Mikroskop 181; Objektive 141; Okularspektroskop 348—349.
Lemberg Chlorreaktion 411; Dolomitreaktion 442 Anm. 2; Glühreaktion 415; Niederschlagsreaktion 412; Umwandlung der Feldspäte 434.
Lemniskaten 313—314; ihr Wandern 336.
Lenk Modell 9, Skala 209.
Lévy, Michel Auslöschungsschiefe 253; Beckesche Methode 270; Comparateur 289—291; Farbentafel 283—284; Granosphärite 400; Newtonsche Ordnung der Farben 229 Anm. 1; pleochroitische Höfe 346—347; Zirkonreaktion 448; Zwillinge 243.
Leydolt Aetzfiguren 412; Krystallite 369.
Libelle 376, doppelte 387.
Libellendreifuss 115.
Lichtäther 51.
Lichtbewegung in anisotropen Medien 64; homogenen Medien 54; isotropen Medien 55.
Lichtbrechung 57—62; Bestimmung 255—277; Tabelle 276.
Lichtbündel 146.
Lichtbüschel 146.
Lichtfilter 159.
Licht gewöhnliches 52; konvergentes 57, 224; paralleles 224; polarisiertes 63.
Lichtgeschwindigkeit und Brechungsexponent 59; und Aetherelastizität 77.
Lichtintensität 54.
Lichtqualitäten 62.
Lichtschwingungen 224.
Lichtstärke und Apertur 129, 130.
Lichtstrahl und Wellennormale 55, 57.
Lichttheorie elastische 51, 54; elektromagnetische 52.
Liebisch Absorptionsbüschel 341, 343, 344; Dichroskop 351; elastische Deformation 256; Erhitzung und optisches Verhalten 353 Anm. 1; Hauswaldtsche Photographien 313 Anm. 1; isochromatische Flächen 302—308; Isogyren 316 Anm. 1; konische Refraktion 94; Kritik der Messungen Kohlrauschs 65 Anm. 1; Mikroskop 172, 175; Sorbysches Phänomen 258; Strahl und Wellennormale 74; Totalreflektometer 218; Totalreflexion 274—275.
Linck Dolomitreaktion 442; Trennung 423; Trennungsröhrchen 421.
Lines of single normal velocity 94.
Lines of single ray velocity 92.
Linie, Beckesche 263—270.
Link Historisches 3, Wachstum 367.
Linse achromatische 135; anastigmatische 131; aplanatische 131; Definition 119; num. Apertur 129; Oeffnung 129.
Linse und Auge 147.
Linsenaxe 119.
Linsendicke 120.
Linsenformel erweiterte 131; fundamentale 120—122, 257.
Linsenränder, Polarisation 190.
Linsenscheitel 119.
Linsensystem, korrigiertes 132.
Lippich 122, 161.
Lithium 439.
Lithiumsulfat 160.
Lommel Isogyrenflächen 316; Lage der optischen Axe 312; Prisma 158.
Longulite 367, 369, 370.
Lorenzo 262.
Loretz 397.
Lose Massen präparieren 112.
Löslichkeit in Cyankalium 409; in Säuren 407.
Lösungen, schwere 38.
Lösungsmantel 360.
Lösungsmittel für Dünnschliffe Alkalien 413, 434; Cyankalium 409; Eisenchlorid 412; Essigsäure 407, 413; Flusssäure 410, 411, 413; Kieselflusssäure 413, 436—437; Salpetersäure 409, 411; Salzsäure 408, 411, 413; Schwefelsäure 413.
Luft, Brechungsexponent 61.
Luftblase 377.

Luftporen 375.
Lupe Exkursionslupe 165; Laspeyressche 139; Polarisationslupe 223; Stativ 165; Steinheilsche 137; stereoskopische 166; Strahlengang 137.

Madan Prisma 158.
Magnesium 441.
Magnetische Trennung 430—433.
Magnetstab 430.
Mallard Absorptionsbüschel 341, 343; Anomalien 358, 359; Dickenbestimmung 387, 388; Doppelbrechung 283; Erhitzung 353; Gladstonesches Gesetz 280; Hyperbeln 317; Interferenzkreuz 398; Mallardsche Konstante 216, 327—328, 330; Messung mit Konoskop 214—216; Refraktionskonstante 277, 278 Anm. 2.
Mallard-Becke 327—329.
Malus 76
Mangan 443.
Mann Präparation von Pulvern 113; Trennung 432—433.
Margarite 367, 369, 370, 371.
Markierapparate 187—189.
Marxon Fleischl v. 160 Anm. 3.
Maschke 259.
Mastixfirnis 118.
Maximaldoppelbrechung 288
Mc. Mahon Mikroreaktionen 436, 439.
Mechanische Deformationen 401—402.
Medien anisotrope 55, 68; einaxige 68—88; homogene 54; isotrope 55, 67; Uebersicht 67; zweiaxige 88—104.
Meigensche Reaktionen 441.
Meissel und Hammer 29.
Menisken aus Flintglas 137.
Merian 358.
Merkurothalliumnitrat 45.
Messung mit dem Mikroskop von ebenen Winkeln 193—195; körperlichen Winkeln 195—207; Längen 192.
Methylenblaufilter 159
Methylenjodidlösung 43.
Meyer 418.
Michel-Lévy Auslöschungsschiefe 253; Beckesche Methode 270; Comparateur 289—291; Farbentafel 283—284; Granosphärite 400; Newtonsche Ordnung der Farben 229 Anm. 1; pleochroitische Höfe 346—347; Zirkonreaktion 448; Zwillinge 243.
Miers 94.
Mikroexsikkator 405, 439, 447.
Mikrofelsit 397.
Mikrolithe 371—372, 374.
Mikrometerokular 211.
Mikrometerschraube Babinetscher Kompensator 286; Tisch 172, 173, 288; Tubus 168, 256.
Mikroplakite 372.
Mikrorefraktometer 265.
Mikroskop einfaches 137; Herrichtung zum Gebrauch 189—191, 246—248; Messungen 192—207; mit drehbaren Nicols 167, 181—183; mit Polarisation 167—183; zusammengesetztes 139.
Mikroskopiker ungeübte 147.
Millersche Projektion 10.
Mimesien 358, 364.
Mimetische Krystalle 358, 364.
Minimalablenkung 255.
Mischungen, Brechungsexponenten 279.
Molekularbewegung, Brownsche 369, 379—380.
Molekulare Spannung 375.
Molekularrefraktion 280.
Möller Objektmikrometer 191; photographierte Skalen 127, 128.
Molybdän 449.
Monobromnaphtalin-Immersion 208, 209.
Monochromatische Flammen 160.
Monochromatisches Licht 159—165, 289.
Monochromator 161.
Monokline Krystalle 68, 100—102, 104, 240, 321—322, 354—355.
Morphologische Eigenschaften 360—403.
Morphologische und optische Symmetrie 67.
Mörtelstruktur 402.
Moses 218 Anm. 1.
Mügge Mimetische Krystalle 358; Translationen 29 Anm. 1; Verwachsungen 383.
Mühlhauser 385.
Müller Geisslers Nachfolger 426.
Müller-Pouillet 195, 224, 227, 255 Anm. 1, 277 Anm. 1, 279 Anm. 1.
Müller u. Klönne 188.
Muencke 405.
Muthmannsche Lösung 6, 44.

Nachet Amicische Linse 211; Beleuchtungswechsel 184; Goniometer 202; Klammer 174; Mikroskop 179, 180; Objektiv von grosser Apertur 341; Quarzplatte 297.
Nägeli und Schwendener 168, 201.
Napiersche Analogien 19.
Natrium 439.
Natriumlicht 160.
Natronsalpeterkrystalle 149.
Negative Bisektrix 95.
Negative Krystalle 375.
Negative einaxige Krystalle 70.
Neodym 349.
Neumann Optische Axe 93 Anm. 1; Interferenzformel 302—305.
Newtonsche Farben 227—230, 284; im Babinetschen Kompensator 285; im Farbenglas 53; im Gypskeil 299; im Wrightschen Keil 299; Tabelle 228.
Newtonsche Refraktionskonstante 277.
Nickel 443.
Nicol Einschlüsse 391; Historisches 2, 3; Prisma 149—153, 223—224.
Nicolhauptschnitte Kreuzung 246—247; Parallelstellung mit Fadenkreuz 245—248.

Nicolsche Prismen drehbare 175, 167, 181—183; gekreuzte 224; parallele 223.
Niederschlagsreaktion 412.
Nikitin 301.
Niob 449.
Nitrate 446.
Nöbelscher Schlämmapparat 419.
Nordenskiöld 388 Anm. 3, 448.
Normale einer Platte 216, 325.
Normale, optische 95, 104, 315.
Normalenfläche 102.
Normal-symmetrische Axenlage 101.
Nörrenberg 182, 207, 213.
Nowacki 418.
Numerische Apertur 129, 130, 173.

Oebbekescher Trennungsapparat 423—425.
Oberbecksches Volumenometer 34.
Oberflächen gleichen Gangunterschiedes 302—308.
Oberflächen von Flüssigkeiten 57.
Objektabstand 174, 207, 208.
Objekt und Bild 118.
Objektiv Grosse Apertur 208, 330, 341—342; Hartnack-Fuess 209, 224, 328; Konstruktionsgrundlage 141; Korrektionsfassung 145; Leitz 141; Prüfung 190; Zeiss DD 209.
Objektivblende 141.
Objektives Sehfeld 207.
Objektivklammer 174.
Objektivmikrometer 192, 198.
Objektmarkierer 187—189.
Objektmikrometer 191.
Objektträgerformat 111.
Oeffnung einer Linse 129, eines Fernrohrs 146.
Okular Campanisches 144; Fadenkreuz 147; Huyghenssches 138, 140; Irisblende 213—214; Ramsdensches 138, 144.
Okularblende 141, 192.
Okulardichroskop 352.
Okularmikrometer 192, 215.
Okularschraubenmikrometer 215.
Okularspektroskop 348—349.
Oeltropfen in Wasser 377.
Oolithe 397, Pseudo-Oolithe 400.
Optik, geometrische 118.
Optische Anomalien 356—359.
Optische Axen Dispersion 98, 314; einaxiger Krystalle 68, 80; und Auslöschungsschiefe 252—255; und Doppelbrechung 289; zweiaxiger Krystalle 91—95.
Optische Charakteristik der Krystallsysteme regulär 64, 67—68; quadratisch, hexagonal 64, 68, 80—81, 308—312; rhombisch 100, 319—321; monoklin 100—104, 321—322; triklin 104, 323.
Optische Normale 95, 104, 315.
Optischer Charakter 70, 95; Bestimmung im parallelen Licht 295—301, im konvergenten Licht 331—336; der Sphärolithe 397; der Sphärokrystalle 400.
Optische Täuschung 272.
Optische und morphologische Symmetrie 67.
Ordentlicher Brechungsexponent 69.
Ordentlicher Strahl 69.
Ordentliche Welle 69.
Ordnung der Farben 229.
Orientierte Schliffe 114—117.
Orthodiagonale 101, 104, 321.
Orthographische Projektion 9.
Orthoskop 223.
Osann 414.
Osborne 448 Anm. 1.
Oschatz 3 Anm. 1, 107 Anm. 1.
Oval der Wellengeschwindigkeiten 73, 82; der Elastizitäten 79, 102, 103.
Ovaloid, kartesisches 119.
Ovaloid der Elastizitäten 79, 102, 103; der Wellengeschwindigkeiten 73, 82.

Paalzowsches Volumenometer 33.
Panebianco 97 Anm. 1, 441 Anm. 2.
Parallele Nicols 223.
Paralleles Licht 173.
Paralleles polarisiertes Licht 224, 230.
Parallelstellung 316.
v. Pebal 432.
Pelikan Anwachspyramiden 373, 385; Tinktion 410.
Pendelbewegung 53.
Pendelschwingungen 224.
Penfield graphische Berechnung 16; Thallosilbernitrat 45; Trennungsapparat 422—423; Wägerohr 32; Zeichenmethode 10 Anm. 1, 14, 17.
Perimorphosen 383.
Periode 52.
Pfaff Erhitzung 353; Flüssigkeitseinschlüsse 393.
Phase der Schwingung 225.
Phasendifferenz 52, 228, 231—232, 286, 291.
Phasenunterschied 52, 228, 231—232, 286, 291.
Phasenverschiebung 231.
Phosphate, ihre Löslichkeit 446.
Phosphor 446.
Phosphorsäure 408.
Photographische Camera 186—187.
Pick 329.
Pigmentiert 337.
Planparallele Platten, Herstellung 116—117.
Platindrahthäkchen 405.
Platinlöffel 437.
Platinschlinge 405.
Plattennormale 216, 325.
Pleochroismus 339—341; künstlicher 347—348; und Interferenzerscheinungen 344—345; Untersuchungsmethoden 351—352.

Pleochroitische Höfe 346—347; veränderte Doppelbrechung 347.
Plückers erstes Ellipsoid 81, zweites Ellipsoid = Indikatrix 81, 103.
Plückersche Röhre 160
Pockels 396 Anm.
Pol 10.
Polarisation 62.
Polarisationsbüschel 341—344.
Polarisationsebene 64, 76.
Polarisationsfernrohr 223.
Polarisationsinstrument 182, 207, 213, 223.
Polarisationslupen 223.
Polarisationsmikroskop 167—183; Orthoskop 223.
Polarisationsprisma 149.
Polarisationswinkel 64.
Polarisator 170, 173, 223.
Polarisierende Prismen 148—158.
Polarisiertes Licht Erkennung 63; Herstellung 64, 148—149.
Polieren 108 Anm. 1, 117.
Poliermittel 117.
Polysynthetische Krystalle 243, 245.
Positive Bisektrix 95, 100, 101.
Positive einaxige Krystalle 70; zweiaxige Krystalle 95.
Potter 153.
Pouillet-Müller 195, 224, 227, 255 Anm. 1, 277 Anm. 1, 279 Anm. 1.
Pozzi-Escot 445.
Praktische Zeichenmethoden 14.
Präparate, Herstellung 104.
Präparation loser Massen 112.
Praseodym 349.
Prazmowski-Hartnacksches Prisma 153.
Premier ellipsoïde 103.
Primäre optische Axen 93.
Primäres Interferenzbild 211, 215.
Prinz 376.
Prinzip der einhüllenden Wellen 53; der Interferenzen 53.
Prismen polarisierende 148—158.
Prismenspektrum 164.
Projektion 8; Aufgaben 11; externe 9; gnomonische 9; Lehrsatz 10; Millersche 10; orthographische 9; stereographische 9.
Projektion und Axenkreuz 24.
Projektionskugel 29.
Prüfung der Objektive 190.
Pseudo-Oolithe 401.
Pseudopleochroismus 339.
Pulfrich Refraktionskonstante 278, 279 Anm. 1; Totalreflektometer 218, 220.
Pulver, Dünnschliffe 113.
Pupille bei Lupe 137; bei Mikroskop 140.
Purpur 229.
Pyknometer 34.

Quadratische Axenpräparate 240.
Quadratische Krystalle 64, 68, 80—81, 240, 308—312.
Quarzblatt 296, 297.
Quarzkeil 243, 299—300, 336; am Comparateur 289—291.
Quarzplatte 250.
Quarzzwilling 252, 297.
Quecksilberjodidlösung 38.
Quecksilbernitrat 38.
Quecksilberthalliumnitrat 45.
Quetschmaschine 107.
Quincke 229.

Radde 348.
Radicke 153.
Ramsay und Brögger 255 Anm. 1; Absorptionsaxen 341.
Ramsdensches Okular 138, 144, 175, 211, 285; mit Irisblende 214.
Rauff 106.
Raumkoordinatenmessung 195.
Rechenbeispiele Aberration 132; Apertur 129; Chaulnessche Methode 256; hydrostatische Wage 32; Salomons Apparat 38; Schwimmermethode 47—48.
Rechenschemata 19.
Reflektierte Beleuchtung 273.
Reflektierter Strahl 58.
Reflexion 57.
Reflexionsebene 58.
Reflexionsgoniometer 193.
Reflexionswinkel 58.
Refraktion 57.
Refraktionsäquivalent 280—282.
Refraktionskonstante 277—279.
Refraktionsvermögen, spezifisches 277.
Regellose Aggregate 394.
Regeneration der schweren Lösungen 39, 41, 42, 43.
Reguläre Krystalle 68, 353.
Reichert 181.
Relative Dispersion 62, 136.
Relative Oeffnung 129, 137.
Relativer Wert der Elastizitäten 301.
Relief 271—272.
Renard 436.
Repetitions-Trennungsapparate 425—428.
Repulsive Krystalle 70.
Resorption der Einsprenglinge 403.
Retgers Einbettungsflüssigkeit 263; Einschlüsse 380; Lösungen 6, 43; Schmelzen 45; Schwimmermethode 47; Trennungen 430 Anm. 1.
Reusch Glimmerkombinationen 358; Mimetische Krystalle 358; Polarisationsinstrument 207 Anm. 1; Projektion 10.
Reuter u. Steeg 159.
Revolvervorrichtung 178, 190.
Rhombische Krystalle 100, 319—321, 353.
Richter 441, 443.
Richtungen im Gesichtsfeld 296.
Rinne Erhitzung der Zeolithe 353 Anm. 3; Gypsblatt 334, 335; Linsenränder 190 Anm. 1.
Riva 262.

Rivière 278.
Rochonsches Prisma 195.
Rohrbach Lösung 6, 41; Wachstum 384.
Romberg 347 Anm. 2.
Rose, F. 389 Anm.
Rose, G. Aenderung des Krystallsystems 359; Historisches 3; Mikroreaktionen 435.
Rosenbusch Einschlüsse 389 Anm.; Elektromagnet 431; Gypsblatt 334; Haidingersche Lupe 351, 352; Historisches 4, 5; Interpositionen 383; Krystalle in Einschlüssen 392; Mikroskop 168; Plan der ersten Auflage 6; Pleochroismus 344—345, 348; pleochroitische Höfe 346—347; Tabellen der Brechungsexponenten 276, der Doppelbrechung 292—295, der spez. Gewichte 49; „Wirt“ 374.
Rosival 31.
Rot erster Ordnung 229, 292—295, 296—298, 331—336
Rotationsellipsoid 64.
Rubidium 438.
Rumpf 106.
Rutley 370.

Salomon kommunizierendes Gefäss 37; Beckesche Linie 264 Anm. 1.
Sammellinse 119.
Sanduhrformen 373—374.
Sang 158.
Sauer Mikroreaktion 411; Trennungen 430 Anm. 1, 433.
Säuren zur Lösung 408.
Schaffgotschsche Lösung 38.
Schaliger Bau 372—373.
Scheerer 3.
Scheinbarer Axenwinkel 323, 324.
Scheitel einer Linse 119.
Schema zum Rechnen 19; zu Fokometer 129.
Schichtung isomorphe 372.
Schiefe der Auslöschung 237.
Schillern 383.
Schlackeneinschlüsse 381.
Schlagfigurenapparat 30.
Schlämmanalyse 416—420.
Schlämmapparat von Eichstädt 419—420.
Schlämmmethode 416.
Schlämmtrichter 417, 418—419.
Schlämmzylinder 417.
Schleifdreifuss 115.
Schliffe von Gesteinen 107—112; von Pulvern 113; orientierte 114—117.
Schlitten-Objektivwechsler 178.
Schmelzen, schwere von Bréon 44; Klein 44; Retgers 45.
Schmidt Al. 9.
Schmidt K. E. F. 284 Anm. 1.
Schöner 447.
Schönescher Schlämmtrichter 417.
Schrauf Březinasche Doppelplatte 249 Anm 2; Bertrandsches Okular 251; Mikroplakite 372.
Schroeder van der Kolk Einbettungsmethode 258—263, 295; Härte 32; Konoskop 213, 214; Körnerdimension 283; Mikroexsikkator 405, 439; Mikroreaktionen 436, Ammoniak 439, Baryum 447, Nickel 443; optischer Charakter 301; Platinschlinge 405; Pleochroismus 344; Pseudopleochroismus 339; schiefe Beleuchtung 5; Schwere Lösung 6, 44; Strich 350; Theodolitmethode 5, 203; Trennungen 430 Anm. 1.
Schröter 111.
Schulze 447 Anm. 1.
Schuster 249.
Schwächung oder Absorption 57.
Schwarzmann Rechenschieber 330; Sphärokrystalle 398 Anm. 1.
Schwärzung der Tuben 140.
Schwebemethode 34.
Schwefel 446.
Schwefelwasserstofffällung 437.
Schwendener u. Nägeli 168.
Schwere 27.
Schwere Flüssigkeiten Brauns 42; Church-Goldschmidt-Thoulet-Sonstadt 38; Klein 40; Muthmann 44; Retgers 43; Rohrbach 41; Schaffgotsch 38; Schroeder v. d. Kolk 44.
Schwere Schmelzen Bréon 44; Klein 44; Retgers 45.
Schwimmermethode 46.
Schwingungen 225.
Schwingungen des Aethers 52; immer senkrecht zur Wellennormale 78.
Schwingungsdauer 52, 225; Konstanz 53.
Schwingungsebene des polarisierten Lichtes 64, 76—77.
Schwingungsebenen der Wellennormalen 99.
Schwingungsgesetz 52.
Schwingungsrichtung 77, 79; der polarisierenden Prismen 158; Kurven gleicher — 316—319
Seebeck 31.
Sehfeld 207 Anm. 2.
Sehweite, deutliche 147.
Seibert H. 168.
Seibert W. und H. Amicische Linse 211; Beleuchtungswechsel 185; Lupe 167; Mikroskop 181; Streuvorrichtung 435.
Sekundäre optische Axen 91.
Sekundäres Interferenzbild 211, 212, 214, 215.
Sekundäres Spektrum 185; Aufhebung 142.
Sénarmont Pleochroismus 347, 385; Quarzkeil 299—300.
Senkrechte Inzidenz 62, 66.
Sichertrog 417.
Siebe 416.
Siethoff Axenbild 318—319; Halbkugel 203.
Silbernitratschmelze 45.

Silicium 447.
Simmler 387.
Singuläre Axe 80.
Sinuskurve 226.
Sinussatz 18.
Sinusschwingungen 225.
Skalen von J. Möller 127.
Sklerometer 31.
Smeeth Schwimmermethode 46; Trennungsapparat 428.
Snellius-Descartes 58.
Snellius' Gesetz 58; bei optischen Axen 94, 323, 327; bei Weierstrass'scher Konstruktion 134; bei Wellennormalen 87, 303.
Société sténochromique 348.
Sodalicht 160.
Sonstadt'sche Lösung 38.
Sorby Brechungsexponenten 258; Dünnschliffe 107 Anm. 1; Flüssigkeitseinschlüsse 388, 391—393; Gaseinschlüsse 375, 381, 382.
de Sousa-Brandão Auslöschungsschiefe 253 Anm. 1; Indikatoren 263 Anm. 1; Spaltwinkel 29.
Spaltapparat 29.
Spaltbarkeit 27; und Härte 32.
Spaltrisse Vollkommenheit 27; Winkel 28.
Spannung, molekulare 375; in Sphärolithen 395.
Sparsky 153.
Spektralanalyse 5.
Spektralapparat als Monochromator 161.
Spektrallampe 160.
Spektrum 164; sekundäres 135, 142.
Spezifisches Brechungsvermögen 277.
Spezifisches Gewicht 32; Tabelle 49.
Spezifisches Refraktionsvermögen 277.
Spezifisches Volumen 48.
Sphärische Aberration 130.
Sphärische Trigonometrie, Grundgleichungen 18—19.
Sphärokrystalle 394, 397—400.
Sphärolithe 394, 395—397.
Sphérolithes à extinction 400.
Spiegel am Mikroskop 140.
Spiegelglas, Gausssches 186, 217—218.
Spitze Bisektrix 95, 101; Bestimmung der Lage 315.
Splitgerber 3.
Stärke der Doppelbrechung 283.
Stativ am Mikroskop 190.
Stativlupe 165.
Stauroskop 249.
Stauroskopische Methoden 245—252.
Steeg u. Reuter 159.
Steenstrup Präparation von Tonen 113; Schlagfigurenapparat 30.
Steinheilsche Lupe 137.
Steinmann 106.
Steinriede 417 Anm. 3.
Steinschneidemaschine 105.
Stelzner Aggregate 397; Einschlüsse 389.
Stereoskopische Camera 166.
Stereoskopische Lupe 166.
Stickstoff 446.
Stöber Doppelplatte 252, 297; Orientierschleifen 114; Präparation von Pulvern 114; Prismenmethode 255 Anm. 1.
Stoß Elektromagnet 431; Indikatoren 421 Anm. 1.
Stoffliche Natur der Einschlüsse 385—386.
Stokes Sorbysches Phänomen 258, Wellennormale 87.
Stone cavities 381.
Strahl 52; Strahl und Wellennormale 55; reflektierter und gebrochener Strahl 58; ordentlicher u. ausserordentlicher Strahl 69.
Strahlenaxen 91.
Strahlenbündel 224.
Strahlenbüschel 71; bei Abbildungen 131; bei konvergentem Licht 224; bei Wellengeschwindigkeitsflächen 71.
Strahlenfilter 159.
Strahlenfläche bei isotropen Medien 55; bei anisotropen Medien 64, 82, 102.
Strahlenfront 71.
Strahlengang bei Becke'scher Methode 263—267; Einbettungsmethode 260; Fernrohr 146; Lupe 137; Mikroskop 139.
Strahlengeschwindigkeit in beliebiger Richtung 70.
Strahlengeschwindigkeitsfläche (Strahlenfläche) 55, 64, 70, 81, 82, 88—91, 102.
Streifende Beleuchtung 273.
Streifende Inzidenz 63.
Streng Dünnschliffreaktion 407; Filtration 406; Mikroreaktionen 5, 436, 437, 438, 439, Baryum 440, Salpetersäure 447, Zinn 449 Anm. 1; Schwimmermethode 46.
Streuvorrichtung 167, 435.
Strich 350.
Strontium 440.
Struktur, zonare 372—373.
Stumpfe Bisektrix 95, 101.
Subtraktionserscheinungen 243.
Subtraktionslage 242.
Surface charactéristique 103.
Surface d'élasticité 102.
Surface de l'onde 102.
Surface of components of normal slowness 103.
Surface of ray velocities 102.
Surface of refraction 103.
Suschin'sche Lösung 41, Anm. 2.
Suspensionsmethode 34; mit Schwimmer 46.
Swift 182, 183; Amicische Linse 211.
Symmetrische Axenlage 101.

Tabellen Brechungsexponenten 276; Doppelbrechung 292—295; spez. Gewichte 49.
Tantal 449.
Tarierung des Quarzkeils 290—291.
Täuschung, optische 272.
Teall 417.

Teinte de passage 230, 250, 297.
Teinte sensible 230, 252.
Temperatur 353.
ten Siethoff Axenbild 318—319; Halbkugel 203.
Testplatte 146.
Tetragonale Krystalle 64, 68, 80—81, 240, 308—312, 353.
Thalliumquecksilbernitrat 45.
Thalliumsilbernitrat 45.
Thalliumsulfat 160.
Theodolitmethode 5, 202.
Theorie der Krystalloptik 51.
Thilorier 387, 388.
Thompson 66.
Thompsonsches Prisma 153, 175.
Thorium 444.
Thoulet Aspirationsapparat 435; Chagrin 271 Anm. 2; Einbettungmethode 259; Lösung 5, 38; Microscope à distance 405; Polieren 108 Anm. 1; Präparation von Pulvern 113; Schwimmermethode 46; Spaltwinkel 29; Totalreflektometer 218 Anm. 1; Trennungsapparat 423—424; Winkelmessung 197—198.
Thürach 416.
Tietschert 417 Anm. 3.
Tinktionsmethode 409, 410.
Tisch, drehbarer 168.
Tischlack 118.
Tischmikrometer 192.
Titan 447.
Türnebohm 442.
Totalreflektometer 218—222.
Totalreflexion 56, 62, 69, 218, 272—275; bei Immersionssystemen 143.
Toula 31.
Transversalmassstab 197.
Traube Doppelplatte 252; pleochroitische Höfe 446 Anm. 3 und 7.
Trennung durch Aussuchen 434—435; chemische Reaktion 5, 433; Magnet 5, 430—433; schwere Flüssigkeiten 5, 6, 420—422; schwere Schmelzen 6, 428—429; Wasser 416—420.
Trennungsapparate 405, 422—429.
Trichite 370—371, 372, 398.
Trichroismus 341.
Tridymit 358—359.
Trigonometrie, Grundgleichungen der sphärischen 18.
Trigonometrische Berechnung 16.
Trikline Krystalle 68, 104, 240, 323, 354.
Trockensystem, Prüfung 190, ihr Gesichtsfeld 208.
Trogapparat 201.
Tschermak Aetzfiguren 412; Beleuchtungswechsel 185; Historisches 4; isomorphe Schichtung 372; Konoskop 146; mimetische Krystalle 358, 364; Pleochroismus 352.
Tuben-Schwärzung 140.
Tubusanalysator 175, 179, 183.
Tubusfeinstellschraube 174, 193.
Tubusführung 168.
Tubuslänge 174, 192, 207.
Tubusmikrometerschraube 193, 197, 256, 257.
Tubusnicol 175, 179, 183.
Turmalinplatten als Polarisatoren 223.
Turnersche Probe 447.
Tutton Monochromator 161; Schleifapparat 114.

Ueberkorrektion 130.
Uebersicht der Bezugsflächen einaxiger Krystalle 82; zweiaxiger Krystalle 102—103.
Uebersicht der optischen Medien 67—68.
Ueberverbesserung 133.
Umrisse der Durchschnitte 362.
Undulationstheorie 51.
Undulöse Auslöschung 402.
Undurchsichtige Mineralien 337; ihre Untersuchung 349—351.
Unendlichkeit bei Fernrohren 56.
Ungeübte Mikroskopiker 147.
Universaldrehapparate 202—207.
Universalinstrumente 203.
Universalklammer am Fokometer 127.
Universalmethode 5, 202.
Unterkorrektion 130; bei Objektiven 145; Aufhebung durch Deckglas 145.
Unterverbesserung 133.

Valentin 203.
Vanadin 450.
van Leeuwenhoek 2.
van Werveke Regeneration schwerer Lösungen 39, 41; Scheidetrichter 422; Silicium-Reaktion 447.
Vapour cavities 375.
Variolite 400.
Verbiegungen der Einsprenglinge 401, 402.
Verdet 88.
Verdet-Exner 65 Anm. 1.
Vergrösserung bei Fernrohr 146, 209, Lupe 137, Mikroskop 142, 191; chromatische Differenz 142.
Verkleinerung 146, 209.
Vertikal-Illuminator 200, 350.
Verwachsungen 383.
Verzerrung der Bilder 131.
Vesuvian, Interferenzfarben 227.
Viertel-Undulations-Glimmerblatt 243, 331—336; Glimmerkeil 292.
Viola Axenwinkelapparat 218; Beckesche Methode 270, 295.
Violett, empfindliches 230, 250, 291; bei Quarzplatte 297.
Vogelsang Aggregate 397; Dünnschliffe 107 Anm. 1; Flüssigkeitseinschlüsse 388—389; gestörte Krystallisation 366; Globulite etc. 369, 370; Glühreaktion 414; Krystalle in Einschlüssen 392; Mikrolithe 372.

Voigt 341, 342.
Voigt und Hochgesang Amicische Linse 211, 217; Dünnschliffe 111; Erhitzungsapparat 355—356; Immersion 208, 330; Laspeyressche Lupe 210; Mikroskop 178; Schneidemaschine 106; Tischmikrometer 192, 288; Universaldrehapparat 207.
Volumen, spezifisches 48.
Volumenometer Paalzowsches 33; Oberbecksches 34.
vom Rath 3.
Vorderrand 261.

Wachstum 3.
Wachstumsaxen 361.
Wachstumsform 369.
Wachstumsgeschwindigkeit 384, 385.
Wage, hydrostatische 32; Westphalsche 35—36, 420—421.
Wägerohr Linck 421; Penfield 32.
Wahnschaffe Schlämmtrichter 419; Schlämmzylinder 417 Anm. 1.
Wahrer Axenwinkel 323.
Wallerand Diasporameter 165; Totalreflektometer 218 Anm. 2.; Verdopplung der Dicke des Präparats 291; Verwachsungen 383.
Wasser in Einschlüssen 386; 390—394.
Wasserstoffröhre 160.
Wasserstoffsuperoxyd zur Regeneration schwerer Lösungen 41.
Websky Interferenzkreuz 398.
Wechsel der Beleuchtung 183—185, 209.
Wegdifferenz 227, 228, 231—232, 285.
Weierstrassche Konstruktion 133.
Weinschenk Beleuchtungswechsel 183 Anm. 2, 184, 185; Lupe 167 Anm. 2; Quarznadeln 248 Anm. 1; Totalreflektometer 218 Anm. 1.
Weiss 354.
Weiss der höheren Ordnung 247, 292.
Wellen 53; ebene Wellen 55; einhüllende Wellen 52; Kugelwellen 55; ordentliche und ausserordentliche Wellen 69.
Wellenfläche gleich Strahlenfläche nicht Wellengeschwindigkeitsfläche 55; Fresnelsche 88; Wölffings Bericht 104.
Wellengeschwindigkeit in beliebiger Richtung 71; invers zum Brechungsexponenten 77.
Wellengeschwindigkeitsfläche (nicht Wellenfläche im gebräuchlichen Sinne) 55, 75, 79, 82, 88, 93, 102.
Wellenlänge 53; und Brechungsexponent 59.
Wellennormale und Lichtstrahl 55, 57; Konstruktion u. Berechnung 86; Schwingungsebenen 99.
Wellenoberfläche 55.
Werlein 270.
Wertheim 196, 197, 198.
Westphalsche Wage 35—36, 420—421.
Wichmann 113.
Wiener 380.
Wiesner 447 Anm. 1.
Winkel 208, 330.
Winkel Messung ebener W. 193—195; Messung körperlicher W. 195—207; der Spaltrisse 28.
Winkelmanns Handbuch der Physik 277 Anm. 1, 278 Anm. 1.
Wirklicher Axenwinkel 323.
Wirkung des Deckglases 144.
Wirt 374.
Wisniowski 111 Anm. 1.
Witham 2.
Wölffing 104.
Wolfram 449.
Wollaston Camera lucida 186; Prisma 158; Reflexionsgoniometer 193; Totalreflektometer 218.
Wolz 114.
Wright A. W. 390.
Wright F. E. Diaphragma 173, 213; Gausssches Spiegelglas 350; Kombinationskeil 298—299; Schieber 260, 264.
Wulff Brechungsexponenten 280 Anm. 1; Kurvenlineal 15; Netz 14, 17, 100; Winkelmessung 194.
Wülfing Axenwinkelapparat 216—218; Beleuchtungswechsel 183 Anm. 1; chemische Trennung 434; Diaphragma 213; Dickenmessung 288; Dolomitreaktion 442 Anm. 2; Eosinlicht 160; Färbung 337; Fokometer 127; Lage der optischen Axen 326—327; Laspeyressche Lupe 210; Mallardsche Konstante 330—331; Markierapparat 188; Monochromator 161; pleochroitische Höfe 347; Polarisationsinstrument 207 Anm. 1; Projektionskugel 9, 13; Schleifapparat 114—117; Spaltapparat 29; Trennungsapparat 427—428; Variante des Nicolschen Prismas 152; Winkelmessung 201 Anm. 1; Zahnstangenteilung 174, 193.
Wüllners Experimentalphysik 77 Anm. 1; 277 Anm. 1.
Würfel, Bertrandscher 198.
Würfelchen nach Abbe 186, 289.
Wyrouboff 440 Anm. 2.

Yttrium 444, 445.

Zedernholzöl 134, 143.
Zeichenapparate 186—187, 191.
Zeichenebene 9.
Zeichenmethoden 14.
Zeiss Amicische Linse 211; Apochromate 142; Diffraktionsapparat 143; Lupen 138, 165; Mikroskop 175; Objektive 145, 209.
Zenger 145.
Zenker 158.
Zentrierschrauben 170, 175.
Zentrierung 170, 190.
Zentrifuge 406.

Zeolithe, ihre Präparation 109.
Zepharowich 397.
Zerbrechen 27.
Zerbrechungen der Einsprenglinge 401.
Zerdrehen 27.
Zerdrücken 27.
Zerreissen 27.
Zerstreuungslinse 119.
Zimmermann 143.
Zincken 3.
Zinn 448.
Zinnjodid in Arsenbromür 43.
Zirkel Aggregate 397; Axiolithe 397; Belonite 372; Dünnschliffe 107 Anm. 1; Einbettungsflüssigkeit 263; Einschlüsse 381, 382; Historisches 3; Krystalle in Einschlüssen 392; Mikrolithe 371; Trichite 370; Vogelsangs Krystallite 367.
Zirkon 448.
Zirkularpolarisation 67, 81, 235, 250.
Zirkularschneidemaschine 106.
Zonare Struktur 372—373.
Zschimmer-Hillebrand 34 Anm. 2.
Zwei anisotrope Blättchen übereinander 241—243.
Zweiaxige Krystalle 88—104; Erhitzung 353, 354; Interferenzerscheinungen 312—323; optischer Charakter 95, 334—336.
Zwei doppelbrechende Blättchen übereinander 241—243.
Zweite Bisektrix 95.
Zweites Ellipsoid 103.
Zwillingskompensator 289.
Zwillingskrystalle 243, 363—366.
Zwillingslamellen 243—245.
Zylinder von Bertrand 200.

## Die sechs Bezugsflächen einaxiger Krystalle.
(§ 52.)

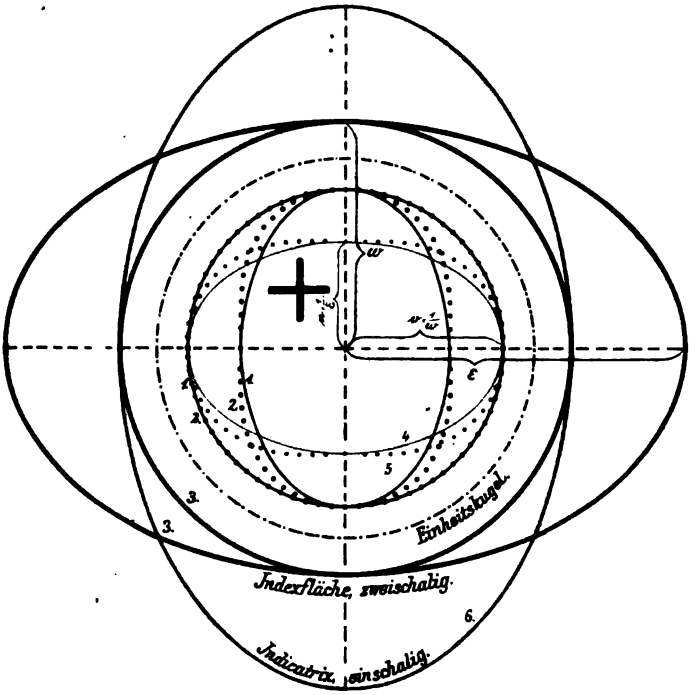



Fig. 1.

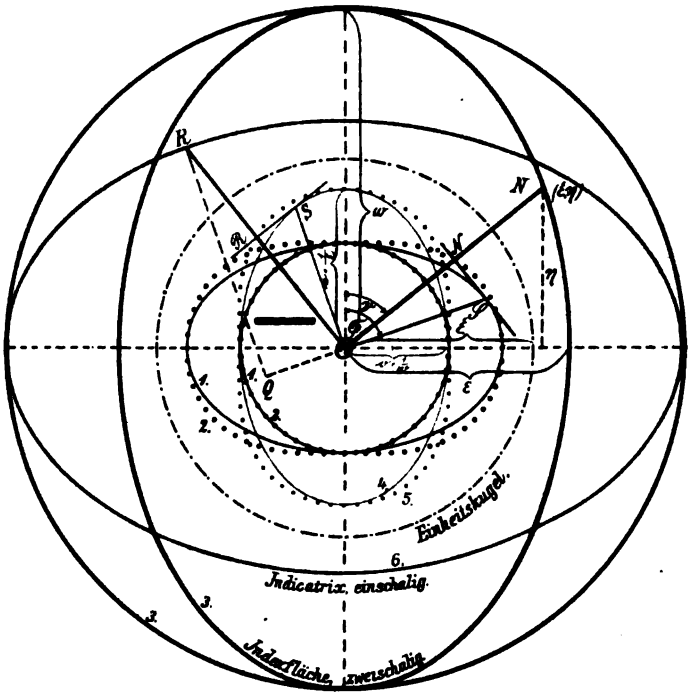



Fig. 2.

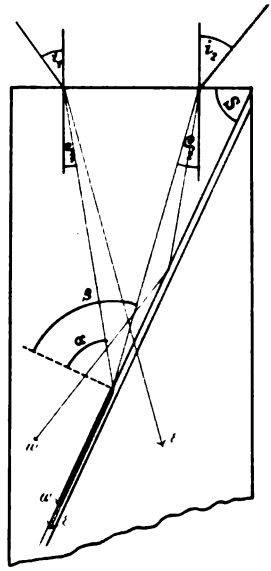



Fig. 1. § 92.

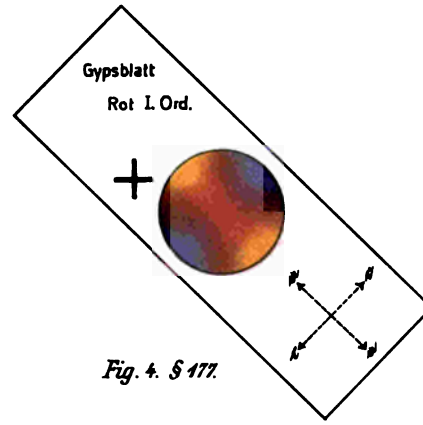



Fig. 4. § 177.

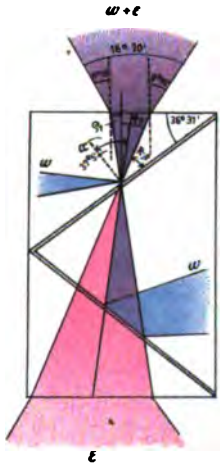



Fig. 2. § 93.

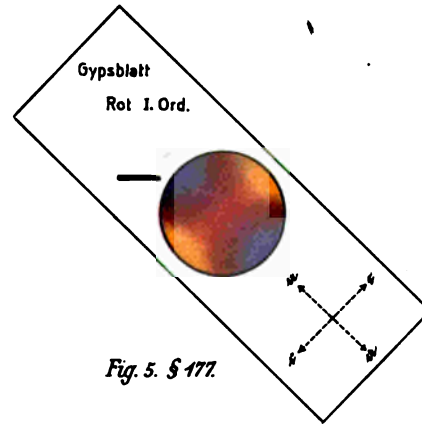



Fig. 5. § 177.

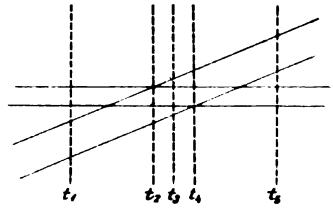



Fig. 3. § 138.

# Tafel IV.

## Erklärung der Tafel IV.

Fig. 1. Prismatische Spaltung, Schnitt parallel oP (001); Skapolith. Oedegården bei Bamle, Norwegen. Vergr. 180. S. 28.

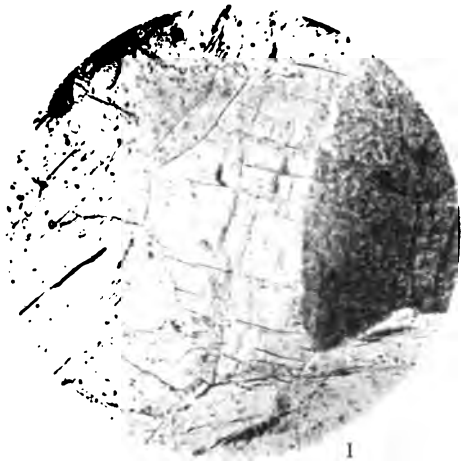
Fig. 2. Rhomboedrische Spaltung, Schnitt parallel R ($10\bar{1}1$); Calcit. Auerbach a. d. Bergstrasse. Vergr. 36. S. 28.

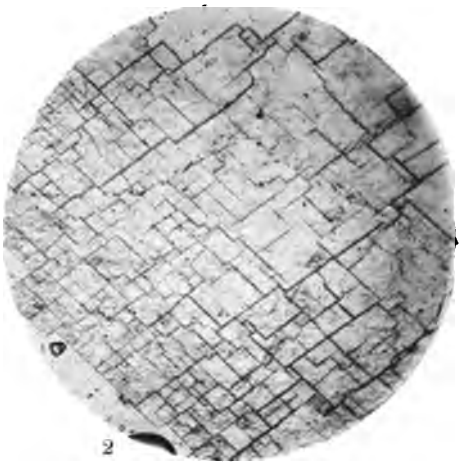
Fig. 3. Spaltung nach Prisma und zwei vertikalen Pinakoiden im Schnitt parallel oP (001); Hypersthen. Paulsinsel. Vergr. 30. S. 28.

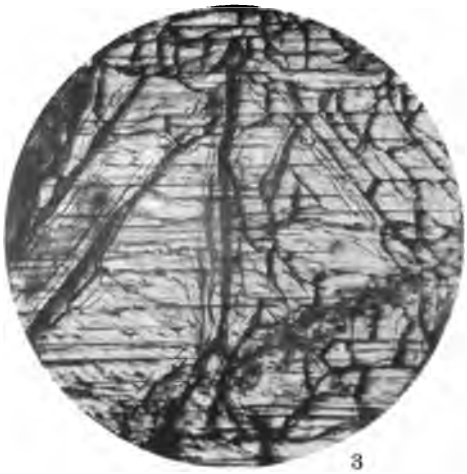
Fig. 4. Pyramidale Spaltung, Schnitt parallel oP (001); Anatas. Oisans, Dauphiné. Vergr. 30. S. 28.

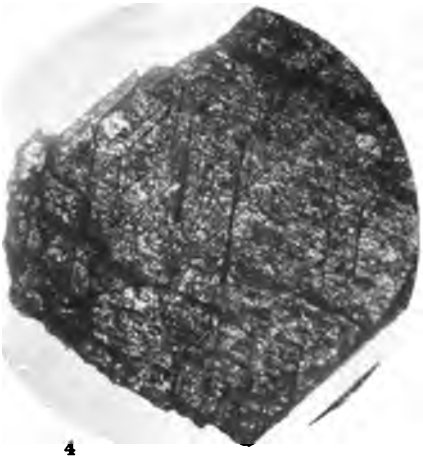
Fig. 5. Prismatische Spaltung, Schnitt senkrecht zu c; Augit aus Nephelintephrit. Neunlinden am Kaiserstuhl. Vergr. 48. S. 28.

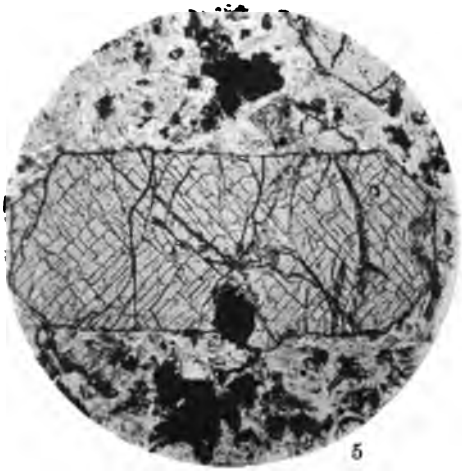
Fig. 6. Prismatische Spaltung, Schnitt senkrecht zu c; Hornblende aus Dacit. Timokthal, Serbien. Vergr. 43. S. 28.

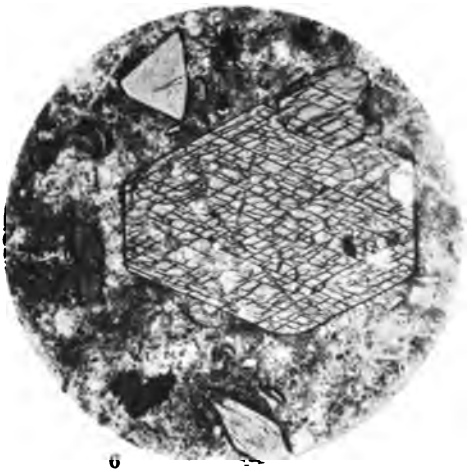

1


2


3


4


5


6

# Tafel V.

## Erklärung der Tafel V.

Fig. 1. Pinakoidale Spaltung im Schnitt senkrecht zu derselben; Glimmer aus Granitit. Grasstein bei Mauls, Tyrol. Vergr. 36. S. 28.

Fig. 2. Spaltung nach oP (001) und $\infty\breve{P}\infty$ (010) im Schnitt nach $\infty\bar{P}\breve{\infty}$ (100); Orthoklas aus Augitsyenit. Laurvig, Norwegen. Vergr. 32. S. 28.

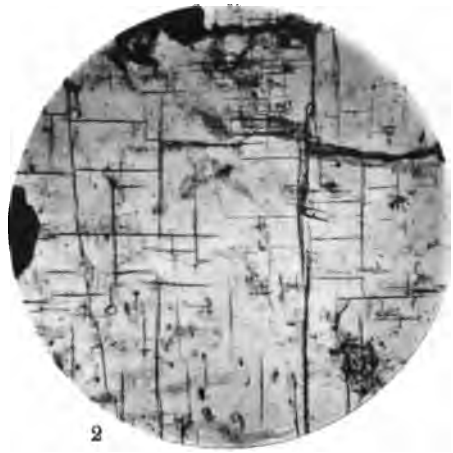
Fig. 3. Spaltung nach oP (001) und $\infty\bar{P}\breve{\infty}$ (100) im Schnitt nach $\infty\breve{P}\infty$ (010); Epidot aus Epidotfels. Auerbach a. d. Bergstrasse. Vergr. 72. S. 28.

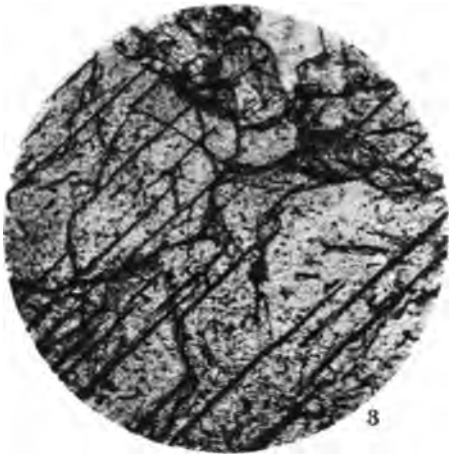
Fig. 4. Spaltung nach $\infty$P (110) im Schnitt senkrecht zu c; Titanit aus Syenit. Föhrbach, Odenwald. Vergr. 90. S. 28.

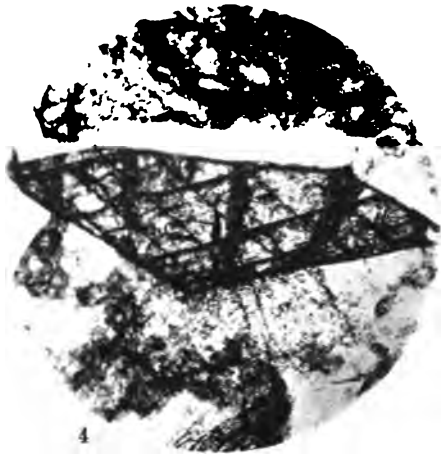
Fig. 5. Oktaedrische Spaltung im Schnitt nach O (111); Fluorit. Markirch. Vergr. 50. S. 28.

Fig. 6. Augit mit farblosem Krystallisationshof im Trachytpechstein. Hammarsfjord, Island. Vergr. 30. S. 361.

1


2


3


4

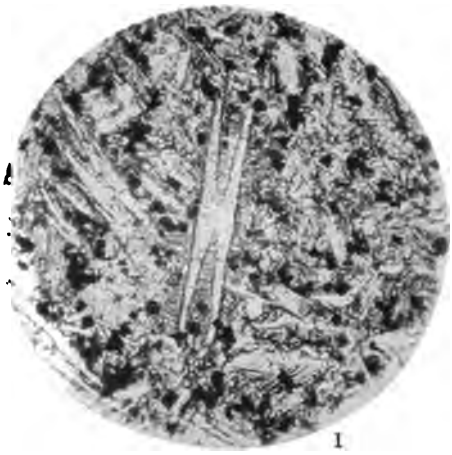
5

6

# Tafel VI.

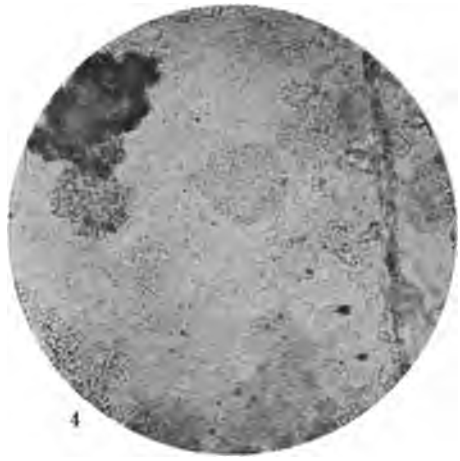
## Erklärung der Tafel VI.

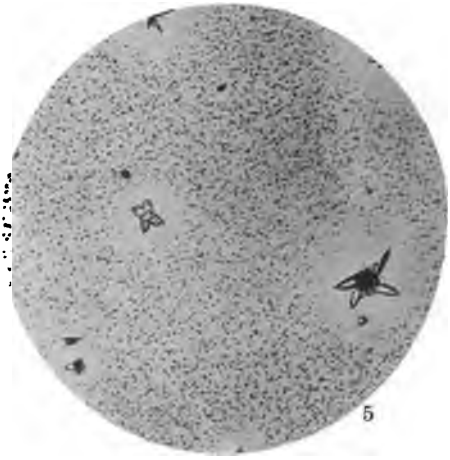
Fig. 1. Krystallskelette von Olivin in Basalt. Palma. Vergr. 120. S. 361.
Fig. 2. Krystallskelette von Magnetit in Glasbasalt. Provinz Schantung, China. Vergr. 108. S. 361.
Fig. 3. Krystallskelette von Augit in Pechstein. Arran. Vergr. 108. S. 361.
Fig. 4. Kumulite in Felsitpechstein. Buschbad im Triebischtal, Sachsen. Vergr. 540. S. 367.
Fig. 5. Lösung von Schwefel in einem Gemisch von Schwefelkohlenstoff und Canadabalsam. Es haben sich Globulite und Krystalle mit einem globulitenfreien Hof gebildet. Vergr. 240. S. 360.
Fig. 6. Dasselbe. Es haben sich Globulite und Longulite gebildet. Vergr. 240. S. 367.

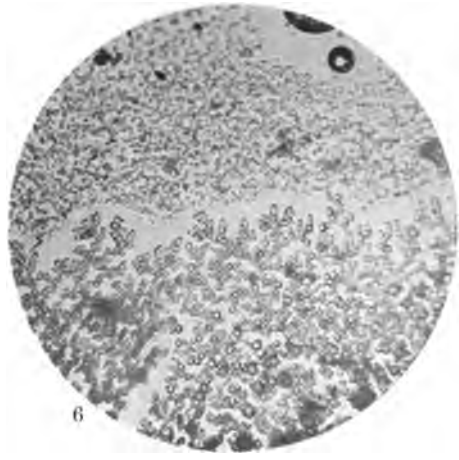

1

2

3


4

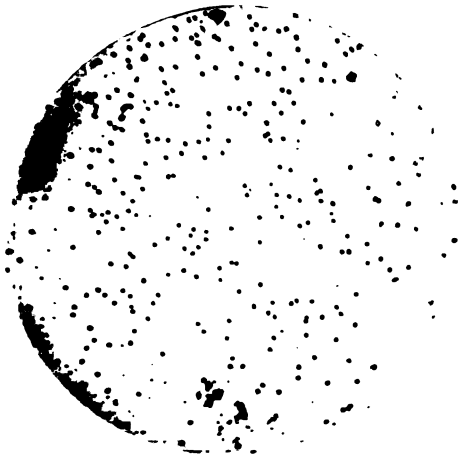

5


6

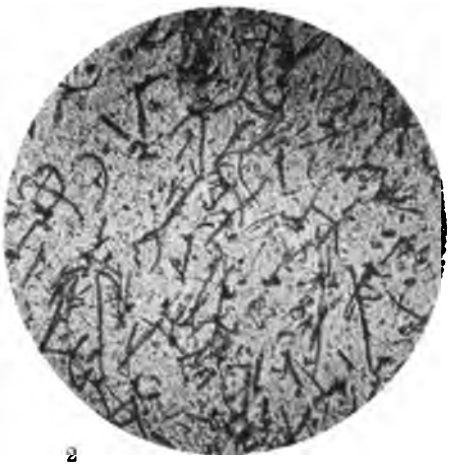
# Tafel VII.

## Erklärung der Tafel VII.

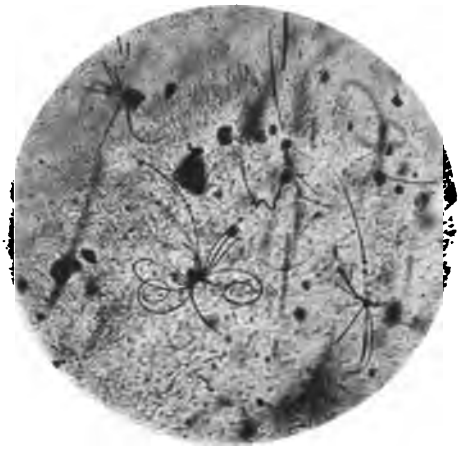
Fig. 1. Globulite in Basaltglas. Hawaii, Sandwich-Inseln. Vergr. 300. S. 369.
Fig 2. Margarite in Obsidian. Clear Lake, Cal. Vergr. 300. S. 367, 369.
Fig. 3. Trichite in Obsidian. Mexico. Vergr. 240. S. 370.
Fig. 4. Mikrolithe und Trichite in schillerndem Obsidian. Transkaukasien. Vergr. 270. S. 372.
Fig. 5. Schaliger Bau eines Plagioklases in Melaphyr. Bufaure, Fassatal. Vergr. 43. S. 372.
Fig. 6. Schaliger Bau am Melanit, aus Phonolith. Steinriesenweg bei Oberbergen, Kaiserstuhl. Vergr. 72. S. 373.



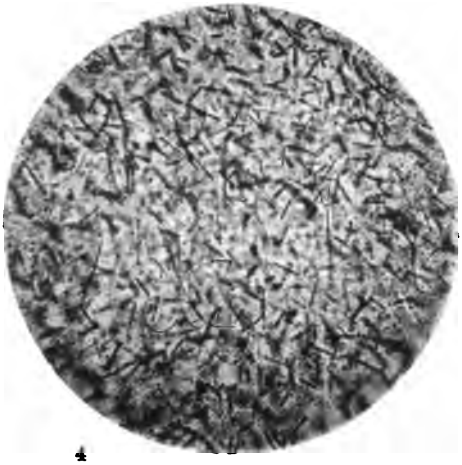
1



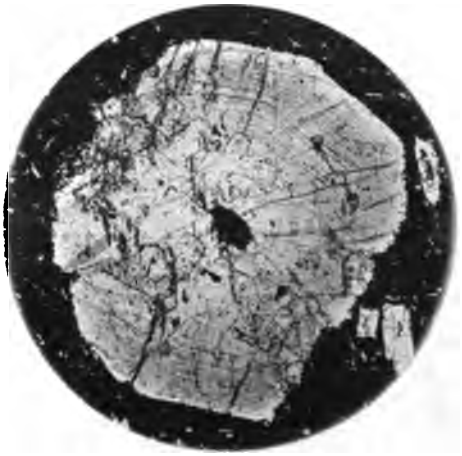
2



3



4



5

6

# Tafel VIII.

## Erklärung der Tafel VIII.

Fig. 1. Schaliger Bau am Augit, aus Leucitit. Kreuzle bei Rothweil, Kaiserstuhl. Vergr. 25. S. 373.

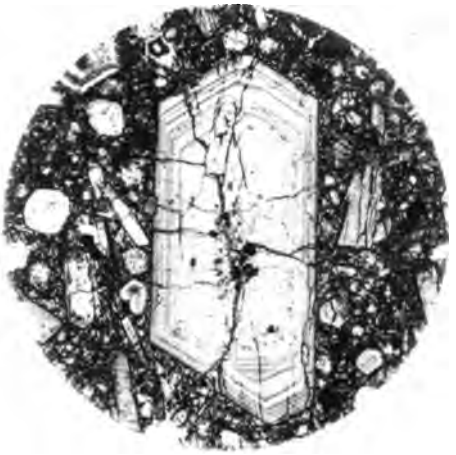
Fig. 2. Anwachspyramide am Augit, aus Nephelinit. Eichberg bei Rothweil, Kaiserstuhl. Vergr. 54. S. 374.

Fig. 3. Gaseinschlüsse in Obsidian. Mexiko. Vergr. 96. S. 375.

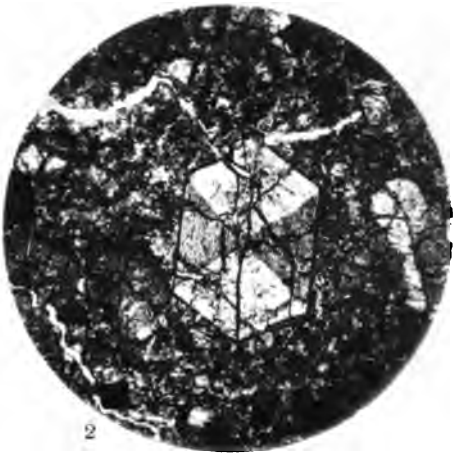
Fig. 4. Die Wandung nicht netzende Flüssigkeit in Topas. Schneckenstein, Sachsen. Vergr. 100. S. 376.

Fig. 5. Flüssigkeitseinschlüsse in Steinsalz. Friedrichshall, Württemberg. Vergr. 240. S. 376.

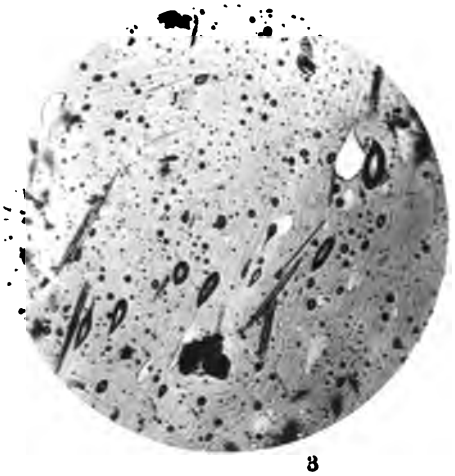
Fig. 6. Zwei sich nicht mischende Flüssigkeiten in Rauchquarz. Branchville, Conn. Vergr. 120. S. 387.



1



2



3

4

5

6

# Tafel IX.

## Erklärung der Tafel IX.

Fig. 1. Glaseinschlüsse in Quarz, dihexaëdrisch, aus Quarzporphyr. Dossenheim a. d. Bergstrasse. Vergr. 86. S. 382.

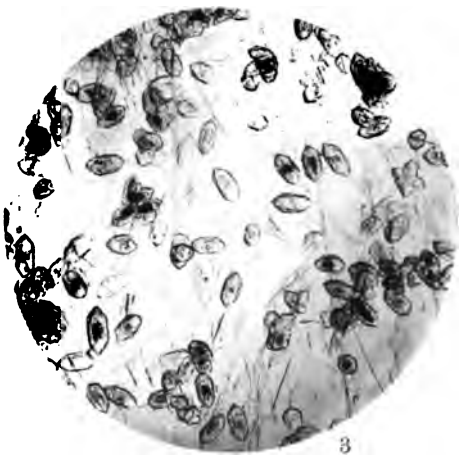
Fig. 2. Glaseinschlüsse mit mehreren Bläschen in Anorthoklas. Pantelleria. Vergr. 120. S. 382.

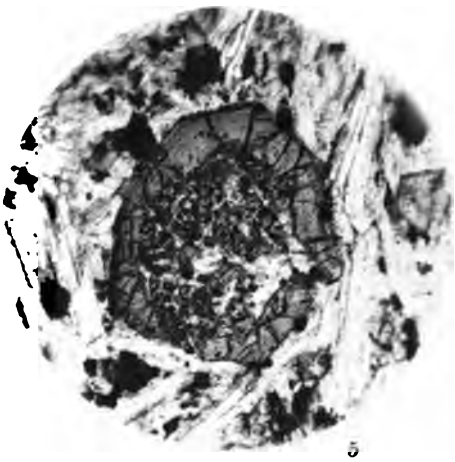
Fig. 3. Quarzeinschlüsse im Heulandit. Färoer. Vergr. 36. S. 383.

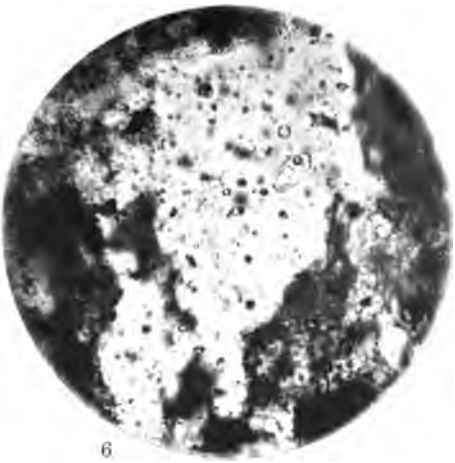
Fig. 4. Mikrolitheneinschlüsse in Hypersthen. Paulsinsel. Vergr. 36. S. 384.

Fig. 5. Durchdringung von Augit mit Plagioklas, Magnetit und Apatit, aus Basalt. Löwenburg, Siebengebirge. Vergr. 36. S. 383.

Fig. 6. Flüssigkeitseinschluss mit ausgeschiedenem Krystall in Quarz, aus Granitporphyr. Cornwall. Vergr. 250. S. 392.







# Tafel X.

## Erklärung der Tafel X.

Fig. 1. Zentrale Anhäufung von Einschlüssen in Feldspat, aus Trachyt. Monte Olebano bei Pozzuoli, Neapel. Vergr. 60. S. 384.

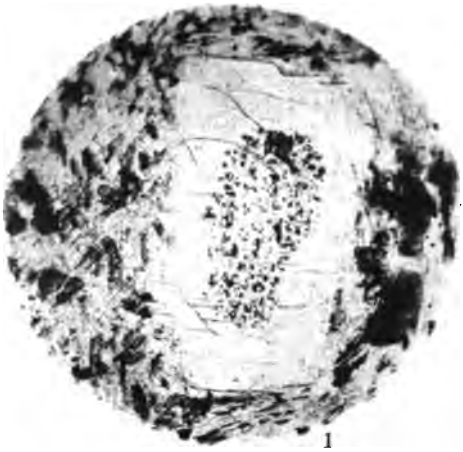
Fig. 2. Peripherische Anhäufung von Einschlüssen in Feldspat, aus Hornblende-Andesit. Südserbien. Vergr. 65. S. 384.

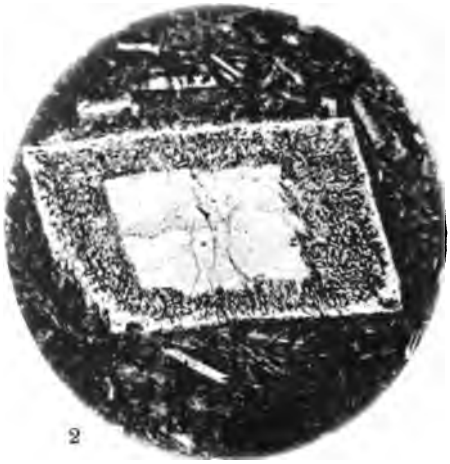
Fig. 3. Zonare Anordnung von Einschlüssen in Leucit, aus Vesuvlava. Monte Somma. Vergr. 16. S. 384.

Fig. 4. Durchdringung von Quarz und Orthoklas, aus Granophyr. Sperberbächel bei Hohwald, Vogesen. Vergr. 96. S. 383.

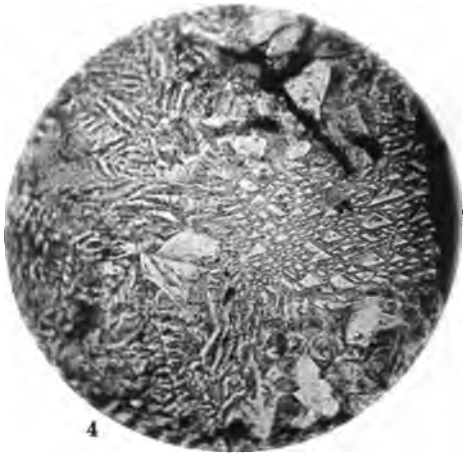
Fig. 5. Aggregat von Quarzkörnern in gewöhnlichem Licht, aus Granitporphyr. Grosssachsener Tal, Odenwald. Vergr. 30. S. 395.

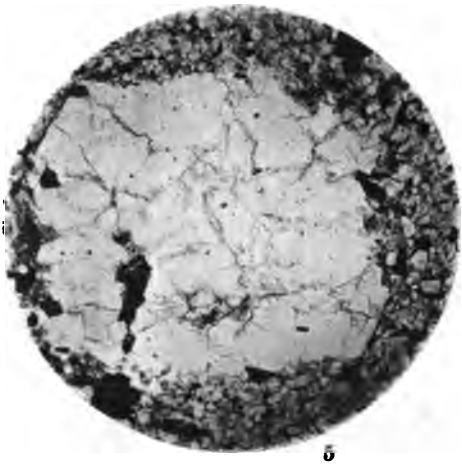
Fig. 6. Dasselbe, bei gekreuzten Nicols. Die Figur sollte um etwa 45° oben nach links herumgedreht sein. S. 395.

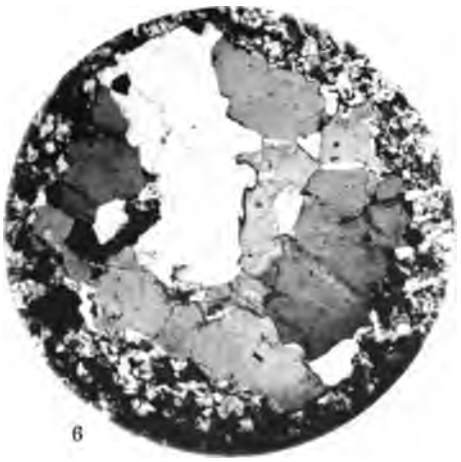

1


2

3


4


5


6

# Tafel XI.

## Erklärung der Tafel XI.

Fig. 1. Sphärokrystalle von Chalcedon zwischen gekreuzten Nicols, aus Diabasporphyrit. Pfalz. Vergr. 60. S. 397.

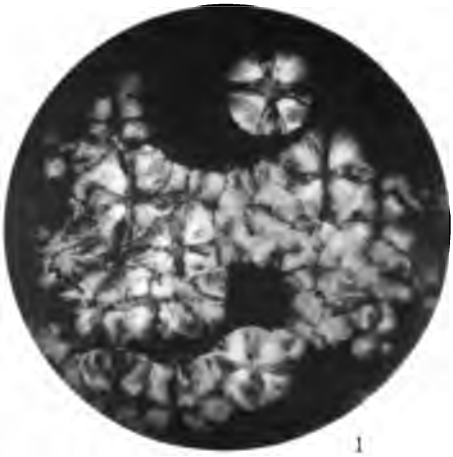
Fig. 2. Bertrandsche Interferenzkreuze an Sphärosiderit. Steinheim, Wetterau. Vergr. 42. S. 397.

Fig. 3. Oolithkörner zwischen gekreuzten Nicols. Von einem Korallenriff, Bahama-Inseln. Vergr. 24. S. 397.

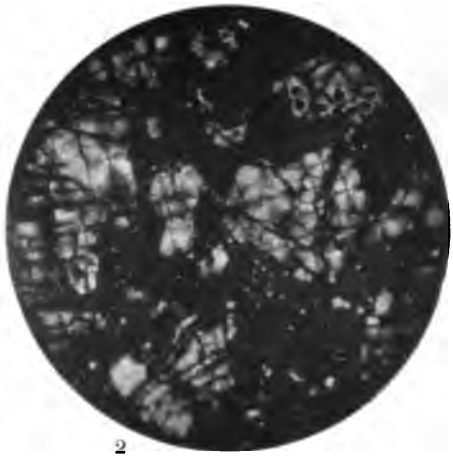
Fig. 4. Granosphärit von Quarz zwischen gekreuzten Nicols, aus Eisenkiesel. Stiftsbuckel, Heidelberg. Vergr. 30. S. 400.

Fig. 5. Sphärische Aggregate und Bündel von Feldspatkrystallen in Trachyt. Kaukasus. Vergr. 72. S. 398.

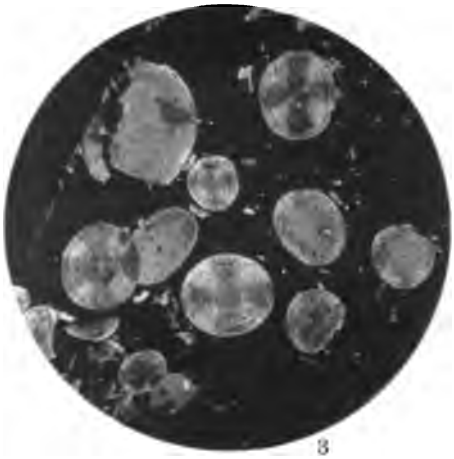
Fig. 6. Zerbrochener Feldspatkrystall in Augitandesit. Grad-Jakan, Java. Vergr. 40. S. 401.



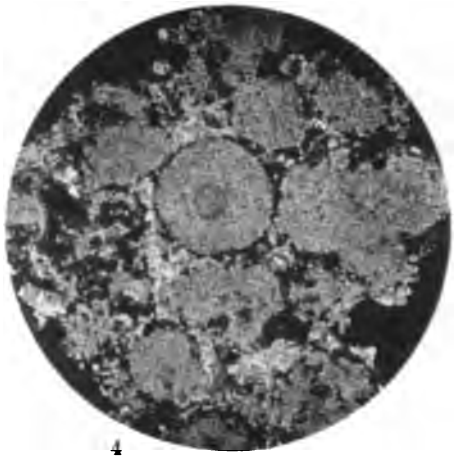
1



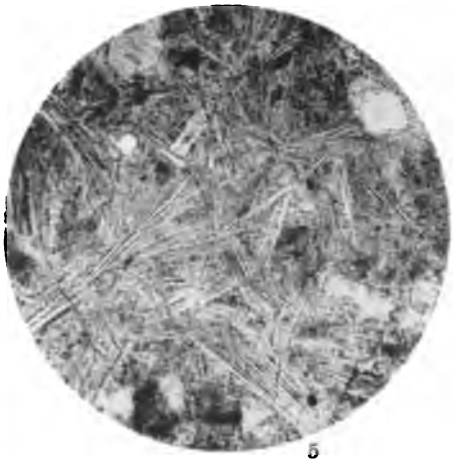
2



3



4



5

6

# Tafel XII.

## Erklärung der Tafel XII.

**Fig. 1.** Gebogener und aufgeblätterter Glimmer in Augitminette. Fuchsmühle bei Weinheim a. d. Bergstrasse. Vergr. 50. S. 401.

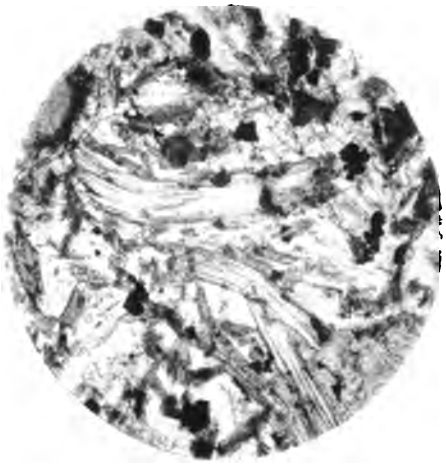
**Fig. 2.** Zerquetschter Granat in Glimmerschiefer. Brixen, Tyrol. Vergr. 12. S. 402.

**Fig. 3.** Randlich zertrümmerter Feldspat in Anorthosit. Chicoutimi, Quebec, Canada. Vergr. 12. S. 402.

**Fig. 4.** Albit zerquetscht und in seinen Teilen verschoben, aus Phyllitgneiss. In gewöhnlichem Licht. Allen's Creek, Victoria, Australien. Vergr. 12. S. 402.

**Fig. 5.** Derselbe zwischen gekreuzten Nicols. S. 402.

**Fig. 6.** Biotitkrystall, randlich korrodiert und mit Druckfiguren, aus Porphyrit. Ilfeld, Harz. Vergr. 26. S. 29 u. 406.



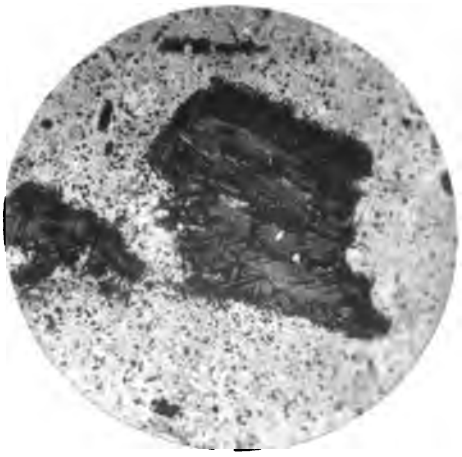
1

2

3

4

5



6

# Tafel XIII.

## Erklärung der Tafel XIII.

Fig. 1. Plagioklas mit gebogenen Lamellen bei gekreuzten Nicols, in Olivingabbro. Store Bekkafjord, Norwegen. Vergr. 54. S. 402.

Fig. 2. Durch Korrosion deformierter Quarzkrystall in Quarzporphyr. Scharfenstein, Münstertal, Schwarzwald. Vergr. 30. S. 403.

Fig. 3. Durch Korrosion deformierter Nosean in Leucitophyr. Burgberg bei Rieden. Vergr. 14. S. 403.

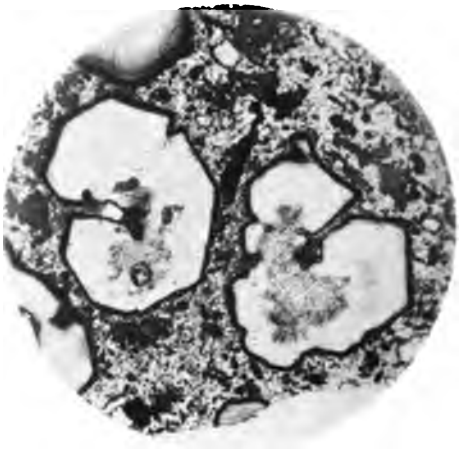
Fig. 4. Zirkonerdekrystalle aus Sodaschmelze. Vergr. 144. S. 448.

Fig. 5. Kieselfluornatriumkrystalle. Vergr. 86. S. 439.

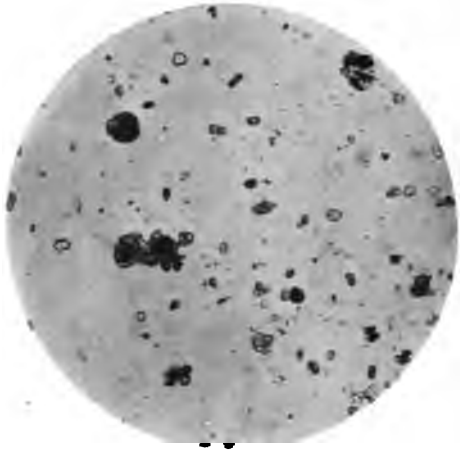
Fig. 6. Kieselfluornatriumkrystalle und Kieselfluoraluminium (amorph), aus Sodalith. Vesuv. Vergr. 32. S. 439.

1

2



3



4

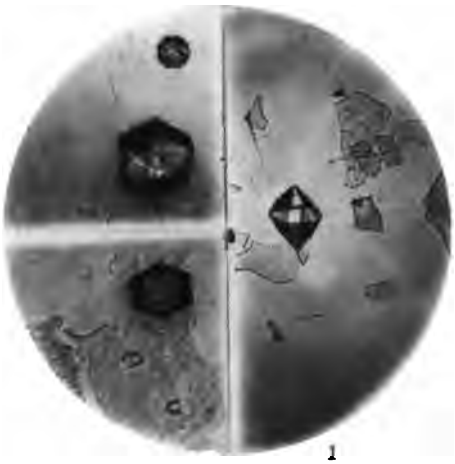
5

6

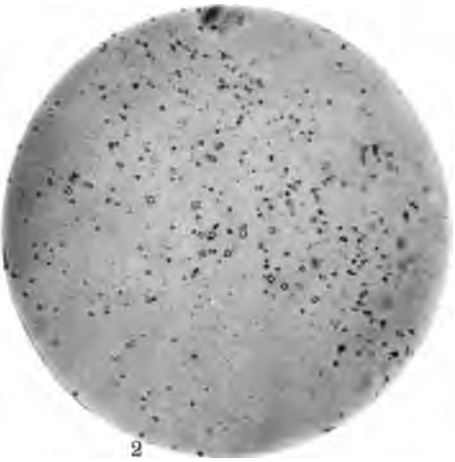
# Tafel XIV.

## Erklärung der Tafel XIV.

Fig. 1. Kieselfluornatriumkrystalle und Kieselfluoraluminium (amorph), aus Sodalith. Vesuv. Vergr. 190, 120 u. 170. S. 439. 444.
Fig. 2. Kieselfluorkaliumkrystalle aus Apophyllit. Fassatal. Vergr. 160. S. 438.
Fig. 3. Kieselfluorkaliumkrystalle aus Sanidin. Wehr. Vergr. 170. S. 438.
Fig. 4. Kieselfluorlithiumkrystalle und Kieselfluoraluminium aus Zinnwaldit. Vergr. 120. S. 439.
Fig. 5. Kieselfluorcalciumkrystalle. Vergr. 54. S. 440.
Fig. 6. Kieselfluorcalciumkrystalle aus Apophyllit. Vergr. 50. S. 440.

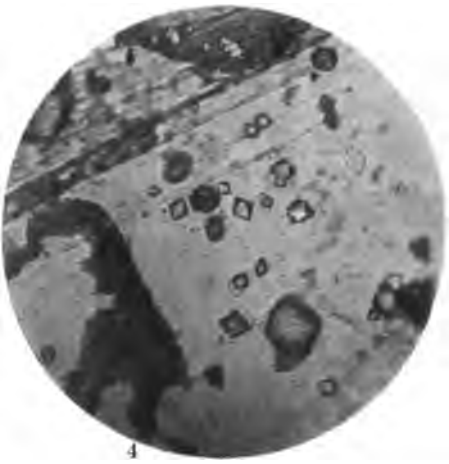


1



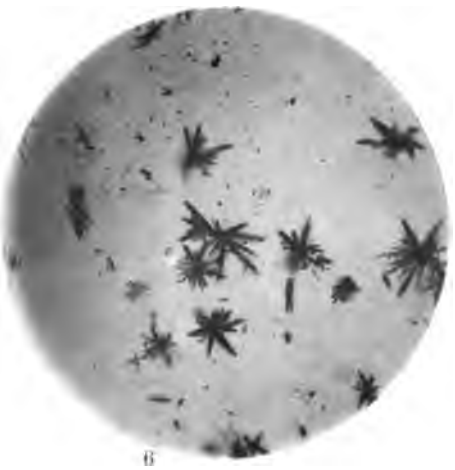
2

3



4

5

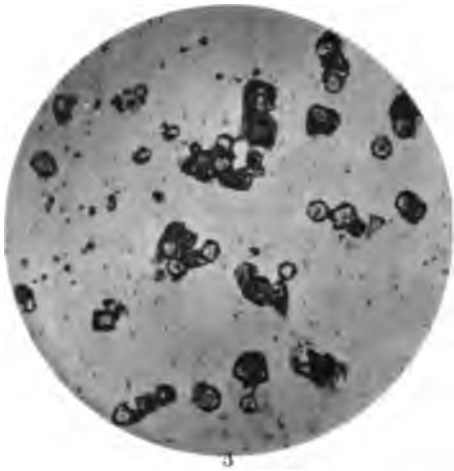


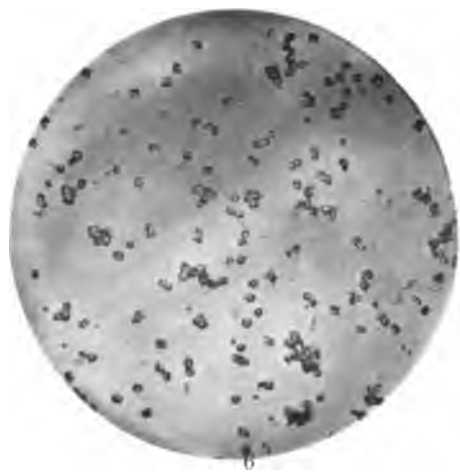
6

# Tafel XV.

## Erklärung der Tafel XV.

Fig. 1. Kieselfluormagnesiumkrystalle aus Biotit. Vergr. 36. S. 441.
Fig. 2. Gypskrystalle. Vergr. 24. S. 440.
Fig. 3. Cäsiumalaunkrystalle. Vergr. 24. S. 444.
Fig. 4. Krystalle von Ammoniummagnesiaphosphat (Struvit). Vergr. 12. S. 441 u. 446.
Fig. 5. Dasselbe aus sehr verdünnter Lösung. Vergr. 36. S. 441 u. 446.
Fig. 6. Phosphorsaures Molybdän-Ammoniak in Krystallen. Vergr. 170. S. 446.





## Erklärung der Tafel XVI.

Vier Abbildungen der gleichen Stelle eines Tonalitschliffs der Rieserfernergruppe, Tyrol, nach F. Becke. S. 266—267.

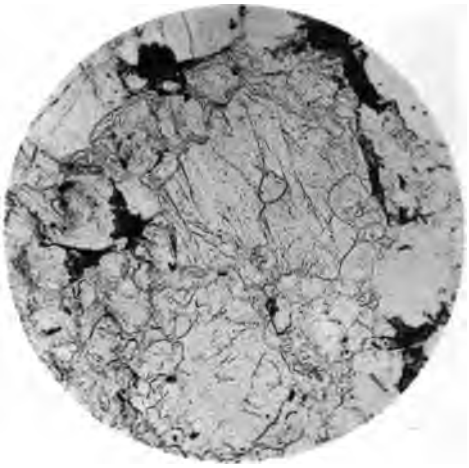
**Fig. 1.** Beleuchtung zentral, Einstellung hoch. Innenwand der Quarz-Mikropegmatit- und Zirkon-Einschlüsse hell. Mikroperthitspindeln im Mikroklin und Orthoklas hell. Vier Mikrokline im Mikropegmatit dunkler als Umgebung.

**Fig. 2.** Beleuchtung zentral, Einstellung tief. Quarz- und Mikropegmatit-Einschlüsse sind aussen hell umrandet. Zirkon dunkler als Umgebung. Mikroperthitspindeln in Form dunkler Striche. Vier Mikrokline im Mikropegmatit hell.

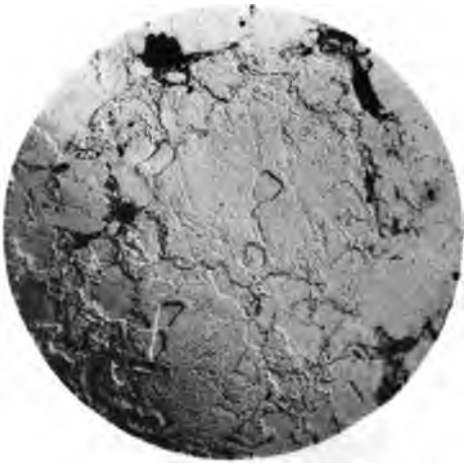
**Fig. 3.** Beleuchtung von links, Einstellung hoch Alle stärker brechenden Einschlüsse haben links hellen Rand. Auffallend starkes Relief.

**Fig. 4.** Der gleiche Schliff zwischen gekreuzten Nicols.

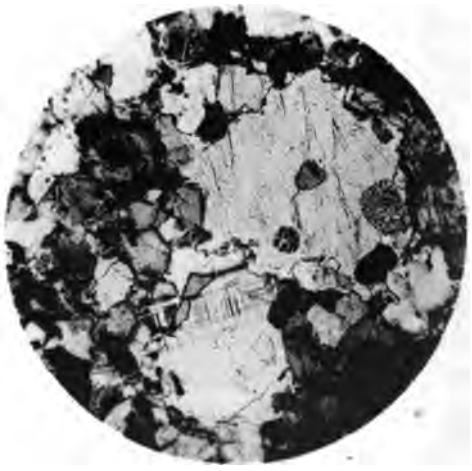
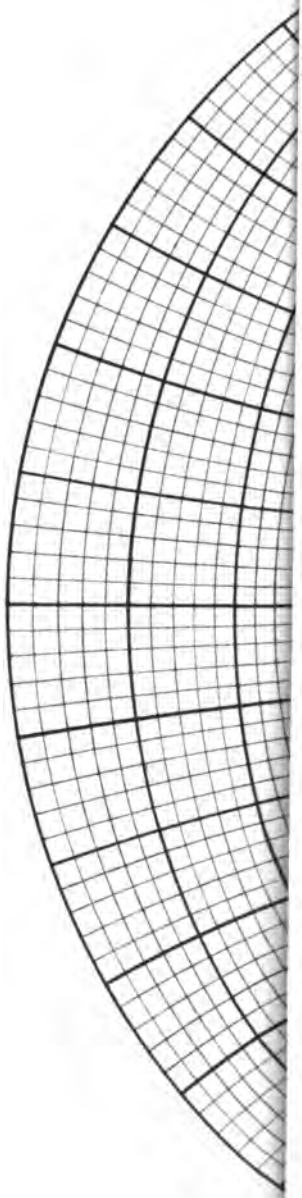
1



2



3



4